



**ПОЛИТЕХ**  
Санкт-Петербургский  
политехнический  
университет  
Петра Великого



**НЦМУ**  
ПЕРЕДОВЫЕ ЦИФРОВЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ



**ПОЛИТЕХ**  
Центр Национальной  
технологической инициативы  
«Новые производственные  
технологии»

**CML**

CompMechLab  
ЦЕНТР  
КОМПЬЮТЕРНОГО  
ИНЖИНИРИНГА СПбПУ



**Передовые  
инженерные  
школы**

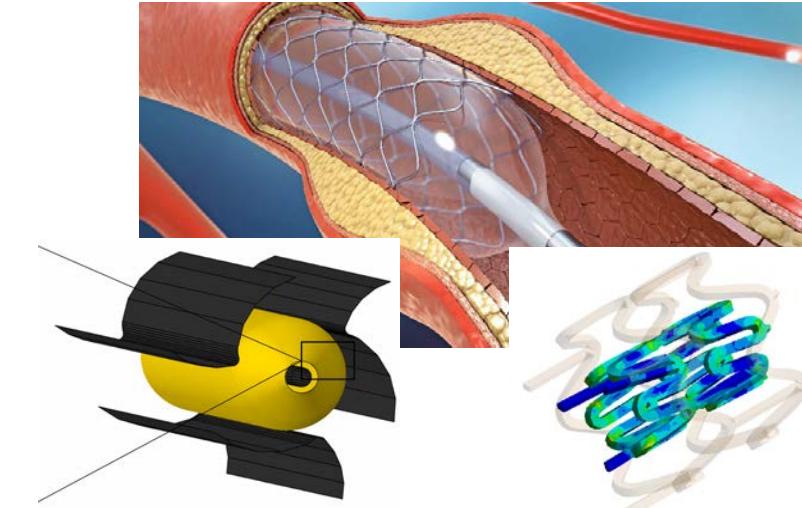


**ЦИФРОВОЙ  
ИНЖИНИРИНГ**  
ПИШ СПбПУ



**ПОЛИТЕХ**  
Физико-механический  
институт

**5я конференция «Математика в медицине»»  
1-2 декабря 2025 г.  
Москва**



## **Моделирование механического поведения коронарных сосудов, пораженных атеросклерозом при стентировании и ангиопластике**

**Антонова О.В., Иванов С.Д., Кабин Н.А., Гесин И.Д., Рововой Э., Козаев А.В.**

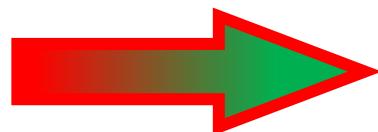
**Докладчик: к.т.н., доцент Антонова Ольга Владимировна  
Высшая школы механики и процессов управления, Высшая школа передовых цифровых  
технологий, СПбПУ**

**Лаборатория математических методов механики материалов, ИПМаш РАН**

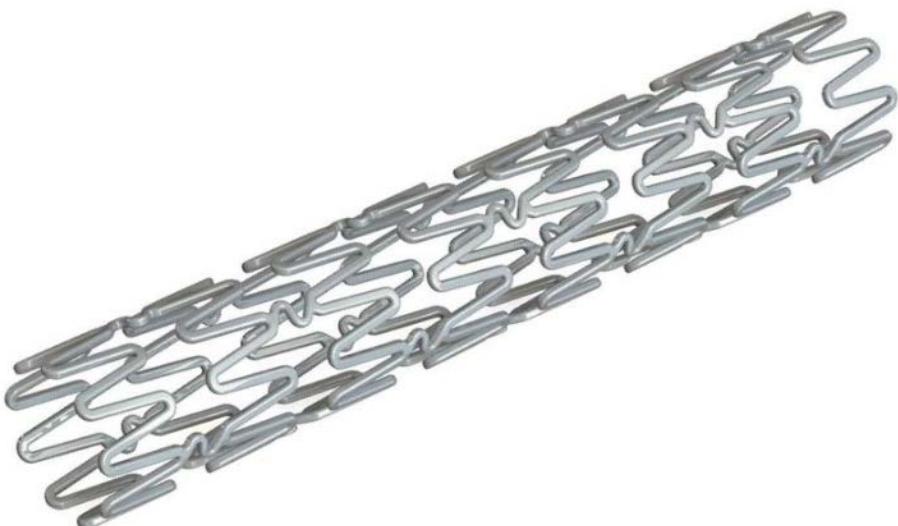
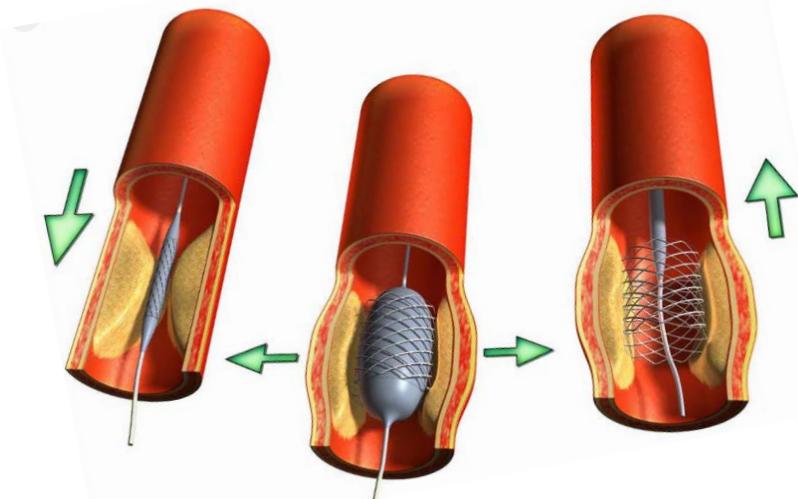
**2 декабря 2025**

## Актуальность проводимых исследований

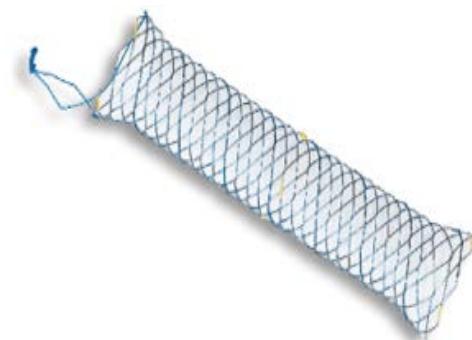
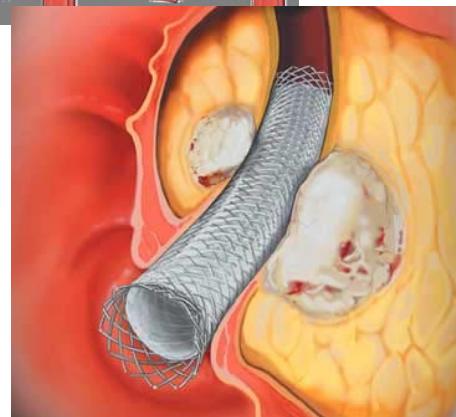
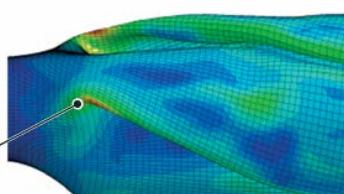
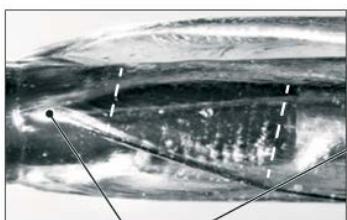
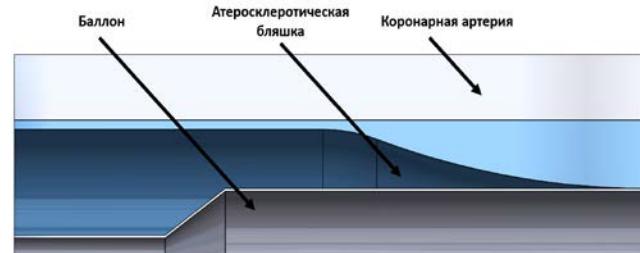
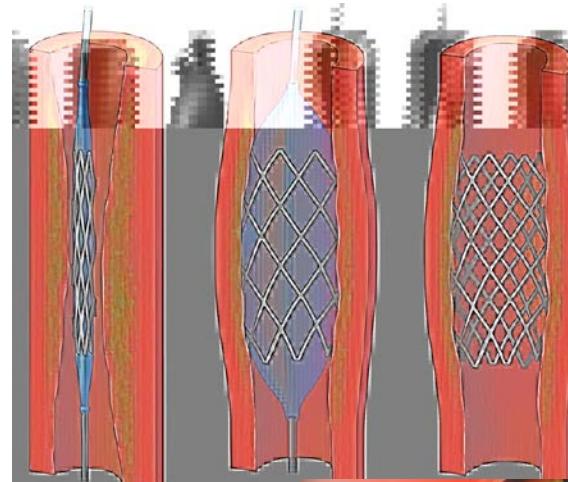
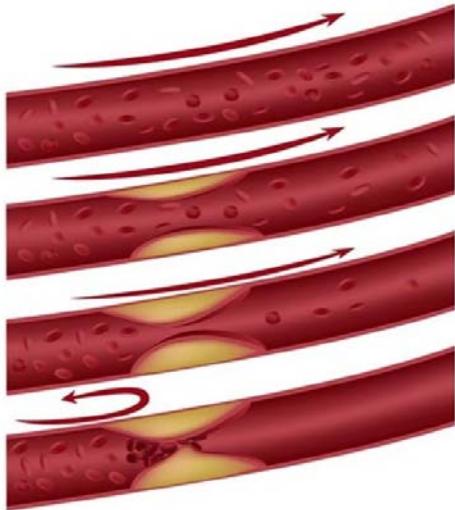
Атеросклероз



Коронарное стентирование



# Стентирование



# Методика моделирования

Данные сосудистой  
ангиографии и виртуальной  
гистологии

Выбор параметров моделей  
материала для артерии и  
атеросклеротической  
бляшки

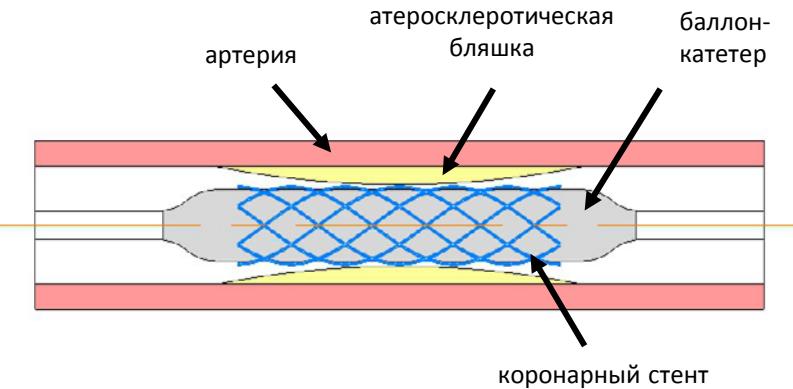
Математическое  
моделирование течения  
крови в коронарной артерии

Математическая модель  
участка коронарной  
артерии, пораженной  
атеросклерозом

Математическое  
моделирование напряженно-  
деформированного  
состояния баллона

Математическая модель  
коронарного стента

# Ангиопластика



**Ангиопластика** — это минимально инвазивная медицинская процедура, направленная на восстановление кровотока в суженных или заблокированных кровеносных сосудах, чаще всего в артериях.

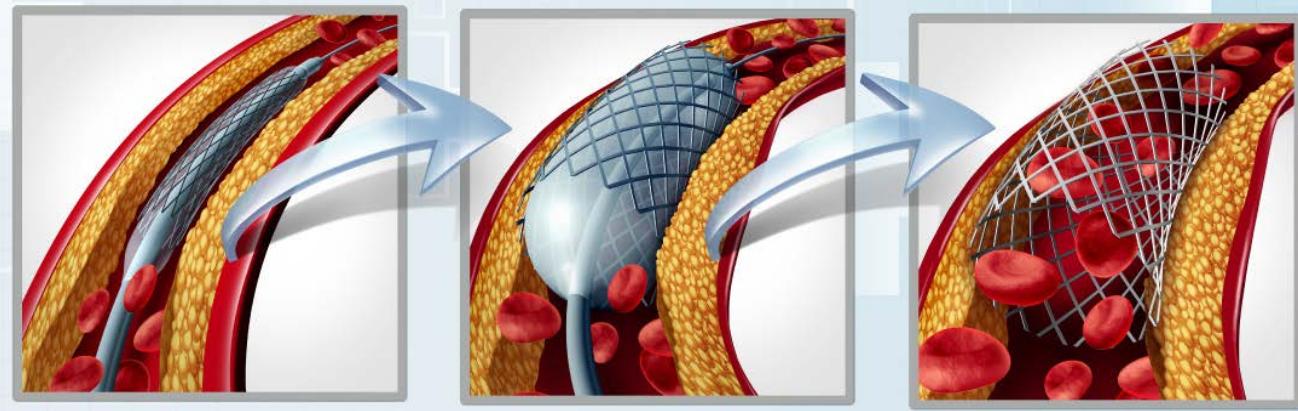
Этот метод используется для лечения заболеваний сердечно-сосудистой системы, таких как ишемическая болезнь сердца, периферическая артериальная болезнь и атеросклероз.

## Основные цели ангиопластики:

- Устранение сужений или блокад сосудов помогает восстановить нормальный кровоток к тканям;
- Уменьшение боли (например, стенокардии) и других проявлений, связанных с недостаточным кровоснабжением;
- Снижение риска сердечных приступов, инсультов и других критических состояний, связанных с закупоркой сосудов.

## Основные этапы ангиопластики

- 1) Врач делает небольшой прокол в коже, обычно в области бедра или запястья, через который вводится катетер;
- 2) Тонкий гибкий катетер с баллоном на конце направляется к суженной части сосуда под контролем рентгеновского оборудования;
- 3) Баллон надувается, что раздвигает стенки сосуда, разрушает бляшки и восстанавливает пропускную способность сосуда;
- 4) В сосуд устанавливается стент, который предотвращает повторное сужение;
- 5) После сдувания баллон возвращается к исходному размеру и вместе с катетером осторожно извлекается через место прокола.



# Некоторые гиперупругие модели материалов

## Модель Муни- Ривлина, 1940; 1948

$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + \\ + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

## Неогукова модель, 1948

## Полиномиальная модель, 1951

## Модель Огдена, 1972

## Модель Йо, 1993

## Модель Гассера-Огдена- Хользафеля, 2000

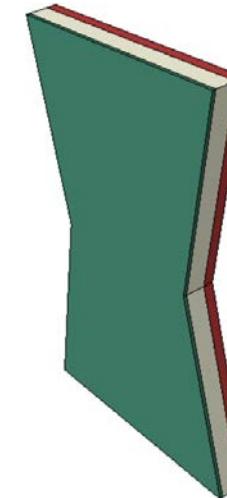
$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left( \frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \bar{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \}$$

# Модель Гассера-Огдена-Хользапфеля

Уравнение потенциальной энергии упругой деформации:

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left( \frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \bar{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \}$$

$$\bar{E}_\alpha = \kappa(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa)(\bar{I}_{4(\alpha\alpha)} - 1)$$



$C_{10}, D, k_1, k_2, \kappa$  – параметры материала, зависящие от температуры

$N$  – число наборов волокон ( $N \leq 3$ )

$\bar{I}_1$  – инвариант  $\bar{C}$

$J^{el}$  – объемный модуль упругости

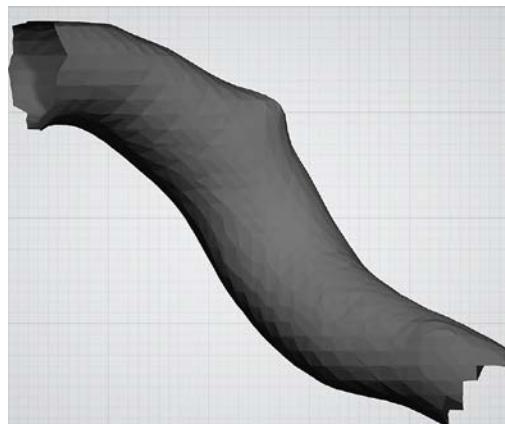
$\bar{I}_{4(\alpha\alpha)}$  – псевдоинварианты  $\bar{C}$  и  $A_\alpha$

Интима (зеленый) = 0.2 мм  
Медиа (бежевый) = 1.2 мм  
Адвентиция (красный) = 0.6 мм

Материал	$\rho$ (кг/мм <sup>3</sup> )	$C10$	$k1$	$k2$	$\kappa$	$D$	$\gamma, ^\circ$
Интима	1.07e-6	2.32e-2	25	1200	0.308	8.95e-7	18.8°
Медиа	1.07e-6	1.4e-3	0.18	100	0.314	5.31e-6	37.8°
Адвентиция	1.07e-6	8.32e-3	4	1000	0.312	4.67e-6	58.9°

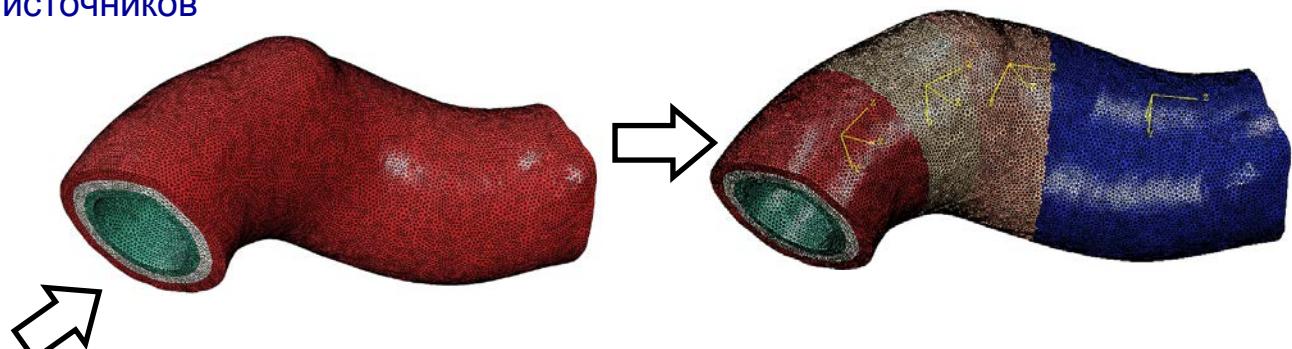
# Анализ напряженно-деформированного состояния коронарных артерий

В качестве объекта исследования будут использованы различные отрезки коронарных артерий, взятые из открытых источников

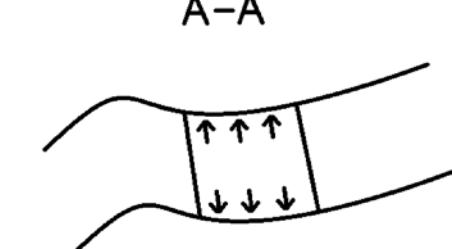


геометрия сосуда

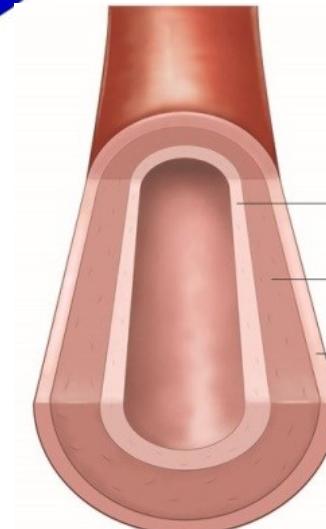
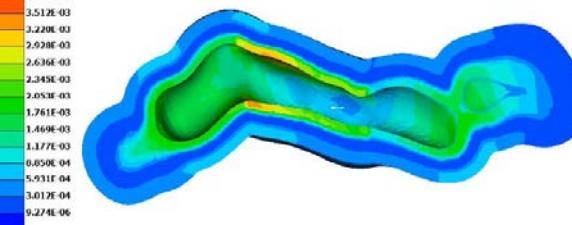
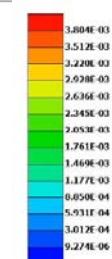
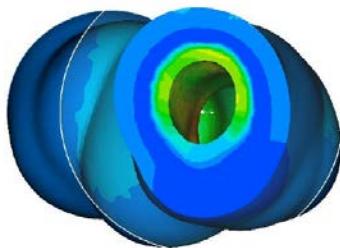
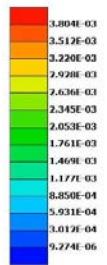
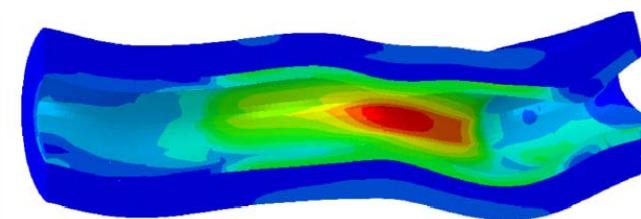
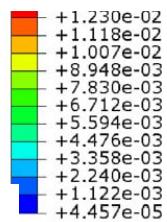
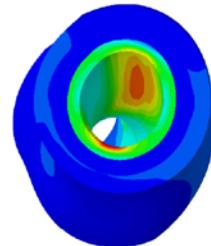
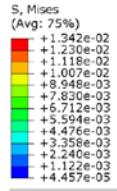
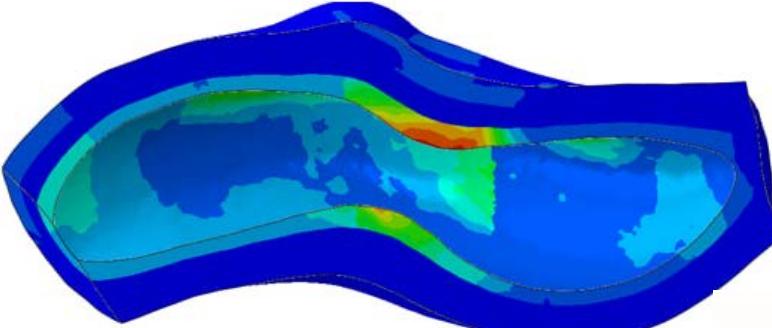
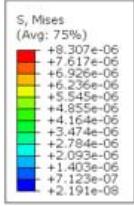
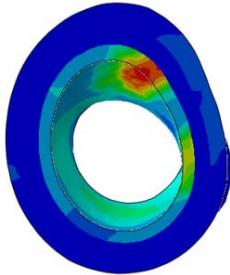
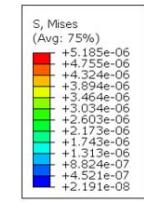
Артерия разбивается на несколько условных цилиндров, в которых элементам присваиваются свои системы координат



- Область приложения давления – около 10 мм
- Величина давления – 2 МПа
- Края артерии закреплены ( $xyz = 0$ )



# Напряженно- деформированное состояние коронарного сосуда



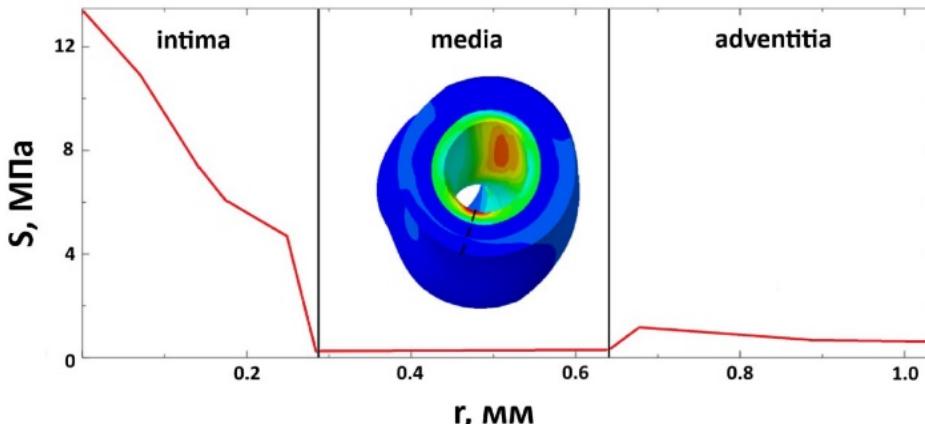
Intima

Media

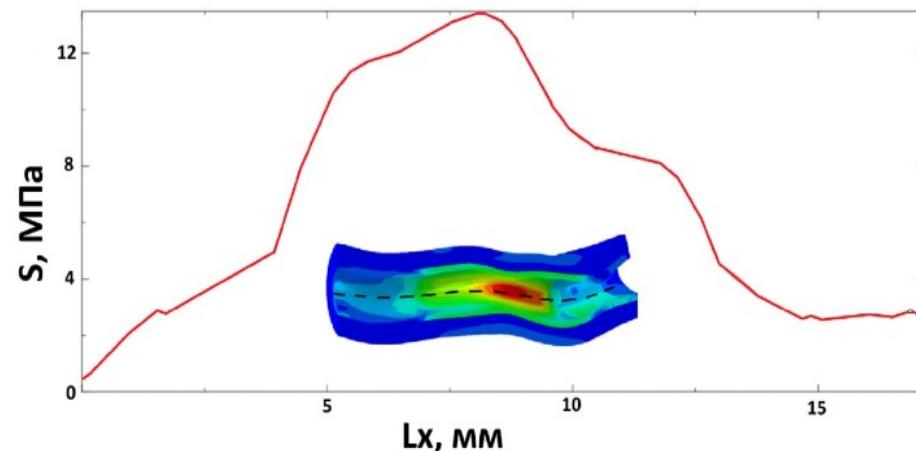
Adventitia

Интенсивность эквивалентных по Мизесу напряжений, ГПа

# Напряженно- деформированное состояние коронарного сосуда



Распределение напряжений по Мизесу по толщине



Распределение напряжений по Мизесу вдоль сосуда, где  $L_x$   
– длина сосуда вдоль его условной оси

## Модель Муни-Ривлина

Энергетический потенциал деформации Муни-Ривлина выражается через инварианты тензора деформации Коши-Грина \*:

$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

Где:

$U$  – потенциал энергии деформации;

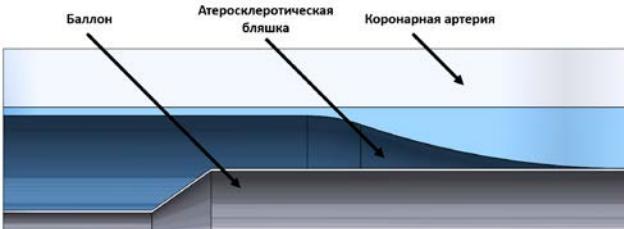
$I_i$  – инварианты тензора деформаций Коши-Грина;

$c_{ii}$  – материальные константы.

\* Mooney M. A theory of large elastic deformation // Journal of Applied Physics. 1940. Vol. 11, № 9. P. 582–592;

Rivlin R.S. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1948. Vol. 240, № 822. P. 379–397.

# Исследование НДС атеросклеротической бляшки



## Границные условия:

- Границы моделей баллона и артерии: Условия удалённого смещения с запретом на перемещение по всем степеням свободы.
- Контакт артерия-бляшка: Склейенный контакт для последовательной деформации бляшки с артерией.
- Контакт баллон-бляшка: Нелинейный контакт без трения.
- Расширение баллона: Перемещение по нормали на внешней поверхности баллона составляет 0,32 мм.

Параметры модели материала Муни-Ривлина, используемые в расчётах \*:

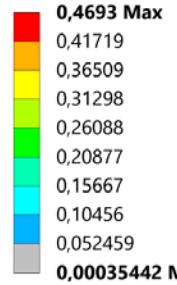
$c_{10}$ , кПа	$c_{01}$ , кПа	$c_{11}$ , кПа	$c_{20}$ , кПа	$c_{02}$ , кПа
28.50	8.63	56.76	150.48	2721.00

\* The influence of constitutive law choice used to characterize atherosclerotic tissue material properties on computing stress values in human carotid plaques / Z. Teng, J. Yuan, J. Feng [и др.] // Journal of Biomechanics. – 2015. – Т. 48, № 14. – С. 3912-3921.

# Результаты численного моделирования

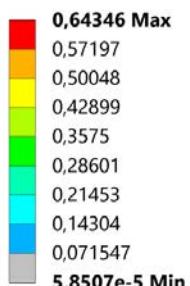
Type: Total Deformation

Unit: mm



Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

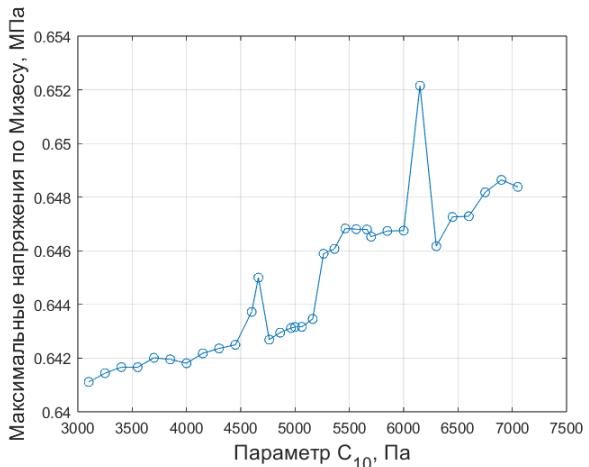


Полученные результаты соотносятся с теми, которые были получены другими авторами \*. В зависимости от эксцентричности атеросклеротической бляшки напряжения, возникающие в бляшке при раскрытии баллона, находятся в диапазоне от 0.3 до 1.5 МПа.

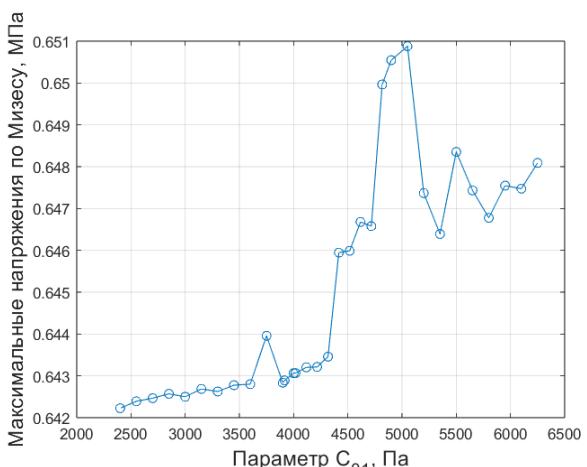
\* Wei, L. Influences of plaque eccentricity and composition on the stent-plaque-artery interaction during stent implantation / L. Wei, Q. Chen, Z. Li // Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. – 2019. – Т. 18, № 1. – С. 45-56.

# Результаты численного моделирования. Оценка влияния параметров

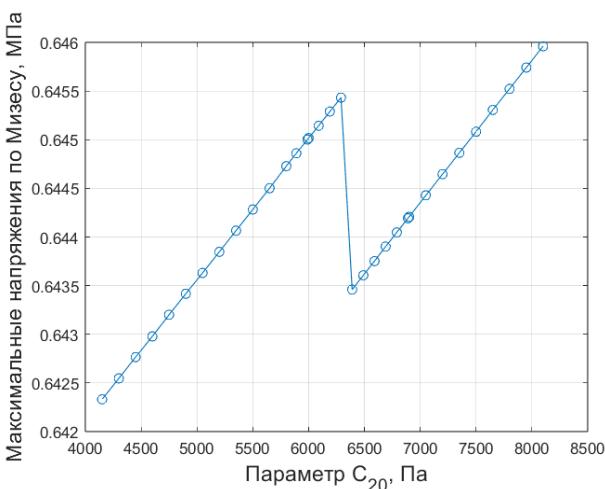
Параметр  $c_{10}$



Параметр  $c_{01}$



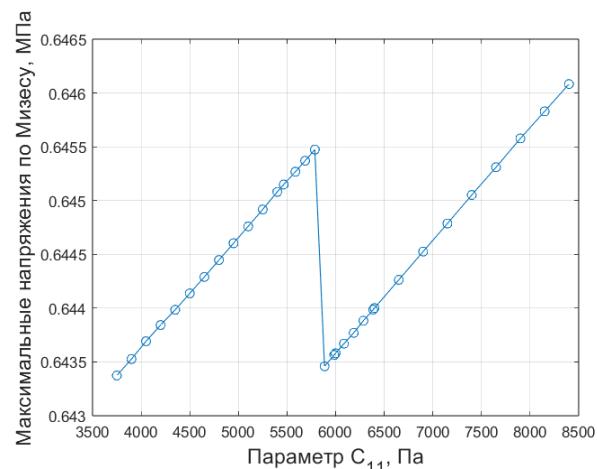
Параметр  $c_{20}$



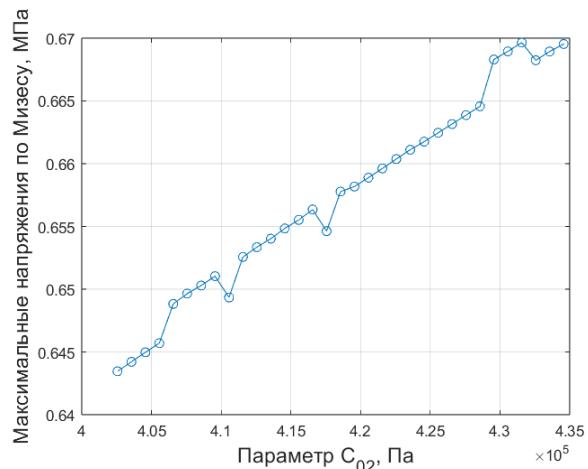
$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

# Результаты численного моделирования. Оценка влияния параметров

Параметр  $c_{11}$



Параметр  $c_{02}$



$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + \\ + \textcolor{brown}{c_{11}}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + \textcolor{teal}{c_{02}}(I_2 - 3)^2$$

**Выводы:** Наиболее сложное и нелинейное воздействие выявлено для параметров  $C_{10}$  и  $C_{01}$ , в то время как  $C_{20}$  и  $C_{11}$  демонстрируют линейную зависимость, осложненную резкими изменениями, связанными с переходом к другому механизму деформации. Параметр  $C_{02}$  оказывает монотонное положительное воздействие.

## Выводы

- Проанализированы особенности применения гиперупругих моделей материалов для описания механического поведения коронарных сосудов
- Особое внимание уделено моделированию стенок сосудов, пораженных атеросклерозом
- Для моделей Holzapfel Gasser-Ogden и Mooney- Rivlin дана оценка влияния ключевых параметров модели на механическое поведение сосуда

# Спасибо за внимание!

[antonova\\_ov@spbstu.ru](mailto:antonova_ov@spbstu.ru)