

# Физически информированная нейронная сеть для оценки перепада давления при артериальных стенозах

Т.М. Гамилов<sup>1,2</sup>, А. Ланге<sup>1</sup>, А.А. Осипова<sup>1</sup>, С.С. Симаков<sup>1,2,3</sup>

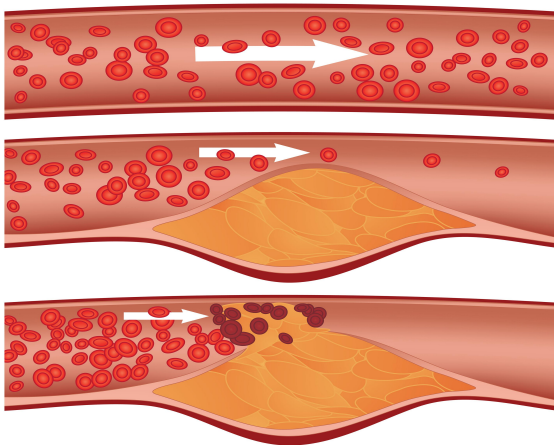
<sup>1</sup>Первый МГМУ им. И.М. Сеченова

<sup>2</sup>ИВМ РАН

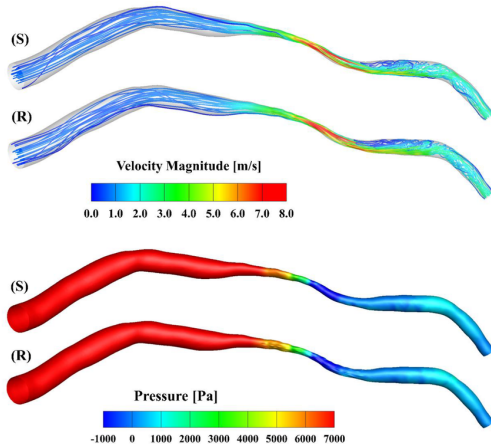
<sup>3</sup>МФТИ

Конференция "Математика в медицине" 2025

# Актуальность



Атеросклероз: сужение просвета сосуда.



Вычислительная гидродинамика (CFD)

## Цель исследования

---

Цель работы — создать модель PINN, способную быстро и корректно оценивать перепад давления по основным параметрам стеноза.

Мы стремились сочетать:

- достоверность CFD-симуляций;
- интерпретируемость физических закономерностей;
- корректность поведения нейросети на новых режимах течения;
- высокую скорость вычислений, которую обеспечивает нейросеть.

Проект опирается на разработку базы из 1620 CFD-расчётов и последующее обучение двух вариантов сети — классической и физически информированной.

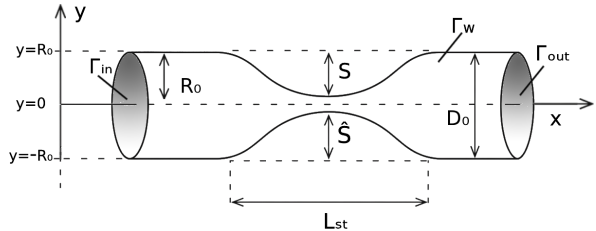
# CFD-постановка задачи

Стационарный поток несжимаемой ньютоновской жидкости в прямом сосуде со стенозом. Геометрия задаётся параметрами: радиус  $R_0$ , минимальный радиус  $R_{st}$ , длина стеноза  $L_{st}$ , асимметрия стеноза  $\alpha$ .

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}.$$

Граничные условия:

- **Вход:** параболический профиль скорости  $u_{in}(Re)$
- **Выход:** нулевое статическое давление  $p = 0$ .
- **Стенки:** условие прилипания  $\mathbf{u}=0$ , стенки считаются жёсткими.

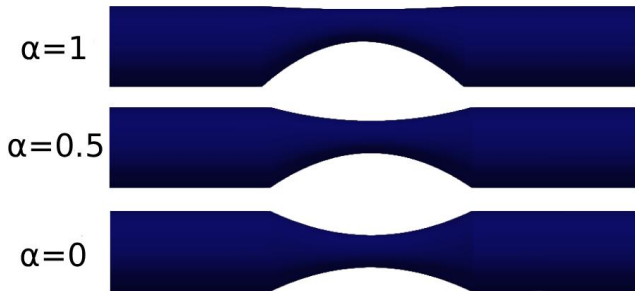


## CFD-база данных

Синтетическая база из 1620 симуляций была получена в **SimVascular** (геометрия, сетка, решение Навье–Стокса). Параметры стеноза и режима течения варьировались в широких диапазонах.

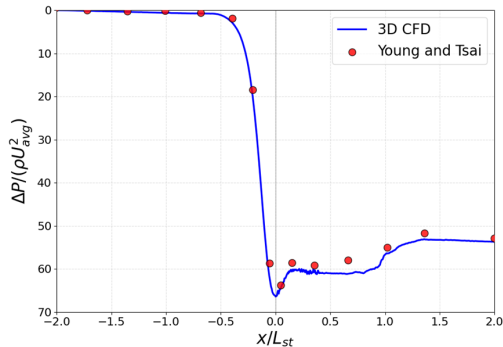
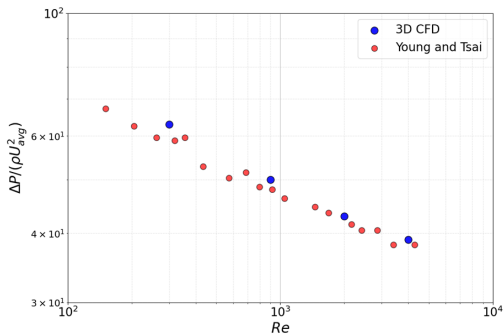
Параметр	Диапазон
Re	30–800
$L_{st}/R_0$	2.5–30
$\lambda$	0–80%
$\alpha$	0, 0.5, 1

Где  $\lambda$  – степень стеноза по диаметру, вычисляется как  $(1 - R_{st}/R_0)100\%$



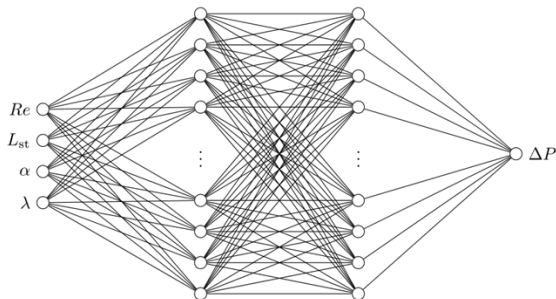
# Валидация CFD: асимметричный случай

Для независимой проверки использованы эксперименты Young & Tsai (1973).  
Перепад давления и профиль вдоль стенки совпадают, отклонение не превышает 5%.



Сравнение результатов: асимметричный случай

# Архитектура



## Структура нейронной сети:

- входной слой:  $Re$ , длина стеноза относительно зоровых радиусов  $L_{st}/R_0$ , степень стеноза  $\lambda$ , асимметрия  $\alpha$ ;
- два скрытых слоя по 16 нейронов каждый;
- функция активации скрытых слоёв — гиперболический тангенс;
- выходной слой из одного нейрона (предсказание  $\Delta P$ ).

# Функции потерь FFNN и PINN

---

## FFNN

Основная функция потерь:

$$\mathcal{L}_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta P_{\text{pred}}^{(i)} - \Delta P_{\text{true}}^{(i)})^2.$$

Особенности:

- учитывает только ошибку данных;
- не контролирует физическую корректность;
- чувствительна к экстраполяции.

## PINN

Физические условия:

$$\Delta P \geq 0,$$

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial Re} \geq 0, \quad \frac{\partial \Delta P}{\partial L_{st}} \geq 0,$$

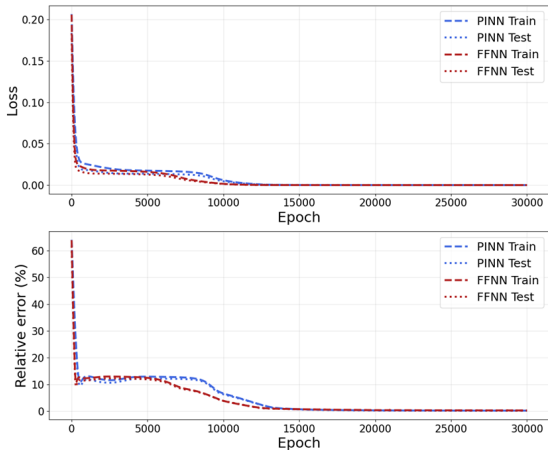
$$\frac{\partial \Delta P}{\partial \lambda} \geq 0, \quad \frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha} \geq 0.$$

PINN-лосс:

$$\mathcal{L}_{\text{PINN}} = \mathcal{L}_{\text{MSE}} + w_{\text{phys}} \mathcal{L}_{\text{phys}}, \quad w_{\text{phys}} = 0.001.$$



# Процесс обучения



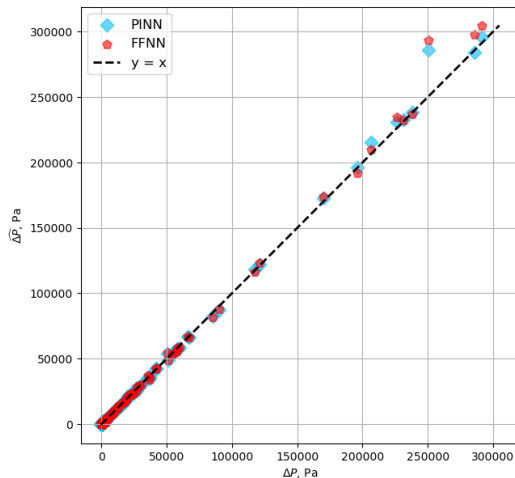
FFNN и PINN обучались в одинаковых условиях: 30 000 эпох, полный батч и оптимизатор Adam.

Логарифмическое масштабирование выходной величины снижало её разброс, а автодифференцирование использовалось для вычисления производных в физической части функции потерь. PINN сходится медленнее, но даёт более устойчивое и физически корректное поведение на новых режимах течения.

# Результаты

Сравнение моделей на тестовой выборке показало высокую точность обеих сетей, однако PINN давала меньшие относительные ошибки и более устойчивое поведение.

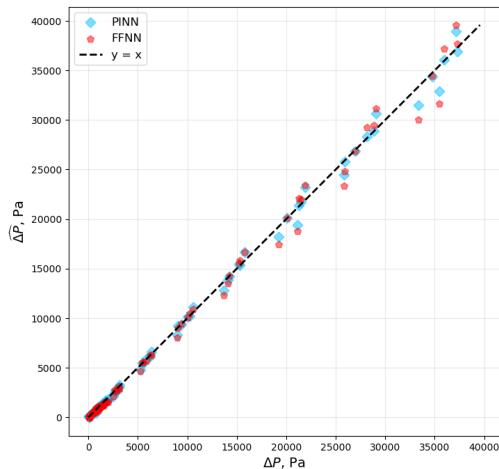
Метрика	PINN	FFNN
$R^2$	0.9973	0.9956
WAPE	2.97%	4.36%
sMAPE	33.8%	44.5%
MAE/std(y)	0.91%	1.34%



Сравнение истинных и предсказанных значений  $\Delta P$

# Экстраполяция на новые стенозы

Для проверки обобщающей способности использовались стенозы с длинами  $L_{st}/R = 4$  и 8 и степенями 33% и 66%, которые **полностью отсутствовали в обучении и тестировании модели**. PINN уверенно экстраполировала на такие новые геометрии: её ошибки оставались в пределах 2–9%, тогда как FFNN допускала отклонения от 6 до 30%.



Экстраполяция на стенозы 4R и 8R

# Заключение

---

- PINN объединяет точность CFD и скорость нейросетей: физическая регуляризация обеспечивает корректные предсказания при изменении геометрии.
- Ограничения связаны со стационарным режимом и жёсткими стенками, однако модель показывает высокую точность даже при таких допущениях.
- Создана валидированная CFD-база и разработана PINN для оценки перепада давления.
- Перспективы: учёт пульсации, расширение геометрий, интеграция в 1D-модели кровотока.