

Физически информированная нейронная сеть для оценки перепада давления при артериальных стенозах

Т.М. Гамилов^{1,2}, А. Ланге¹, А.А. Осипова¹, С.С. Симаков^{1,2,3}

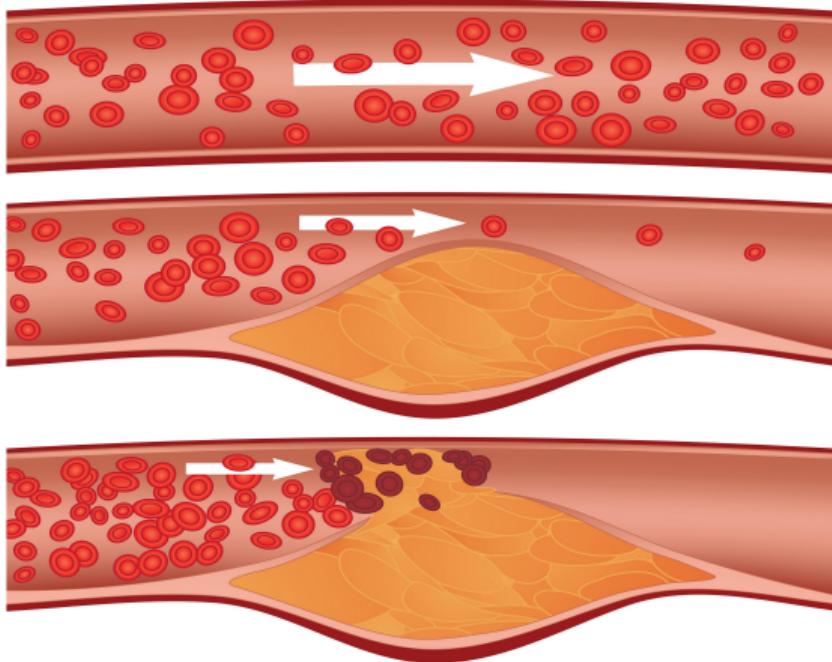
¹Первый МГМУ им. И.М. Сеченова

²ИВМ РАН

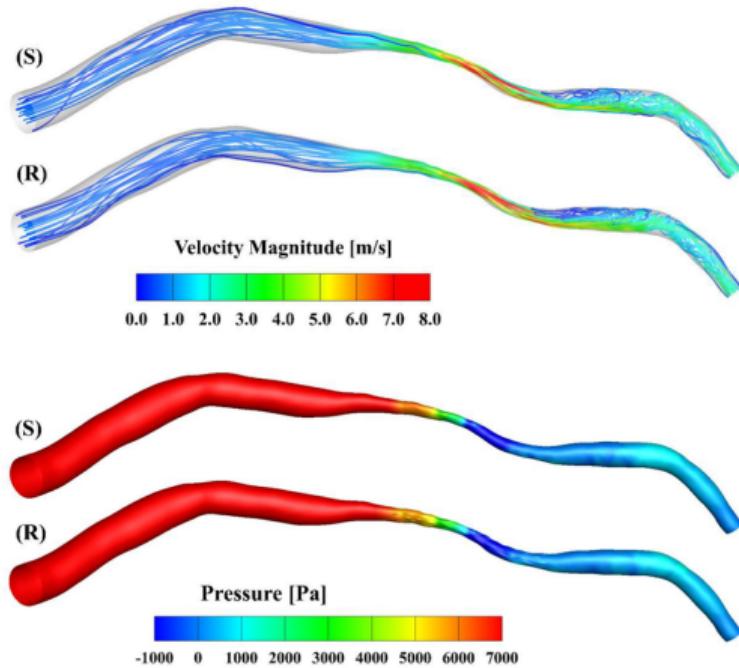
³МФТИ

Конференция "Математика в медицине" 2025

Актуальность



Атеросклероз: сужение просвета сосуда.



Вычислительная гидродинамика (CFD)

Цель исследования

Цель работы — создать модель PINN, способную быстро и корректно оценивать перепад давления по основным параметрам стеноза.

Мы стремились сочетать:

- достоверность CFD-симуляций;
- интерпретируемость физических закономерностей;
- корректность поведения нейросети на новых режимах течения;
- высокую скорость вычислений, которую обеспечивает нейросеть.

Проект опирается на разработку базы из 1620 CFD-расчётов и последующее обучение двух вариантов сети — классической и физически информированной.

CFD-постановка задачи

Стационарный поток несжимаемой ньютоновской жидкости в прямом сосуде со стенозом. Геометрия задаётся параметрами: радиус R_0 , минимальный радиус R_{st} , длина стеноза L_{st} , асимметрия стеноза α .

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}.$$

Границные условия:

- **Вход:** параболический профиль скорости $u_{in}(Re)$
- **Выход:** нулевое статическое давление $p = 0$.
- **Стенки:** условие прилипания $u=0$, стенки считаются жёсткими.

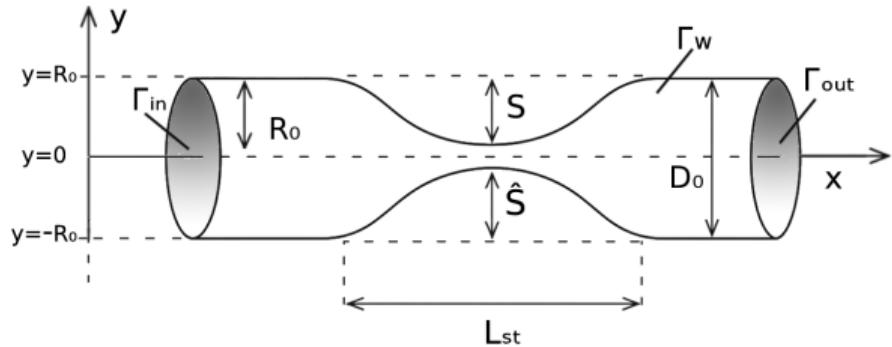


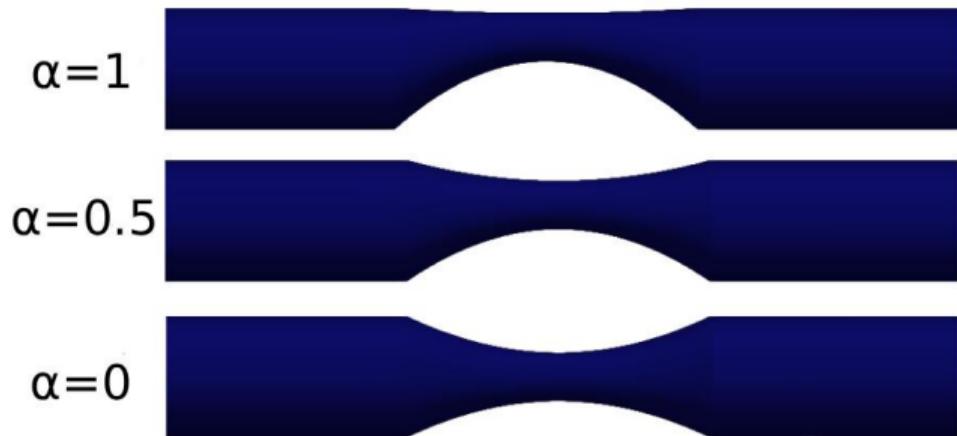
Схема расчетной области и параметры стеноза

CFD-база данных

Синтетическая база из 1620 симуляций была получена в **SimVascular** (геометрия, сетка, решение Навье–Стокса). Параметры стеноза и режима течения варьировались в широких диапазонах.

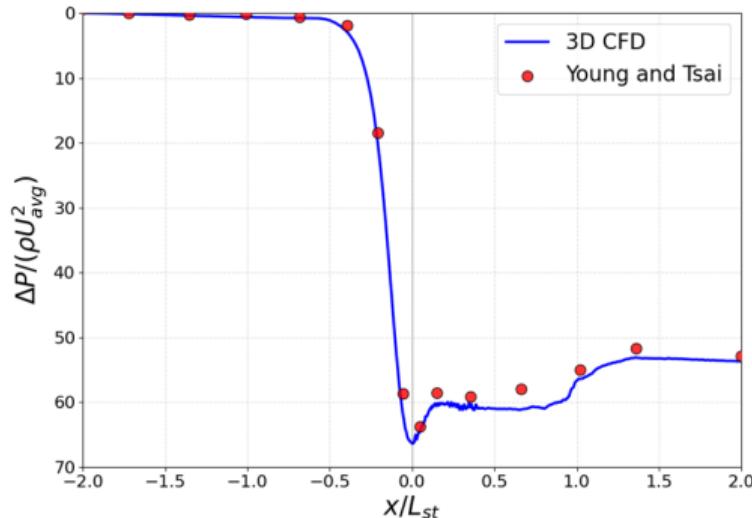
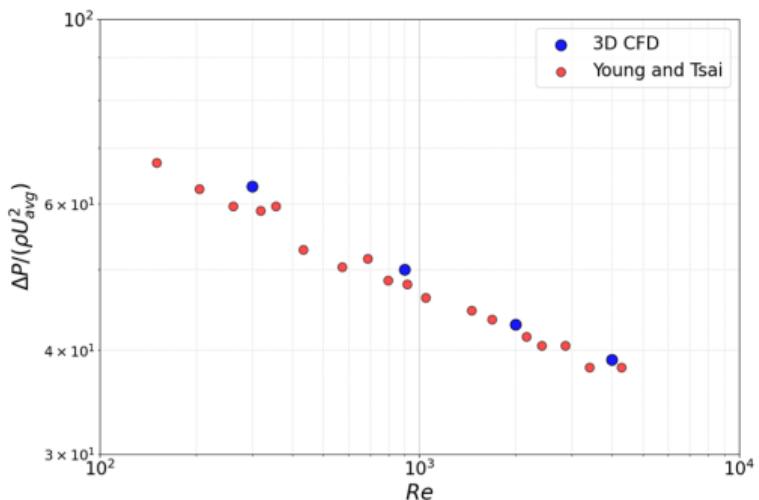
Параметр	Диапазон
Re	30–800
L_{st}/R_0	2.5–30
λ	0–80%
α	0, 0.5, 1

Где λ – степень стеноза по диаметру, вычисляется как $(1 - R_{st}/R_0)100\%$



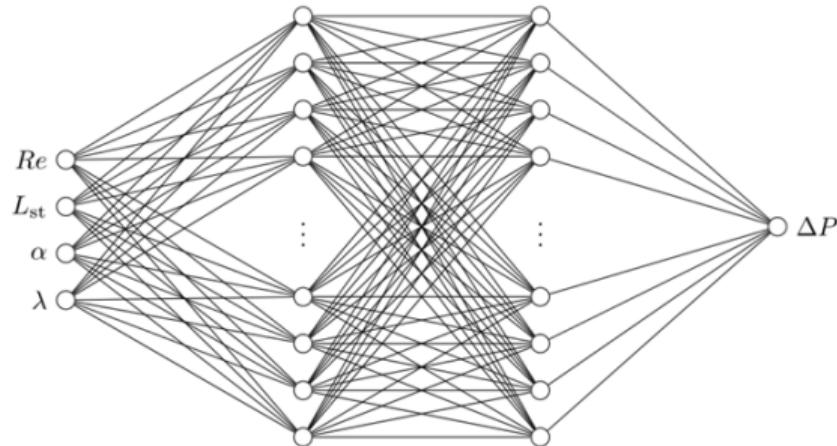
Валидация CFD: асимметричный случай

Для независимой проверки использованы эксперименты Young & Tsai (1973).
Перепад давления и профиль вдоль стенки совпадают, отклонение не превышает 5%.



Сравнение результатов: асимметричный случай

Архитектура



Структура нейронной сети:

- входной слой: Re , длина стеноза относительно зоровых радиусов L_{st}/R_0 , степень стеноза λ , асимметрия α ;
- два скрытых слоя по 16 нейронов каждый;
- функция активации скрытых слоёв — гиперболический тангенс;
- выходной слой из одного нейрона (предсказание ΔP).

Функции потерь FFNN и PINN

FFNN

Основная функция потерь:

$$\mathcal{L}_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta P_{\text{pred}}^{(i)} - \Delta P_{\text{true}}^{(i)})^2.$$

Особенности:

- учитывает только ошибку данных;
- не контролирует физическую корректность;
- чувствительна к экстраполяции.

PINN

Физические условия:

$$\Delta P \geq 0,$$

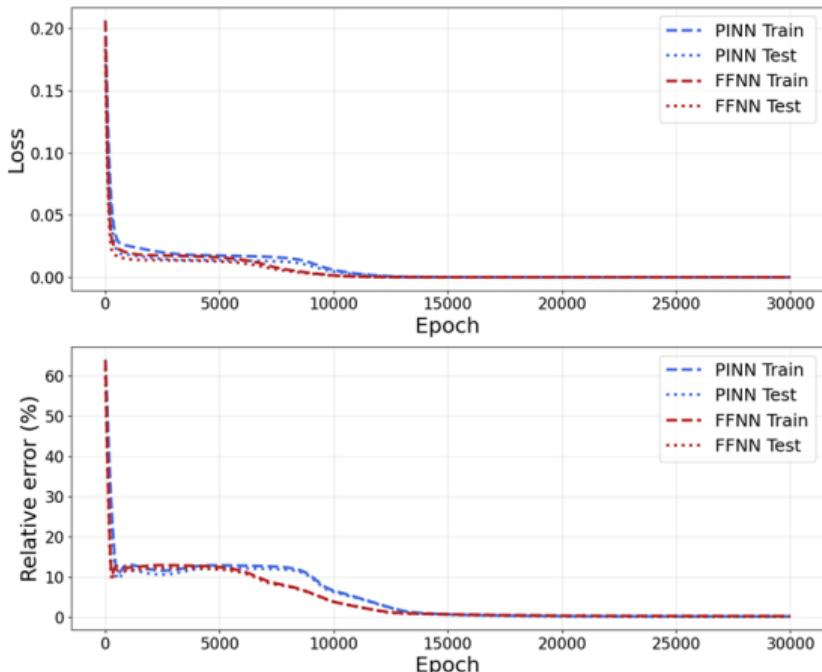
$$\frac{\partial \Delta P}{\partial Re} \geq 0, \quad \frac{\partial \Delta P}{\partial L_{st}} \geq 0,$$

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial \lambda} \geq 0, \quad \frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha} \geq 0.$$

PINN-лосс:

$$\mathcal{L}_{\text{PINN}} = \mathcal{L}_{\text{MSE}} + w_{\text{phys}} \mathcal{L}_{\text{phys}}, \quad w_{\text{phys}} = 0.001.$$

Процесс обучения



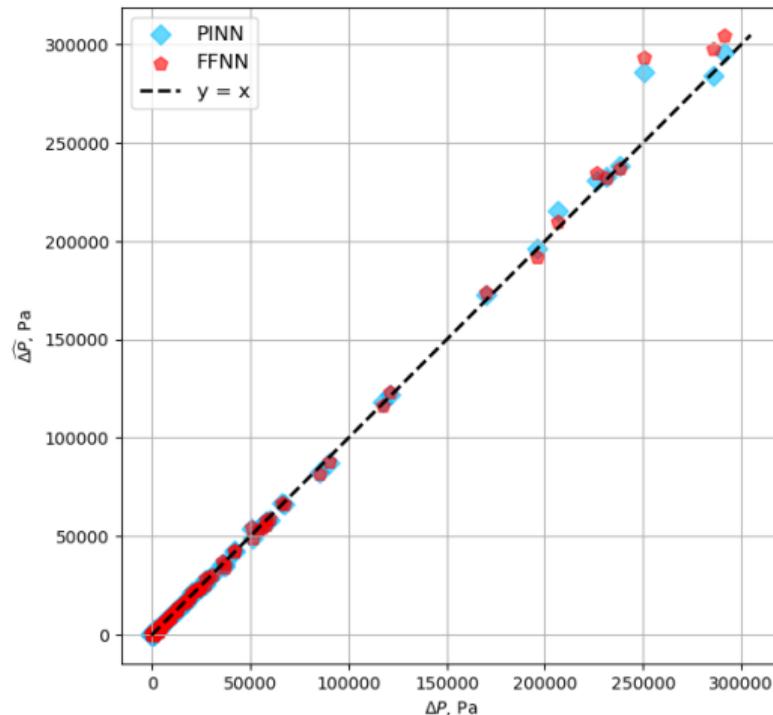
FFNN и PINN обучались в одинаковых условиях: 30 000 эпох, полный батч и оптимизатор Adam.

Логарифмическое масштабирование выходной величины снижало её разброс, а автодифференцирование использовалось для вычисления производных в физической части функции потерь. PINN сходится медленнее, но даёт более устойчивое и физически корректное поведение на новых режимах течения.

Результаты

Сравнение моделей на тестовой выборке показало высокую точность обеих сетей, однако PINN давала меньшие относительные ошибки и более устойчивое поведение.

Метрика	PINN	FFNN
R ²	0.9973	0.9956
WAPE	2.97%	4.36%
sMAPE	33.8%	44.5%
MAE/std(y)	0.91%	1.34%

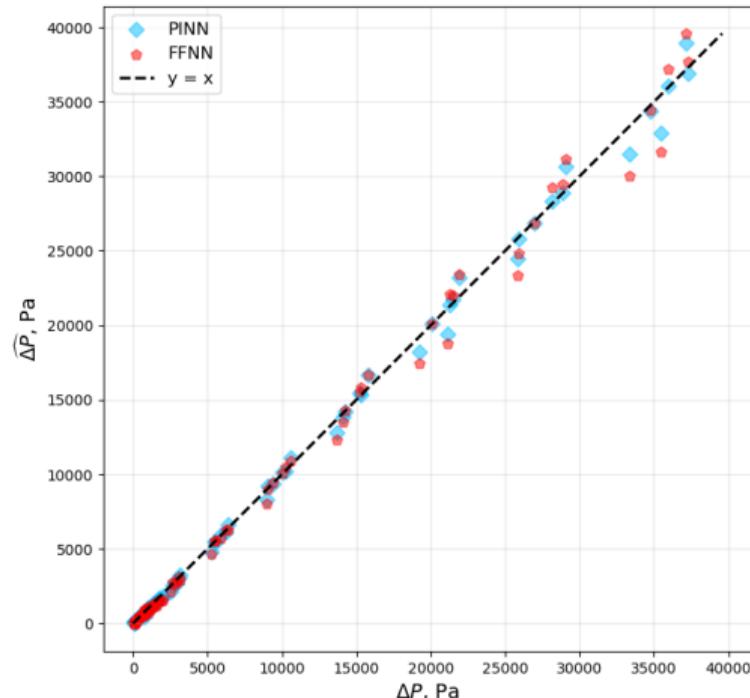


Сравнение истинных и предсказанных значений ΔP

Экстраполяция на новые стенозы

Для проверки обобщающей способности использовались стенозы с длинами $L_{st}/R = 4$ и 8 и степенями 33% и 66% , которые полностью отсутствовали в обучении и тестировании модели.

PINN уверенно экстраполировала на такие новые геометрии: её ошибки оставались в пределах $2\text{--}9\%$, тогда как FFNN допускала отклонения от 6 до 30% .



Экстраполяция на стенозы $4R$ и $8R$

Заключение

- PINN объединяет точность CFD и скорость нейросетей: физическая регуляризация обеспечивает корректные предсказания при изменении геометрии.
- Ограничения связаны со стационарным режимом и жёсткими стенками, однако модель показывает высокую точность даже при таких допущениях.
- Создана валидированная CFD-база и разработана PINN для оценки перепада давления.
- Перспективы: учёт пульсации, расширение геометрий, интеграция в 1D-модели кровотока.