

УДК 519.634

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ БИОИМПЕДАНСНОЙ ДИАГНОСТИКИ<sup>1)</sup>

© 2012 г. Ю. В. Василевский\*, А. А. Данилов\*, Д. В. Николаев\*\*, С. Г. Руднев\*,  
В. Ю. Саламатова\*\*\*, А. В. Смирнов\*\*

(\* 119333 Москва, ул. Губкина, 8, Ин-т вычисл. матем. РАН;

\*\* 101000 Москва, Чистопрудный б-р, 12. ЗАО Научно-техн. центр “Медасс”;

\*\*\* 119333 Москва, ул. Губкина, 8, Научно-образовательный центр Ин-т вычисл. матем. РАН)  
e-mail: vasilevs@dodo.inm.ras.ru

Поступила в редакцию 12.05.2011 г.

Переработанный вариант 22.07.2011 г.

Определение пассивных электрических свойств биологических тканей является основой метода биоимпедансного анализа состава тела человека и ключевым условием для его развития. С помощью численного моделирования становится возможным решение задач о распределении электрического потенциала в гетерогенной среде. В данной работе на примере упрощенной модели туловища человека рассмотрены и реализованы основные этапы исследования задач биоимпедансного анализа в трехмерных областях с неоднородной проводимостью. Описаны методы построения расчетных сеток и схема конечно-элементной дискретизации уравнения, дан сравнительный анализ методов решения полученных систем линейных уравнений. Библ. 28. Фиг. 10. Табл. 3.

**Ключевые слова:** задачи биоимпедансной диагностики, конечно-элементный метод, краевая задача для уравнения Пуассона.

### ВВЕДЕНИЕ

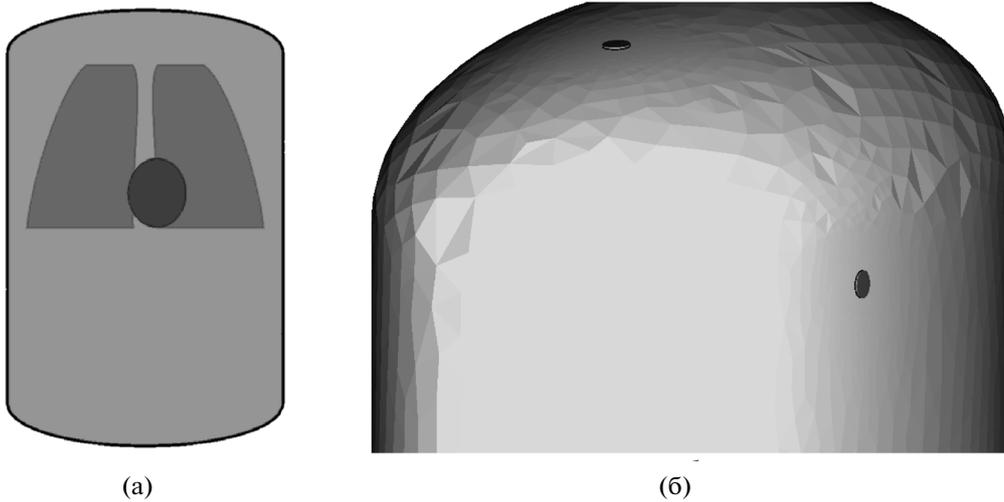
Биоимпедансный анализ основан на измерениях электрической проводимости тела человека и используется для оценки параметров компонентного состава тела, таких как жировая, тощая, клеточная и скелетно-мышечная масса, объем и распределение жидкости в организме. Расчеты полей плотности тока и потенциала, обосновывающие эффективность применения метода, как правило, основаны на предположении об однородной и изотропной проводимости тканей, а также о цилиндрической геометрии сегментов тела (см. [1], [2]).

Возможность повышения точности биоимпедансной диагностики связана с оптимизацией выбора расположения электродов относительно измеряемой области, а также частотного диапазона измерений и конструкции электродов. Одним из подходов к решению указанной задачи является построение и исследование математических моделей биоимпедансных измерений с реалистичным описанием геометрии тела и учетом неоднородной и анизотропной проводимости его внутренних органов и тканей. Достоверность получаемой информации может быть оценена путем сравнительного анализа значений поля чувствительности измерений в областях, служащих источником сигнала (см. [3]).

В отличие от электроимпедансной томографии, основной задачей которой является восстановление объемных диэлектрических свойств исследуемого объекта, в биоимпедансном анализе измеренные значения импеданса подставляются в соответствующие регрессионные формулы для оценки компонентного состава тела и последующего сопоставления полученных значений с популяционными нормами. В биоимпедансной спектроскопии встроенное программное обеспечение используется для мониторинга индексов гидратации тканей или анализа изменчивости параметров модели Коула-Коула, характеризующей взаимосвязь реактивной и активной составляющих импеданса в рассматриваемом частотном диапазоне измерений (область  $\beta$ -дисперсии)

<sup>1)</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 11-01-00971, 10-01-91055) и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России”. Работа печатается по материалам конференции NUMGRID2010 (Москва 11–13 октября 2010 г.).





**Фиг. 1.** Упрощенная геометрическая модель туловища человека. Сечение фронтальной плоскостью (а), круглые двуслойные электроды на поверхности модели (б).

[4]. Непосредственно в ходе диагностики ни прямые, ни обратные задачи, связанные с расчетами поля потенциала, не решаются. Необходимость решения уравнения Пуассона для электростатического потенциала и исследования полей чувствительности в настоящей работе связана с задачами обоснования практической применимости и повышения эффективности использования метода.

В работах [5], [6] на основе конечно-разностной модели грудной клетки высокого разрешения, построенной по данным магниторезонансной томографии, был исследован вклад импеданса легких в величину общего импеданса для различных конфигураций токовых и потенциальных электродов. Восемь электродов располагались в горизонтальной плоскости в верхней части грудной клетки, и оценивалось влияние анизотропии тканей на распределение функции чувствительности в рассматриваемой области. В других работах рассматривались схемы измерений, используемые в биоимпедансной кардиографии с подробной детализацией топографической анатомии сердца (см. [7]), исследованы методы измерения электрических полей в трехмерном представлении тела человека (см. [8]), разработана конечно-элементная модель абдоминальной области туловища для оценки содержания жировой ткани методом биоимпедансометрии (см. [9]). В России для анализа областей чувствительности биоимпедансных измерений использовались двумерные модели электрической проводимости тела (см. [10], [11]).

В данной работе на примере упрощенной (цилиндрической) модели туловища человека реализованы основные этапы исследования задач биоимпедансного анализа в трехмерных областях с неоднородной проводимостью. Создание конечно-элементных моделей на основе автоматически построенных неструктурированных тетраэдральных сеток не зависит от конфигурации рассматриваемой геометрической области. Таким образом, предложенные методы могут быть использованы для моделирования биоимпедансных измерений на основе реалистичной трехмерной модели тела человека, включающей описание основных органов и тканей, что является следующим шагом в разработке конечно-элементной модели тела человека как проводящей гетерогенной структуры.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БИОИМПЕДАНСНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве геометрической модели туловища человека рассматривается вертикальный цилиндр эллиптического сечения, ограниченный сверху и снизу эллипсоидами. Модель содержит встроенные “элементы”, имитирующие размеры и свойства следующих тканей и органов: поверхностный кожно-жировой слой, сердце, правое и левое легкие и “остаток”, расположенный вне перечисленных элементов в указанном объеме (см. фиг. 1).

На поверхности цилиндра задается положение электродной системы. Предполагается, что электроды плотно прилегают в области контакта и не искажают форму поверхности цилиндра (см. фиг. 1б). Электроды представляют собой многослойные объекты. На внешнем слое электро-

да в участке контакта электрода с кабелем измерительного прибора задается граничное условие в виде постоянной плотности тока вдоль нормали к поверхности контакта.

Предполагая, что внешние электромагнитные поля незначительны, из уравнения сохранения электрического заряда и закона Ома в дифференциальной форме запишем уравнение Пуассона для поля электрического потенциала (в обобщенной формулировке оно может быть использовано для кусочно-однородных диэлектрических сред):

$$\operatorname{div}(\mathbf{C}\nabla U) = 0 \quad \text{в } \Omega \tag{1}$$

с граничными условиями

$$(\mathbf{J}, \mathbf{n}) = I_{\pm}/S_0 \quad \text{на } \Gamma_{\pm}, \tag{2}$$

$$(\mathbf{J}, \mathbf{n}) = 0 \quad \text{на } \partial\Gamma \setminus \Gamma_{\pm}, \tag{3}$$

$$U(x_0, y_0, z_0) = 0, \tag{4}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{C}\nabla U, \tag{5}$$

где  $\Omega$  — исследуемая область,  $\partial\Omega$  — граничная поверхность данной области,  $\Gamma_{\pm}$  — область контакта провода токовых электродов,  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к граничной поверхности тела,  $U$  — потенциал,  $\mathbf{C}$  — тензор электрической проводимости,  $\mathbf{J}$  — плотность тока,  $I_{\pm}$  — величина зондирующего тока,  $S_0$  — площадь контакта электрода. Уравнение (1) описывает распределение электрического тока в среде с неоднородными коэффициентами проводимости  $\mathbf{C}$ . Уравнение (2) задает фиксированную плотность тока на контактных поверхностях электродов. Однородные условия Неймана (3) на границе заданы в предположении, что электрический ток не распространяется во внешней среде. Единственность решения задачи гарантируется соотношением (4), где  $(x_0, y_0, z_0)$  — некоторая точка области  $\Omega$ .

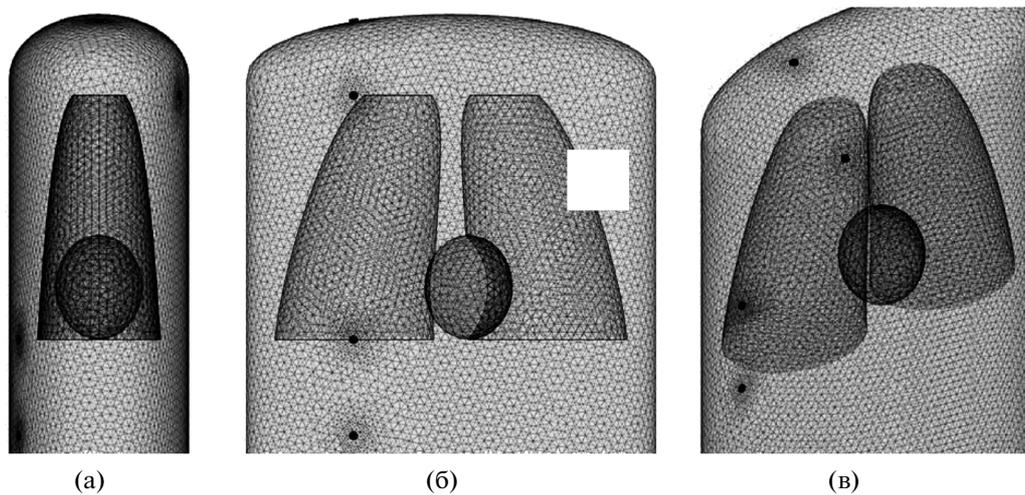
В случае переменного электрического тока синусоидальной формы удобно вместо сопротивления использовать величину электрического импеданса, характеризующую одновременно и проводящие, и емкостные свойства биологических тканей. Отметим, что закон Ома и уравнение (1) остаются верными при замене обычной электрической проводимости на полную комплексную проводимость (см. [2]). Предполагаем, что электрическая проводимость является кусочно-постоянной величиной и меняется при переходе от одного органа к другому. В частности, для изотропного материала матрица тензора электрической проводимости имеет диагональный вид  $\mathbf{C} = \operatorname{diag}(\sigma, \sigma, \sigma)$ ,  $\sigma = \sigma' + i\sigma''$ . Некоторые ткани (например, мышцы и нервные волокна) обладают анизотропной проводимостью. Таким образом, в общем случае тензор проводимости  $\mathbf{C}$  является комплексным, кусочно-постоянным, полным, симметричным, возможно анизотропным. Потенциал  $U$  и плотность тока  $\mathbf{J}$  также являются комплексными величинами.

Уравнение (1) с комплексными коэффициентами можно представить в виде системы двух дифференциальных уравнений в частных производных с вещественными коэффициентами. Для этого проводимость и потенциал запишем в виде  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_R + i\mathbf{C}_I$ ,  $U = U_R + iU_I$ . После эквивалентных преобразований уравнение (1) принимает вид

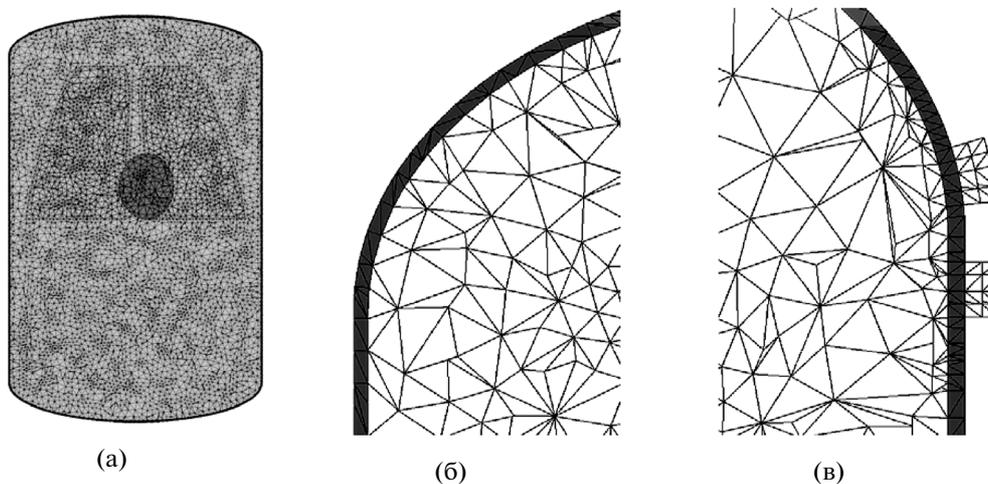
$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{C}_R\nabla U_R) - \operatorname{div}(\mathbf{C}_I\nabla U_I) &= 0 \quad \text{в } \Omega, \\ \operatorname{div}(\mathbf{C}_R\nabla U_I) + \operatorname{div}(\mathbf{C}_I\nabla U_R) &= 0 \quad \text{в } \Omega. \end{aligned} \tag{6}$$

При решении задачи об оценке гидратации правого легкого к упрощенной модели туловища добавлены по два токовых и потенциальных электрода (см. фиг. 2). Одна пара электродов расположена в верхней части, а вторая — в нижней части модели туловища с обратной стороны, при этом токовые электроды расположены дальше друг от друга (соответственно выше и ниже).

Геометрическая модель туловища описывается набором аналитических уравнений, задающих криволинейные границы внутренних органов и внешней поверхности тела. Для построения расчетной сетки использован комплекс программ, реализованный на основе библиотеки aniAFT из пакета программ Ani3D (см. [13], [14]), находящегося в открытом доступе (<http://sourceforge.net/projects/ani3d>). С помощью алгоритма продвигаемого фронта получена неструктурированная треугольная сетка на поверхности тела и на границах внутренних органов. Для построе-



**Фиг. 2.** Положение электродов в задаче о гидратации правого легкого (а) – в боковой, (б) – фронтальной, (в) – косой проекциях.



**Фиг. 3.** Расчетная тетраэдральная сетка для упрощенной модели туловища (а). Разрез тетраэдральных сеток для слоя кожи (б) и многослойных электродов (в).

ния тетраэдральной сетки применен гибридный метод на основе алгоритма продвигаемого фронта и метода тетраэдризации Делоне. С помощью библиотеки `aniMBA` из пакета `Ani3D` эта сетка была модифицирована для улучшения качества ее элементов. На завершающем этапе к сетке добавлены слой треугольных призматических элементов на поверхности модели для дискретизации кожного покрова и локальные слои призм для многослойных электродов. Каждая из призм после этого разбита на три тетраэдра с сохранением общей конформности сетки. При максимальном шаге сетки 8 мм количество элементов в построенной сетке достигает 400 тысяч, при максимальном шаге 16 мм количество элементов – 68 тысяч. Пример построенной расчетной сетки показан на фиг. 3.

При проведении расчетов каждому элементу модели в соответствии с табл. 1 присваивались значения вещественной части электрической проводимости, а проводимость остатка варьировалась в пределах суммарной проводимости мышечной, жировой и костной тканей, характерной для индивидов с различным соотношением жировой и мышечной ткани.

Для численного решения системы уравнений (6) с граничными условиями (2)–(5) используется метод конечных элементов с кусочно-линейными базисными функциями. Перепишем

**Таблица 1.** Значения комплексной проводимости  $\sigma = \sigma' + i\sigma''$  тканей и электродов в упрощенной модели туловища для разных частот измерений (см. [12])

Элемент модели	Частота 5 кГц		Частота 50 кГц	
	$\sigma'$ , см/м	$\sigma''$ , см/м	$\sigma'$ , см/м	$\sigma''$ , см/м
Кожа	0.0015	0.002	0.03	0.05
Сердце	0.13665	0.0356	0.19543	0.047215
Легкие	0.23484	0.0183	0.26197	0.02372
Остаток	0.10–0.12	0.0045–0.0055	0.11–0.13	0.007–0.009
Контактный слой электрода	0.9	0.01	0.9	0.01
Внешний слой электрода	10	0	10	0

уравнения (2), (3), (5), (6) в слабой постановке: найти  $U_R, U_I$  из соболевского пространства  $W_2^1(\Omega)$ , удовлетворяющие тождествам

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}_R \nabla U_R \nabla V d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{C}_I \nabla U_I \nabla V d\Omega - \int_{\Gamma_{\pm}} V \operatorname{Re} I_{\pm} / S_0 d\Gamma = 0,$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}_R \nabla U_I \nabla V d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{C}_I \nabla U_R \nabla V d\Omega - \int_{\Gamma_{\pm}} V \operatorname{Im} I_{\pm} / S_0 d\Gamma = 0$$

для любых  $V$  из  $W_2^1(\Omega)$ . Рассмотрим конечно-элементное подпространство  $W_{2,h}^1(\Omega)$  пространства  $W_2^1(\Omega)$ , состоящее из непрерывных, линейных в каждом тетраэдре сетки функций, равных нулю в некотором узле сетки  $(x_0, y_0, z_0)$ . Замена в слабой постановке пространства  $W_2^1(\Omega)$  на подпространство  $W_{2,h}^1(\Omega)$  порождает систему линейных алгебраических уравнений вида

$$A_R U_R - A_I U_I = F_R, \quad A_I U_R + A_R U_I = F_I, \tag{7}$$

которая решается итерационным методом, описанным в следующем разделе. Дискретизация уравнений (6) осуществлена с помощью библиотеки aniFEM пакета Ani3D (см. [15], [16]).

## 2. РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТИЗОВАННОЙ ЗАДАЧИ

Матрица системы уравнений (7) не вырождена, поэтому система имеет единственное решение. Поскольку размерность системы может быть достаточно большой, а структура разреженности матрицы порождена дискретизациями на трехмерных сетках, использование прямых методов разреженной факторизации не представляется целесообразным. Нами были рассмотрены два итерационных метода решения систем с несимметричными матрицами: обобщенный метод минимальных невязок (GMRES) и стабилизированный метод бисопряженных градиентов (BiCGstab). Переобуславливание матрицы системы обеспечивает приемлемую скорость сходимости. Были исследованы оба итерационных метода и несколько переобуславливателей, предлагаемых библиотекой SPARSKIT и библиотекой aniILU пакета Ani3D. Критерием остановки решения системы линейных уравнений было выбрано достижение относительной нормы невязки  $10^{-9}$  при нулевом начальном приближении. Такая точность обусловлена тем, что вблизи токовых электродов наблюдаются зоны с большими значениями градиента решения, и амплитуда численного решения оказывается на несколько порядков больше разности потенциалов на измерительных электродах. При использовании более слабого критерия остановки итерационного процесса наблюдались значительные колебания контрольных значений импеданса между измерительными электродами. При решении учитывалось как количество итераций, так и общее время решения системы линейных уравнений. Количество итераций важно для анализа вычислительной работы, затраченной на решение систем.

В табл. 2 приводится сравнение некоторых комбинаций итерационных методов и переобуславливателей:  $ilu(0)$  – неполное LU-разложение,  $ilut$  – двухпороговое неполное LU-разложение (см. [17]),  $ilu2$  – неполное LU-разложение второго порядка (см. [18]). Параметры для переобуславливателей  $ilut$  и  $ilu2$  выбирались с целью минимизации общего времени решения системы с

**Таблица 2.** Сравнительный анализ методов минимальных невязок и бисопряженных градиентов ( $h$  – шаг сетки,  $N$  – количество неизвестных в системе линейных уравнений,  $N_{it}$  – количество итераций)

Вещественная проводимость ( $\sigma = \sigma'$ )									
$h$ , мм	$N$	GMRES + ilu(0)		GMRES + ilut		GMRES + ilu2		BiCGstab + ilu2	
		$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с
16	27184	87	0.820	59	0.488	35	0.468	25	0.452
12	54032	107	2.492	76	1.556	47	1.384	33	1.092
8	153302	163	14.789	77	4.576	72	4.324	57	4.500
Комплексная проводимость ( $\sigma = \sigma' + i\sigma''$ )									
$h$ , мм	$N$	GMRES + ilu(0)		GMRES + ilut		GMRES + ilu2		BiCGstab + ilu2	
		$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с	$N_{it}$	$t$ , с
16	27184	143	1.544	286	5.368	58	0.824	61	0.800
12	54032	171	4.296	385	16.029	78	2.600	84	2.092
8	153302	263	24.033	346	35.962	125	8.445	139	10.005

комплексной проводимостью на самой мелкой сетке. Для *ilut* эти параметры равны  $\tau = 0.01$ ,  $l_{fil} = 30$ . Для *ilu2* эти параметры равны  $\tau_1 = 0.01$ ,  $\tau_2 = 0.001$ . При использовании не вошедших в таблицу переобуславливателей *ilu(1)* и *ilu(2)* – неполное LU-разложение с одним и двумя уровнями заполнения соответственно – количество итераций меньше, однако общее время решения с *ilu(1)* сопоставимо с *ilu(0)*, а с *ilu(2)* значительно больше всех протестированных переобуславливателей. Переобуславливатель *ilut* показывает хорошие результаты для симметричных матриц в случае вещественной проводимости и ведет себя значительно хуже в случае несимметричных матриц, порожденных комплексными проводимостями. Переобуславливатель *ilu2* значительно сокращает время решения в обоих случаях. Зависимость от итерационного метода решения незначительна, GMRES несколько быстрее BiCGstab. Комбинация GMRES+ilu2 дает лучшие результаты в проведенной серии экспериментов. При этом время формирования треугольных множителей составляет от 26% до 58% от общего времени решения системы. Отметим, что сравнительный анализ методов был выполнен на достаточно грубых расчетных сетках. Далее в статье будет рассмотрен пример расчетной сетки для туловища человека с внутренними органами, содержащей 130 тыс. вершин. Более точные геометрические модели для всего тела потребуют больших вычислительных ресурсов для решения систем линейных уравнений, однако представляется, что они могут быть успешно решены без применения параллельных вычислений.

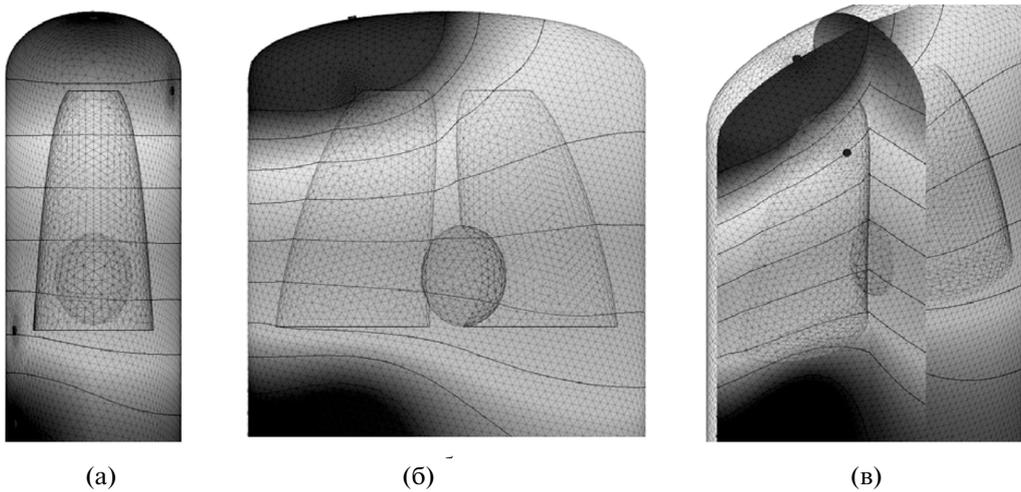
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Численное моделирование распределения поля потенциала (см. фиг. 4) для рассматриваемой упрощенной геометрической модели туловища показало, что наибольший градиент поля наблюдается вблизи токовых электродов (см. фиг. 5). Вследствие этого для повышения точности численного решения сетка сгущается в областях с большим градиентом поля.

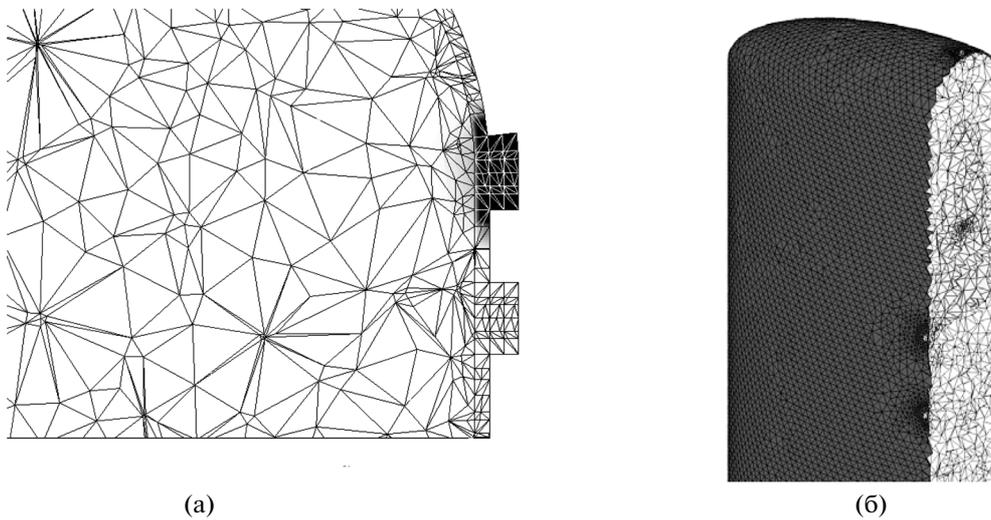
Важной характеристикой решения рассматриваемой задачи является функция чувствительности  $S$  биоимпедансных измерений, которая характеризует вклад в измеренное значение импеданса различных подобластей  $V$  рассматриваемой области  $\Omega$  (см. [1], [3]):

$$S = (\mathbf{J}_{cc}, \mathbf{J}_{rec}), \quad \Delta U = \int_V S(x, y, z) \Delta \rho(x, y, z) dV, \quad (8)$$

где  $\mathbf{J}_{cc} = \mathbf{J}/I$  – относительная плотность тока при данных токовых электродах,  $I$  – величина зондирующего тока;  $\mathbf{J}_{rec} = \mathbf{J}_2/I$ , где  $\mathbf{J}_2$  – плотность тока, полученная при инверсии токовых и измерительных цепей,  $\Delta U$  – изменение разницы потенциалов на измерительных электродах;  $\Delta \rho$  – изменение удельного сопротивления. Из (8) следует, что при прочих равных условиях области с большими по модулю значениями функции чувствительности дают больший вклад в изменение напряжения на потенциальных электродах.



**Фиг. 4.** Распределение поля потенциала в осевых сечениях; боковой (а) и фронтальной (б) плоскостями; (в) — значения поля потенциала в указанных плоскостях в трехмерном представлении модели туловища. Моделирование измерений на частоте 50 кГц на правой стороне тела.

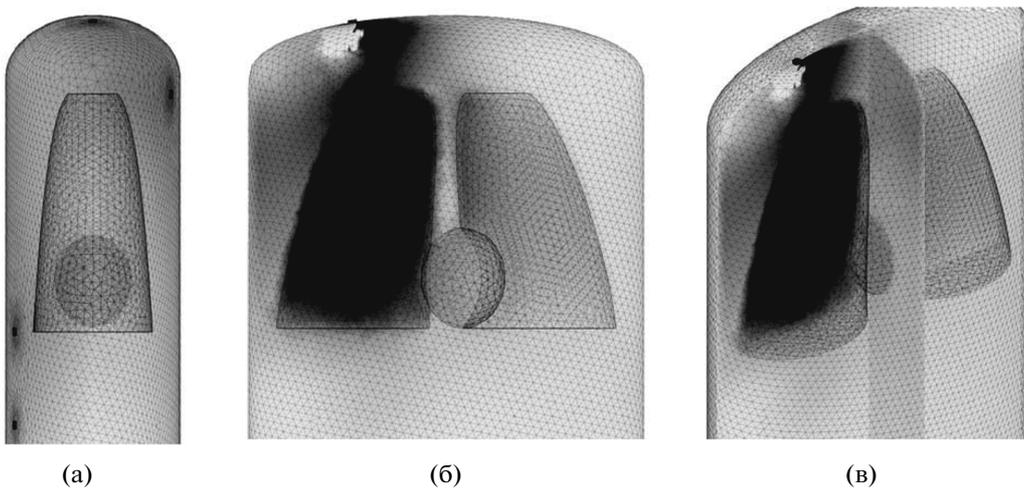


**Фиг. 5.** Распределение поля потенциала вблизи токовых электродов (а); автоматическое сгущение расчетной сетки на поверхности к особенностям решения (б).

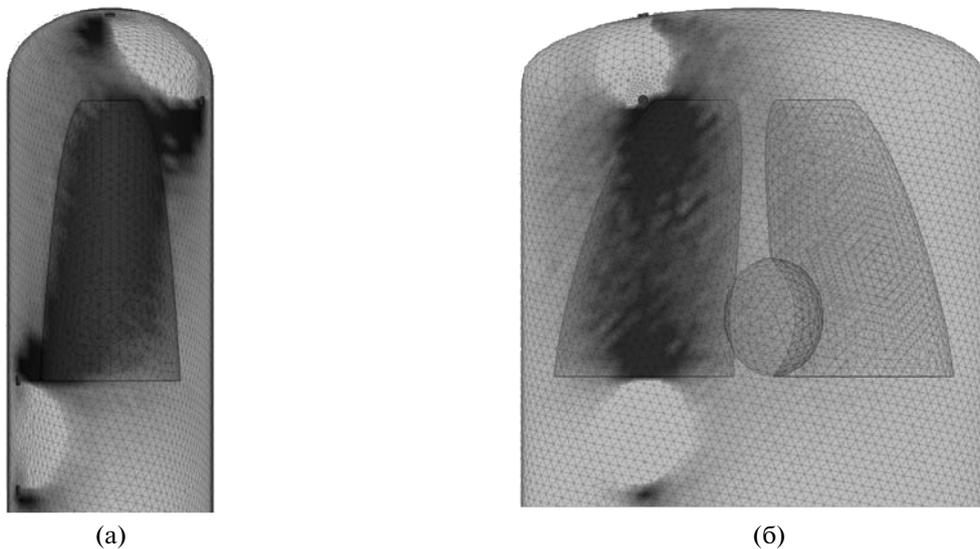
Результаты расчетов функции чувствительности при моделировании биоимпедансных измерений на частоте 50 кГц в сечениях вдоль осей симметрии боковой (а) и фронтальной (б) плоскостями показаны на фиг. 6, а на фиг. 7 приведены интегральные проекции функции чувствительности, представляющие собой интеграл от указанной функции вдоль отрезков геометрической модели тела, ортогональных координатным плоскостям. При этом предполагалось, что проводимость имеет только активную составляющую.

Из фиг. 6, 7 следует, что для рассматриваемой правосторонней схемы измерений значительная часть области с высокими значениями функции чувствительности сосредоточена в правом легком.

Расчетные значения вклада различных органов и тканей в функцию чувствительности для различных схем, частот измерений и значений проводимости “остатка” показаны в табл. 3. Из таблицы видно, что биоимпедансные измерения, выполненные на правой стороне тела на частотах 5 и 50 кГц, дают близкие значения вклада правого легкого в функцию чувствительности (48.5 и 48.3% соответственно). Для рассматриваемой модели туловища доля информации, получаемой из правого легкого при правосторонней схеме измерений, оказалась несколько выше по



**Фиг. 6.** Распределение функции чувствительности в осевых сечениях боковой (а) и фронтальной (б) плоскостями; (в) — значения функции чувствительности в указанных плоскостях в трехмерном представлении модели туловища. Моделирование измерений на частоте 50 кГц на правой стороне тела.



**Фиг. 7.** Интегральная проекция функции чувствительности на боковую (а) и фронтальную (б) плоскости. Моделирование измерений на частоте 50 кГц на правой стороне тела.

сравнению с таковой из левого легкого при левосторонней схеме измерений (в среднем на 2%), что частично объясняется асимметричным положением сердца. Вместе с тем, значительный вклад в функцию чувствительности при указанных схемах измерения дают окружающие легкие ткани (верхняя половина “остатка”), так что изменения электрической проводимости в этой области могут существенно влиять на получаемую оценку гидратации легких. Из табл. 3 также следует, что кожа, сердце, нижняя половина “остатка” и противоположное легкое в совокупности дают сравнительно небольшой вклад в функцию чувствительности (около 15%). Отметим, что дальнейшее измельчение сетки практически не меняет интегральных значений чувствительности, и, следовательно, нет дополнительной необходимости измельчения расчетной сетки вблизи электродов в областях с наибольшим градиентом потенциального поля.

На фиг. 6, 7 между участками крепления токовых и потенциальных электродов видны зоны отрицательной чувствительности (светлые области на указанных рисунках). На возможные искажения результатов биоимпедансных измерений за счет характеристик проводящих тканей таких областей в литературе обращают внимание достаточно редко (см. [1]). На фиг. 8 темным цветом

**Таблица 3.** Сравнительный вклад в функцию чувствительности различных органов и тканей для разных схем, частот измерений и значений проводимости “остатка”

Элемент модели	Частота 5 кГц				Частота 50 кГц			
	правое легкое*	левое легкое*	min**	max**	правое легкое*	левое легкое*	min**	max**
Кожа	-0.12	0.10	-0.13	-0.11	0.45	0.71	0.48	0.41
Сердце	1.03	1.63	1.05	1.01	1.46	2.32	1.47	1.44
Правое легкое	48.48	10.07	51.23	45.87	48.29	9.95	50.70	46.00
Левое легкое	9.22	46.55	9.44	8.97	9.15	46.28	9.35	8.93
Верхняя половина “остатка”	37.17	37.43	34.43	39.82	35.98	36.08	33.51	38.37
Нижняя половина “остатка”	4.21	4.21	3.98	4.43	4.67	4.65	4.49	4.85

\* Измерения правого и левого легкого соответственно при средних значениях проводимости “остатка”.  
 \*\* Измерения правого легкого при минимальных и максимальных значениях проводимости “остатка”.

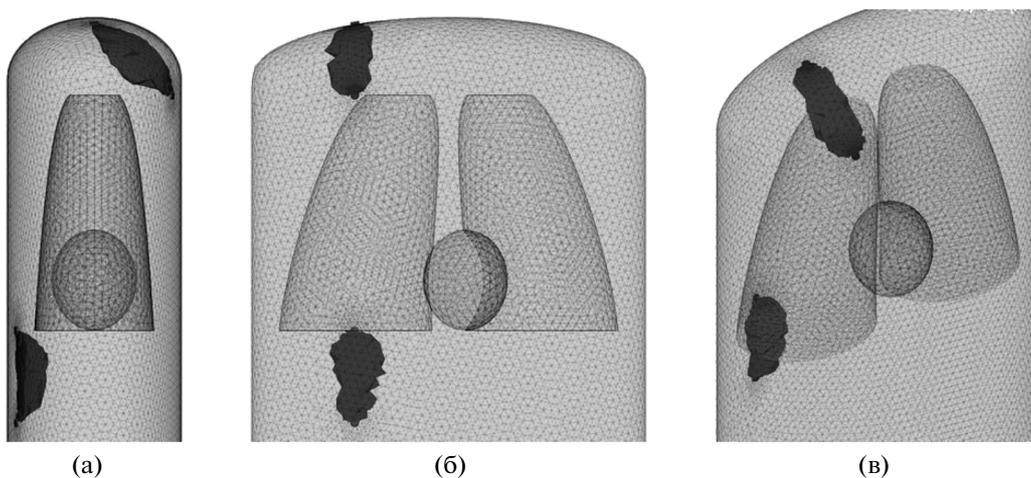
выделена конфигурация областей отрицательной чувствительности для упрощенной модели туловища при моделировании измерений на частоте 5 кГц.

В нашем примере верхняя зона отрицательной чувствительности включает приповерхностные ткани в области ключицы. В реальных условиях ее вариативность обуславливается конфигурацией надключичной ямки и подкожного жирового слоя. Нижняя зона отрицательной чувствительности находится в нижней части спины и ограничена сравнительно плоской поверхностью. Индивидуальные различия толщины жирового слоя в этой области сравнительно велики и также могут вносить искажения в результаты оценки гидратации легкого.

Расчетное положение областей отрицательной чувствительности для рассматриваемых модели туловища и схемы измерений соответствует клиническому наблюдению, согласно которому наличие гидроторакса (т.е. скопление жидкости в плевральной полости) дает заниженную биоимпедансную оценку гидратации легких даже при выраженном отеке легких – эффект “высохшего легкого” (см. [19]).

#### 4. КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА

В развитии данного исследования планируется реализация математической модели биоимпедансных измерений на реалистичной геометрической модели тела человека. Рассмотрим основные звенья технологической цепочки построения соответствующей конечно-элементной модели.



**Фиг. 8.** Конфигурация аномальных зон (областей отрицательной чувствительности) для упрощенной модели туловища и частоты измерений 5 кГц.

Национальной медицинской библиотекой США реализован проект Visible Human Project по созданию базы данных изображений анатомических и КТ-срезов тел мужчины и женщины ([http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible\\_human.html](http://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible_human.html)). На основе данного проекта разрабатываются технологии обработки плоских изображений для реконструкции пространственной структуры объектов (и в том числе трехмерной геометрии тела человека), такие как Amira (<http://www.amiravis.com>), Mimics (<http://www.materialise.com>) и ITK-SNAP (<http://itk-snap.org>). В продолжение настоящей работы предлагается использовать КТ-срезы Visible Human Project для сегментации внутренних органов и тканей с помощью пакета ITK-SNAP.

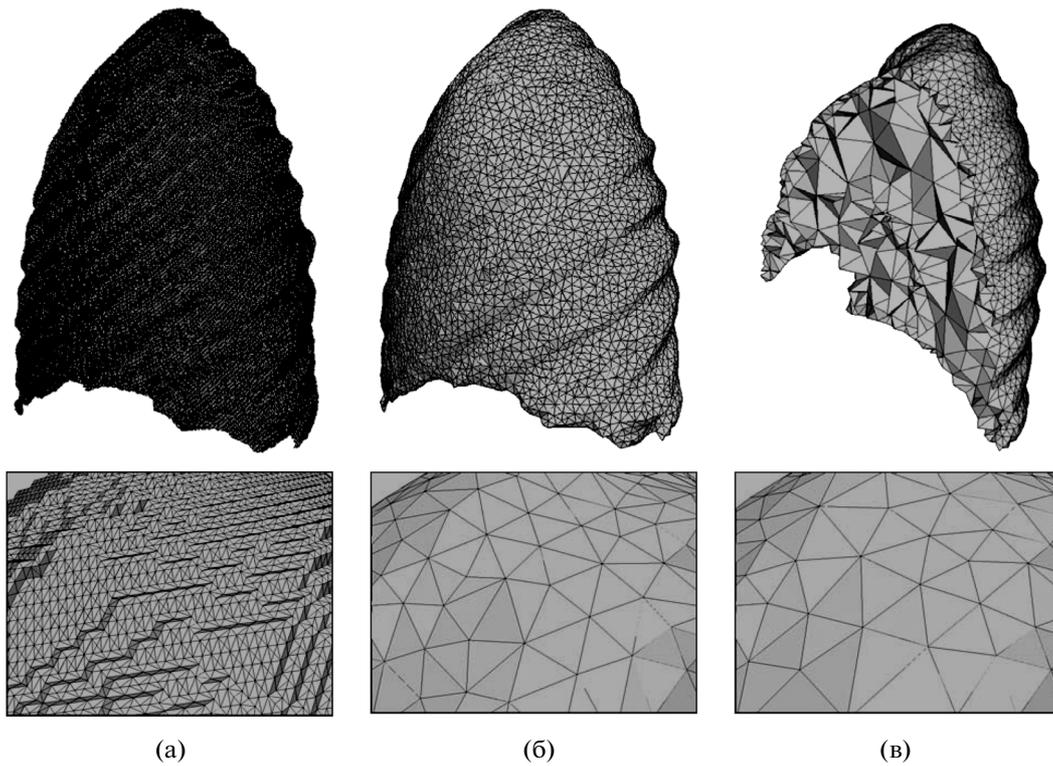
Результатом сегментации медицинских изображений является трехмерный массив целочисленных данных, в котором каждому вокселю ставится в соответствие номер органа, которому он принадлежит. Для получения треугольной поверхностной сетки отдельного органа часто применяются методы марширующих кубов (см. [20]) или марширующих тетраэдров (см. [21]). Эти алгоритмы могут быть модифицированы для выделения поверхностных сеток в областях с несколькими материалами (см. [22], [23]). Как правило, построенная таким образом сетка имеет ступенчатую структуру и не отражает естественную кривизну объекта. Вообще говоря, существует два основных метода улучшения качества поверхностных моделей: сглаживание и прореживание. Сглаживание – это операция изменения координат вершин для улучшения внешнего вида сетки и качества ее элементов. Во время сглаживания топологическая связность треугольной сетки не меняется, меняется только положение вершин. Наиболее распространенным вариантом сглаживания является сглаживание по Лапласу (см. [24]), в этом случае каждая вершина сдвигается в сторону центра масс своих соседей. Другим примером сглаживания может служить сглаживание Таубина (см. [25]), сохраняющее объем объекта. В отличие от сглаживания, которое не меняет количество узлов в сетке, операция прореживания уменьшает количество вершин и треугольников в сетке, сохраняя хорошую аппроксимацию исходной геометрии. Примерами могут служить преобразования переборки ребра (см. [25]), стягивания/разбиения ребра (см. [26]).

С помощью пакета ITK-SNAP на основе сегментированных данных, полученных группой Voxel-Man (см. [27]), и КТ-срезов Visible Human Project была восстановлена геометрическая модель правого легкого, и с помощью алгоритма марширующих кубов построена соответствующая поверхностная сетка, состоящая из 184 904 треугольников (см. фиг. 9а). С помощью пакета GTS (<http://gts.sourceforge.net/>) поверхностная сетка была сглажена и прорежена, количество треугольников уменьшилось до 13 334 (см. фиг. 9б). В состав пакета Ani3D входит библиотека для автоматического перестроения поверхностных сеток, которая может быть использована для дальнейшего разгрубления и сглаживания поверхностной сетки. В указанной библиотеке используется метод, основанный на разбиении поверхности на несколько почти плоских участков (см. [28]). Заданные пользователем параметры определяют допустимую степень отклонения выделяемых участков от касательных плоскостей. Алгоритм выделения очередного почти плоского участка заключается в следующем: сначала выбирается еще не рассмотренный треугольник с наибольшей площадью. Далее к нему по очереди добавляются соседние треугольники, если они не нарушают заданных пользователем критериев отклонения.

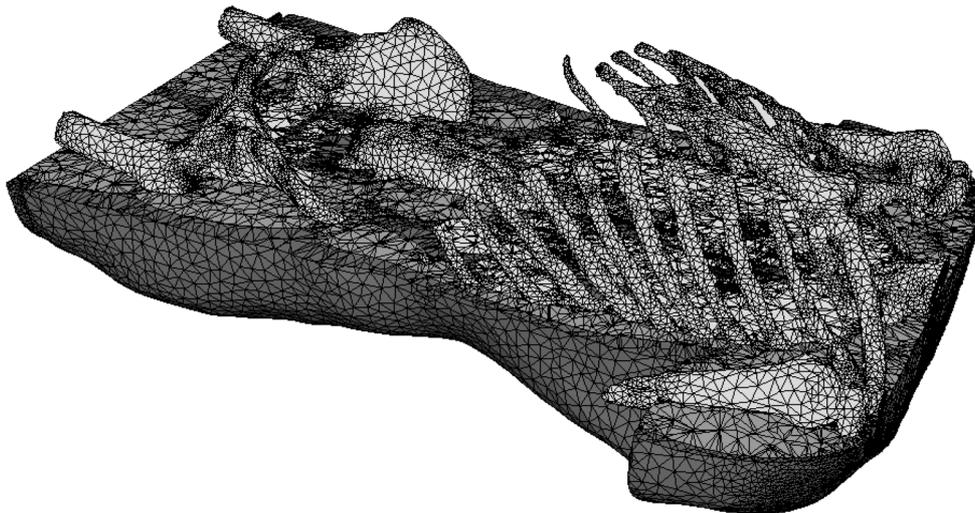
После разбиения всей поверхности на почти плоские участки создается новая дискретизация границ участков. Далее для каждого участка его граничная дискретизация проектируется на касательную плоскость, в плоскости строится новая триангуляция и проектируется обратно на поверхность. Так как участок поверхности является почти плоским, то искажения геометрии области будут незначительными. За счет разбиения на почти плоские участки и построения более грубой сетки на них можно получить новую поверхностную сетку с меньшим количеством треугольников. Новая поверхностная сетка для легкого состоит из 9928 треугольников (см. фиг. 9в). На основе полученной поверхностной треугольной сетки с помощью библиотек пакета Ani3D строится объемная тетраэдральная сетка. На фиг. 9в показано сечение объемной сетки для правого легкого, состоящей из 22968 тетраэдров.

Альтернативным подходом к построению тетраэдральной сетки является использование алгоритма тетраэдризации Делоне с неявным заданием области с помощью сегментированного изображения. В этом случае промежуточный этап построения поверхностных сеток для отдельных объектов не требуется.

С использованием библиотеки CGAL (<http://www.cgal.org>) на основе сегментированного изображения была построена тетраэдральная сетка для туловища мужчины (см. фиг. 10). Количество тетраэдров – 720577, количество вершин – 130862. Сетка является конформной, интерфейсы между разными областями отклоняются от геометрической модели незначительно.



**Фиг. 9.** Поверхностная сетка для правого легкого. Результат работы алгоритма марширующих кубов (а), сглаженная и прореженная сетка (б), сечение объемной сетки, построенной с помощью Api3D (в).



**Фиг. 10.** Сечение сетки туловища мужчины, полученной с помощью библиотеки CGAL.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приводятся первые результаты по разработке информационно-вычислительной технологии биоимпедансной диагностики на основе конечно-элементной трехмерной модели тела человека как проводящей гетерогенной структуры. Математическая модель распределения поля потенциала задается в виде уравнения Пуассона с неоднородными коэффициентами проводимости и соответствующими граничными условиями.

Вычисления проведены на упрощенной геометрической модели туловища, к которой применена технология автоматического построения расчетных сеток. Изучено влияние выбора пере-

обуславливателя и метода решения системы линейных уравнений на количество итераций и на общее время решения. Наилучшие результаты достигаются при комбинации обобщенного метода минимальных невязок с неполным LU-разложением второго порядка. Исследование функции чувствительности биоимпедансных измерений показало высокую информативность метода для решения задачи мониторинга гидратации легких.

Особенностью представленного подхода является высокая степень его адаптируемости при переходе к описанию областей более сложной конфигурации. Планируется разработка реалистичных геометрических моделей тела человека, в том числе по данным компьютерной томографии, с применением к ним технологии автоматизированного построения тетраэдральных сеток, постановка и решение задач об оптимизации расположения электродов и выборе частотного диапазона измерений. Дальнейшее развитие работы может быть связано с исследованием функций чувствительности для различных схем измерений, применяемых в биоимпедансном анализе состава тела и реографических методиках, а также с построением и верификацией индивидуализированных моделей биоимпедансных измерений.

Создание эффективного инструментария для расчета пассивных электрических свойств (полей потенциала, плотности тока и функции чувствительности) реалистичных моделей тела человека позволит реализовать большой объем экспериментальных исследований с развитием методов локального анализа параметров тела и состояния тканей и органов на основе электроимпедансной диагностики.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grimnes S., Martinsen O.G.* Bioimpedance and bioelectricity basics. Amsterdam: Elsevier, 2008.
2. *Николаев Д.В., Смирнов А.В., Бобринская И.Г., Руднев С.Г.* Биоимпедансный анализ состава тела человека. М.: Наука, 2009.
3. *Geselowitz D.B.* An application of electrocardiographic lead theory to impedance plethysmography // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 1971. V. 18. № 1. P. 38–41.
4. *Schwan H.P.* Electrical properties of tissue and cell suspension // *Advances in Biological and Medical Physics* (Eds. J.H. Lawrence, C.A. Tobias). Acad. Press, 1957. P. 147–209.
5. *Yang F., Patterson R.P.* A simulation study on the effect of thoracic conductivity inhomogeneities on sensitivity distributions // *Ann. Biomed. Eng.* 2008. V. 36. № 5. P. 762–768.
6. *Yang F., Patterson R.P.* The contribution of the lungs to thoracic impedance measurements: a simulation study based on a high resolution finite difference model // *Physiol. Meas.* 2007. V. 28. № 7. P. 153–161.
7. *Kauppinen P.K., Hyttinen J.A., Malmivuo J.A.* Sensitivity distributions of impedance cardiography using band and spot electrodes analyzed by a three-dimensional computer model // *Ann. Biomed. Eng.* 1998. V. 26. № 4. P. 694–702.
8. *Sachse F.B., Werner C.D., Meyer-Waarden K., Dossel O.* Development of a human body model for numerical calculation of electrical fields // *Comput. Med. Imaging Graph.* 2000. V. 24. № 3. P. 165–171.
9. *Scharfetter K., Brunner P., Mayer M. et al.* Fat and hydration monitoring by abdominal bioimpedance analysis: data interpretation by hierarchical electrical modeling // *IEEE Transact. on Biomedical Engng.* 2005. V. 52. № 6. P. 975–982.
10. *Mozhaev V.A.* Sensitivity analysis of polysegmental BIA parameters for estimation of body composition and systemic hydrodynamics // 13th Internat. Conf. on Electrical Bioimpedance and the 8th Conf. on Electrical Impedance Tomography. IFMBE Proceedings. 2007. V. 17. № 3. P. 44–47.
11. *Цветков А.А.* Биоимпедансные методы контроля системной гемодинамики. М.: Слово, 2010.
12. *Gabriel S., Lau R.W., Gabriel C.* The dielectric properties of biological tissue: III. Parametric models for the dielectric spectrum of tissues // *Phys. Med. Biol.* 1996. V. 41. № 11. P. 2271–2293.
13. *Данилов А.А.* Способы построения трехмерных поверхностных триангуляции и тетраэдральных сеток // *Научно-техн. вестник СПбГУ ИТМО.* 2010. Т. 65. № 1. С. 87–92.
14. *Danilov A.A.* Unstructured tetrahedral mesh generation technology // *Ж. Вычислительной математики и физики.* 2010. Т. 50. № 1. С. 146–163.
15. *Василевский Ю.В., Липников К.Н.* Использование методики восстановления гессиана при построении адаптивных сеток // *Вопросы атомной науки и техн.* 2006. № 3. С. 37–53.
16. *Lipnikov K., Vassilevski Yu.* Parallel adaptive solution of 3D boundary value problems by Hessian recovery // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2003. V. 192. № 11–12. P. 1495–1513.
17. *Saad Y.* ILUT: a dual threshold incomplete LU factorization // *Numer. Linear Algebra Appl.* 1994. V. 1. № 4. P. 387–402.
18. *Kaporin I.E.* High quality preconditioning of a general symmetric positive definite matrix based on its  $u'u + u'r + r'u$  – decomposition // *Numer. Linear Algebra Appl.* 1998. V. 5. № 6. P. 483–509.

19. *Орквасов М.Ю., Иванов Г.Г., Ян-Борисова Е.Ю. и др.* Методика и программа мониторингового контроля гидратации легких // Материалы 13-й научно-практической конференции “Диагностика и лечение нарушений регуляции сердечно-сосудистой системы”. М.: Главный клинический госпиталь МВД России, 2011. С. 195–201.
20. *Wu Z., Sullivan J.M.* Multiple material marching cubes algorithm // *Internat. J. Numer. Meth. Eng.* 2003. V. 58. № 2. P. 189–207.
21. *Gueziec A., Hummel R.* Exploiting triangulated surface extraction using tetrahedral decomposition // *IEEE Transactions on visualization and computer graphics.* 1995. V. 1. № 4. P. 328–342.
22. *Reitinger B., Bornik A., Beichel R.* Constructing smooth non-manifold meshes of multi-labeled volumetric datasets // *WSCG’2005 Full Papers Conference Proceedings.* Plzen: Univ. of West Bohemia, 2005. P. 227–234.
23. *Müller H.* Boundary extraction for rasterized motion planning // *Modelling and Planning for Sensor Based Intelligent Robot Systems.* World Scientific, 1995. P. 41–50.
24. *Schweder W., Martin K., Lorensen B.* The visualization toolkit: an object-oriented approach to 3D graphics. Upper Saddle River. NJ: Prentice Hall, 1998. 645 p.
25. *Taubin G.* A signal processing approach to fair surface design // *Proc. of the 22nd Annual Conf. on Comput. Graphics and Interactive Techn.* New York: ACM Press, 1995. P. 351–358.
26. *Wang D., Hassan O., Morgan K., Weatherill N.P.* Enhanced remeshing from STL files with applications to surface grid generation // *Communic. in Numer. Meth. Engng.* 2007. V. 23. № 3. P. 227–239.
27. *Höhne K.H., Pflesser B., Pommert A. et al.* A realistic model of human structure from the Visible Human data // *Meth. Inform. Med.* 2001. V. 40. № 2. P. 83–89.
28. *Василевский Ю.В., Вершинин А.В., Данилов А.Л., Пленкин А.В.* Технология построения тетраэдральных сеток для областей, заданных в САПР // *Матричные методы и технологии решения больших задач (Под ред. Е.Е. Тыртышников).* М.: ИВМ РАН, 2005. С. 21–32.