



Оценка неопределённости и поиск bias–variance tradeoff в моделировании динамики эпидемических ОРВИ

Василий Леоненко, Андрей Корзин, Мария Кошкарева

Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург



- Большая неопределенность входных данных требует интервальной оценки выходных показателей (заболеваемость и эпидемические параметры)
- Требуется учесть неопределенность в структуре рассматриваемого эпидпроцесса (непонятно, какая модель лучше отражает реальность)

Какую модель выбрать?

Compartmental (SIR model, 1927)

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\frac{\beta IS}{N}, \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I.\end{aligned}$$

Multiagent (EpiSimS, 2005)



Какую модель выбрать?

Equation-based models
(SIR, SEIR, ...)

Work fast

Oversimplify interactions

Individual-based models
(ABM, Network-based, ...)

Model realistic interactions

Work slow

Bias-variance tradeoff

**Компромисс отклонения-дисперсии*

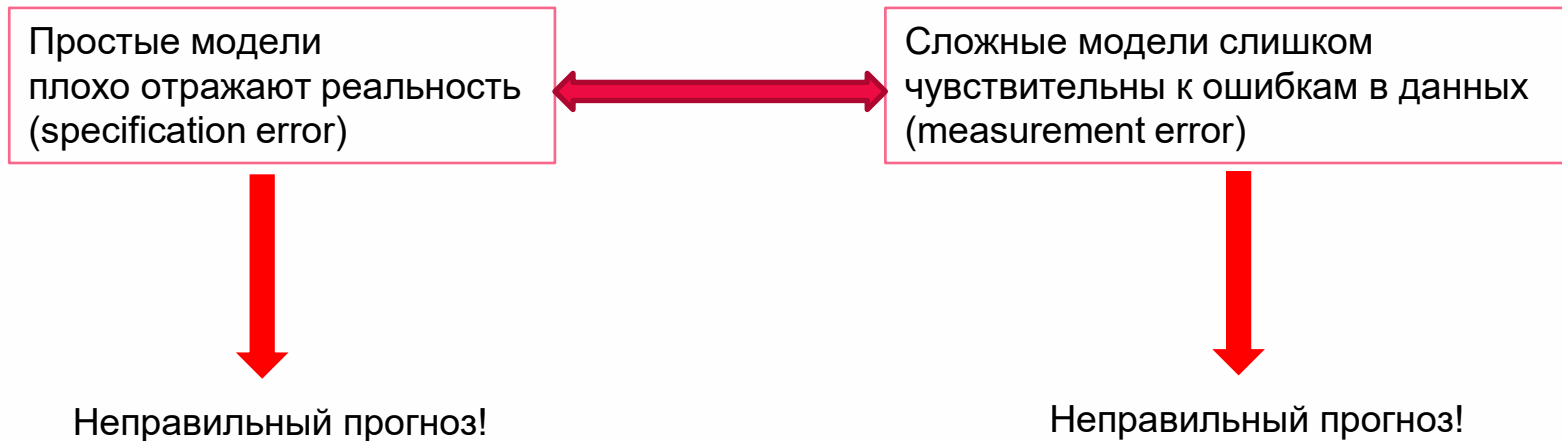
Простые модели
плохо отражают реальность
(specification error)



Сложные модели слишком
чувствительны к ошибкам в данных
(measurement error)

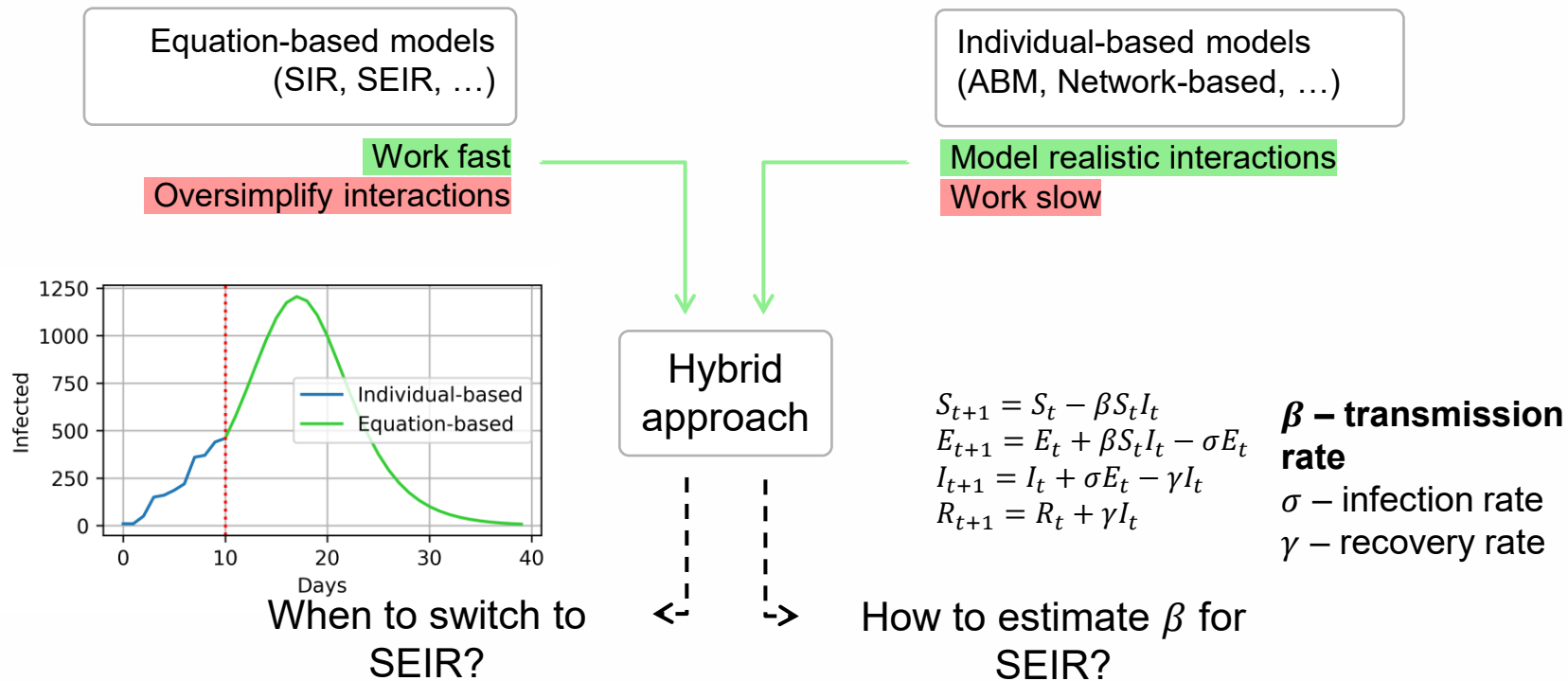
Bias-variance tradeoff

**Компромисс отклонения-дисперсии*



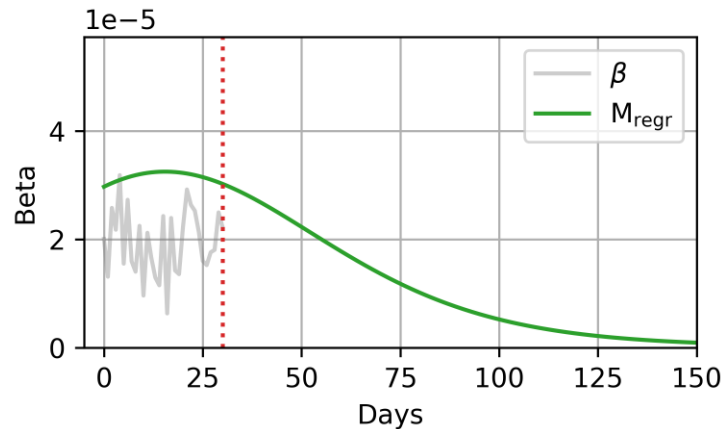
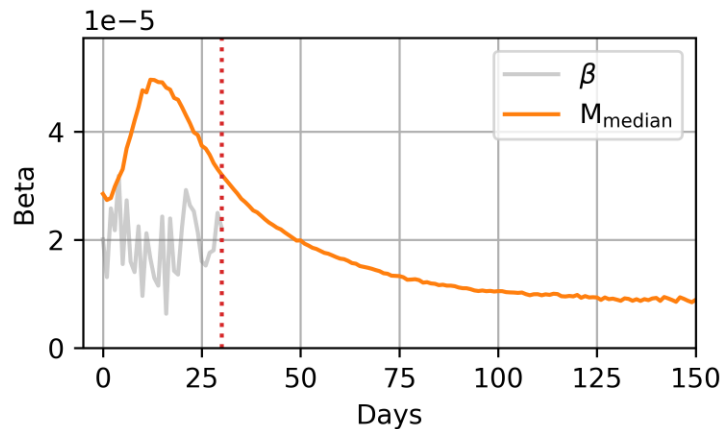
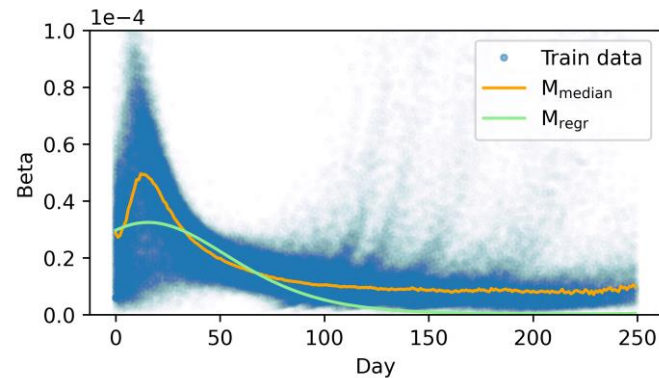
Про отклонение.

Гибридные модели

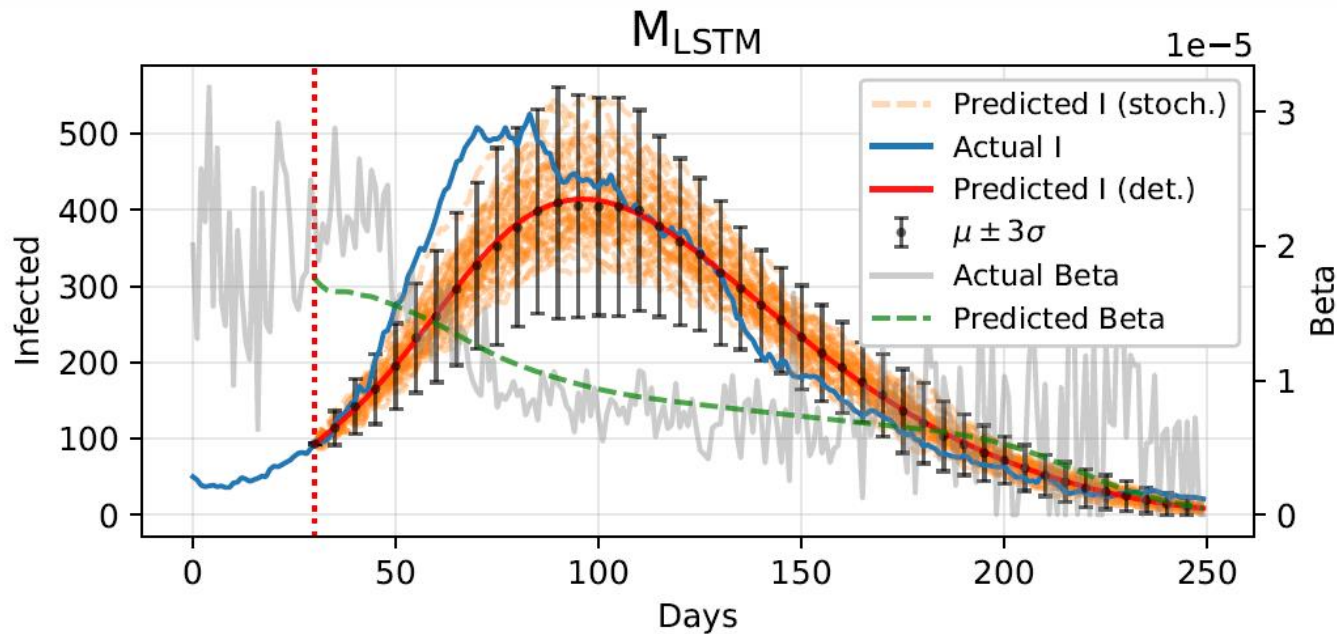


How to estimate β for SEIR?

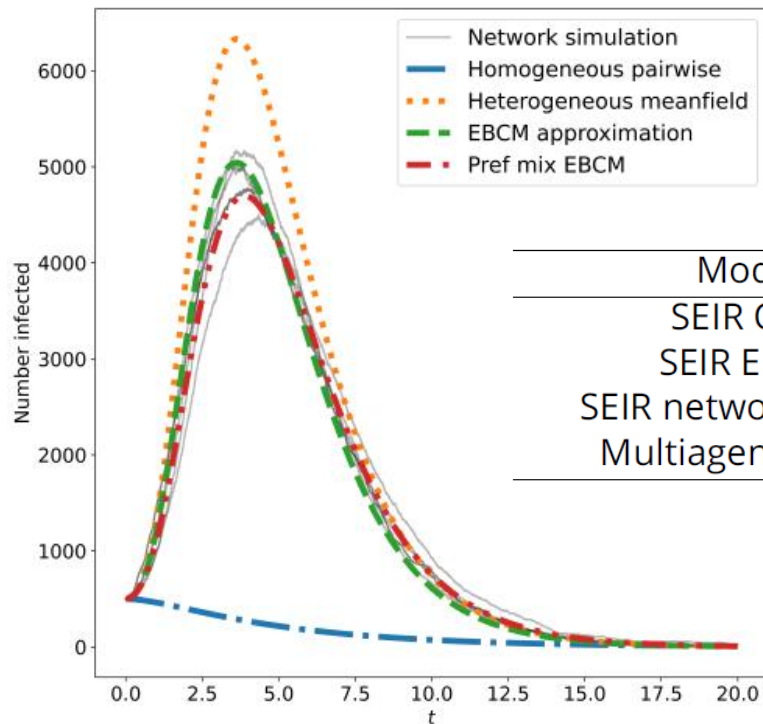
Notation	Description
M_{median}	Median of β_t
M_{regr}	Regression fit on t



Пример применения гибридной модели

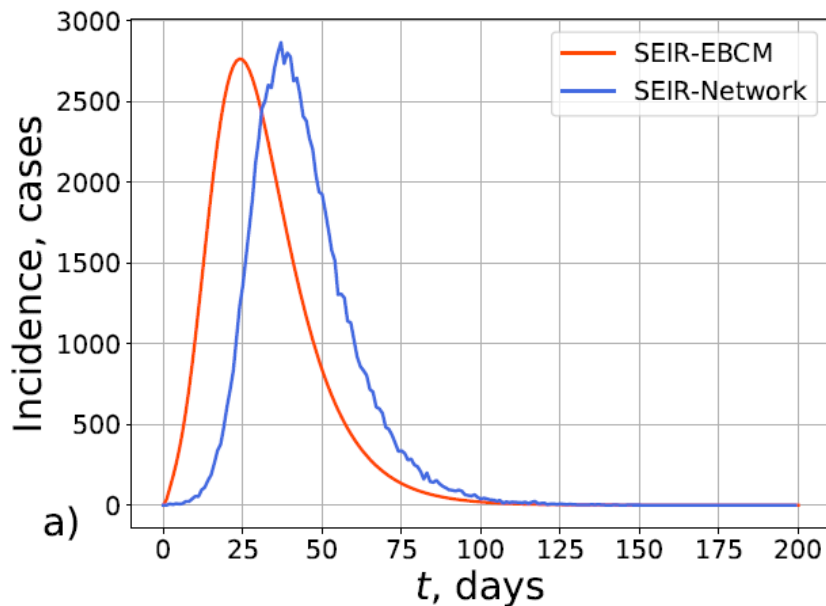


Аппроксимация сетевых моделей

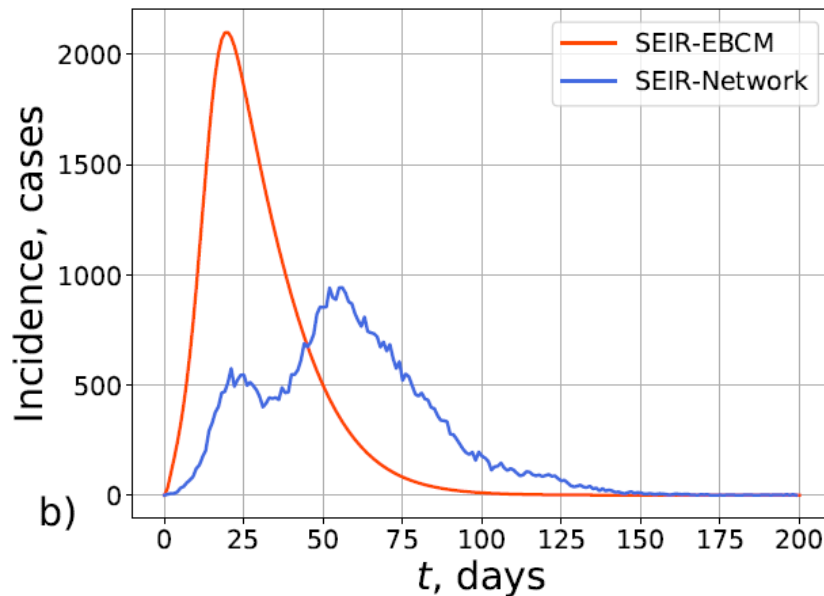


Model	Avg. simulation time, sec	Complexity
SEIR ODE	$\approx 10^{-3}$	Low
SEIR EBCM	$\approx 10^{-1}$	Low
SEIR network model	$\approx 10^2$	Medium
Multiagent model	$\approx 10^4$	High

Аппроксимация сетевых моделей



a) Barabasi-Albert network



b) Synthetic population

Про дисперсію.

Алгоритм оценки неопределенности

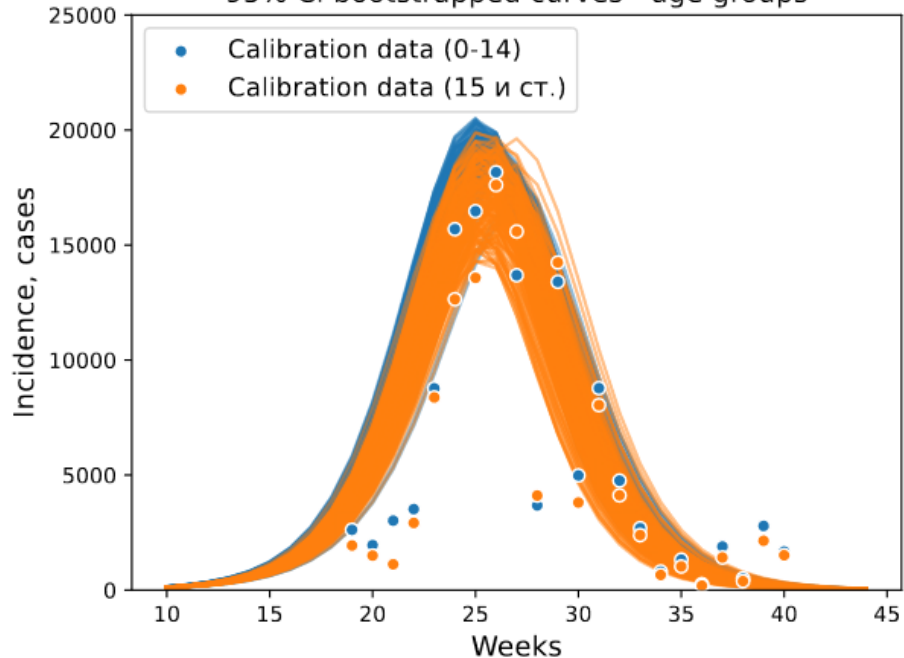


- Получение наиболее подходящих значений параметров путем калибровки модели в соответствии с исходными данными о заболеваемости.
- Измерить погрешность данных и выбрать ошибку модели (более широкие полосы на графиках соответствуют большей неопределенности данных)
- Создать N наборов данных путем добавления случайных ошибок в откалиброванную модельную кривую
- Повторно оценить параметры модели путем калибровки модели на основе сгенерированных данных
- Характеристика распределения параметров модели

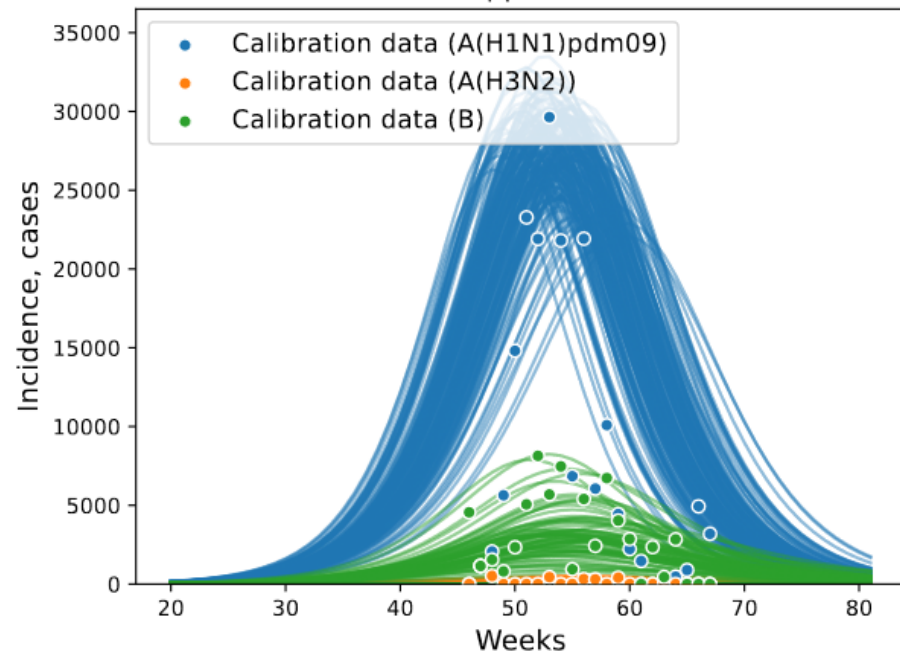
Inspired by: Chowell, G.: Fitting dynamic models to epidemic outbreaks with quantified uncertainty: a primer for parameter uncertainty, identifiability, and forecasts. Infect. Dis. Model. 2(3), 379–398 (2017)

SIR model re-fitting

Saint Petersburg, 2010–2011
95% CI bootstrapped curves - age groups



Saint Petersburg, 2010–2011
95% CI bootstrapped curves - strains

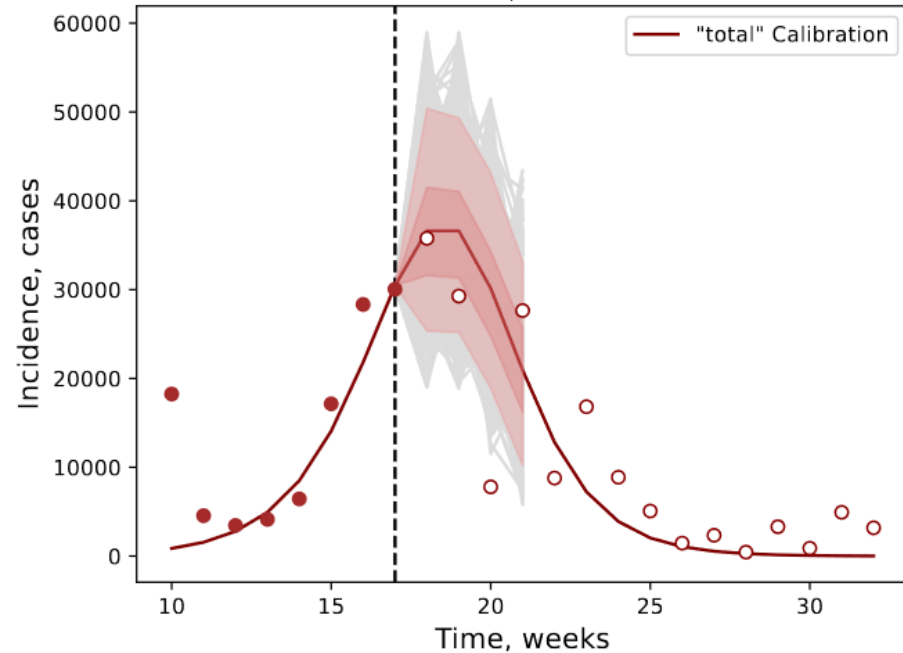


Visualization of re-fitted curves after bootstrap procedure for the epidemic season of influenza in 2010-2011 in St. Petersburg, Russia

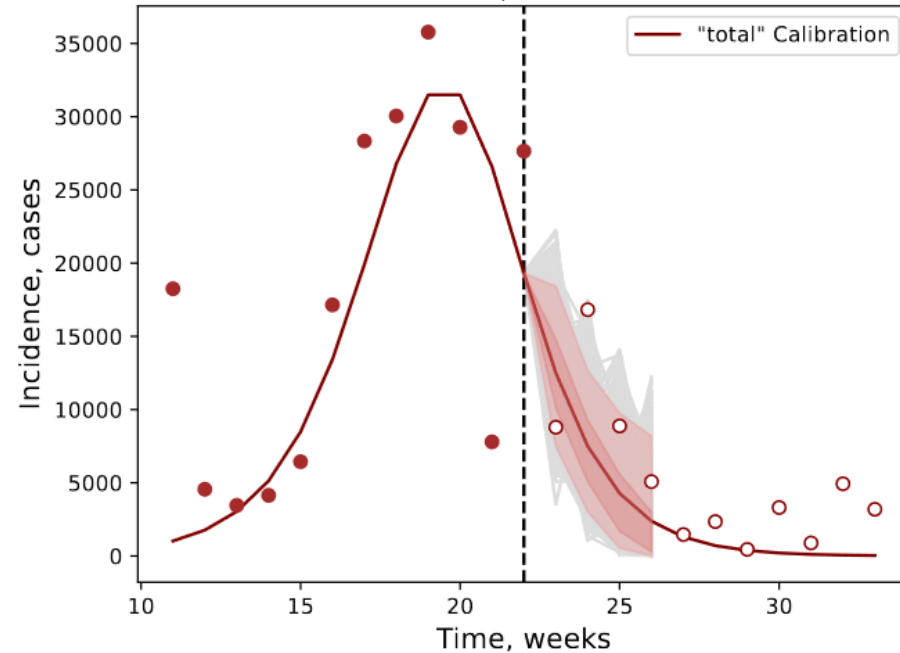
SIR model forecasting



Saint Petersburg, 2010–2011
 $n_{\text{sample}} = 8$



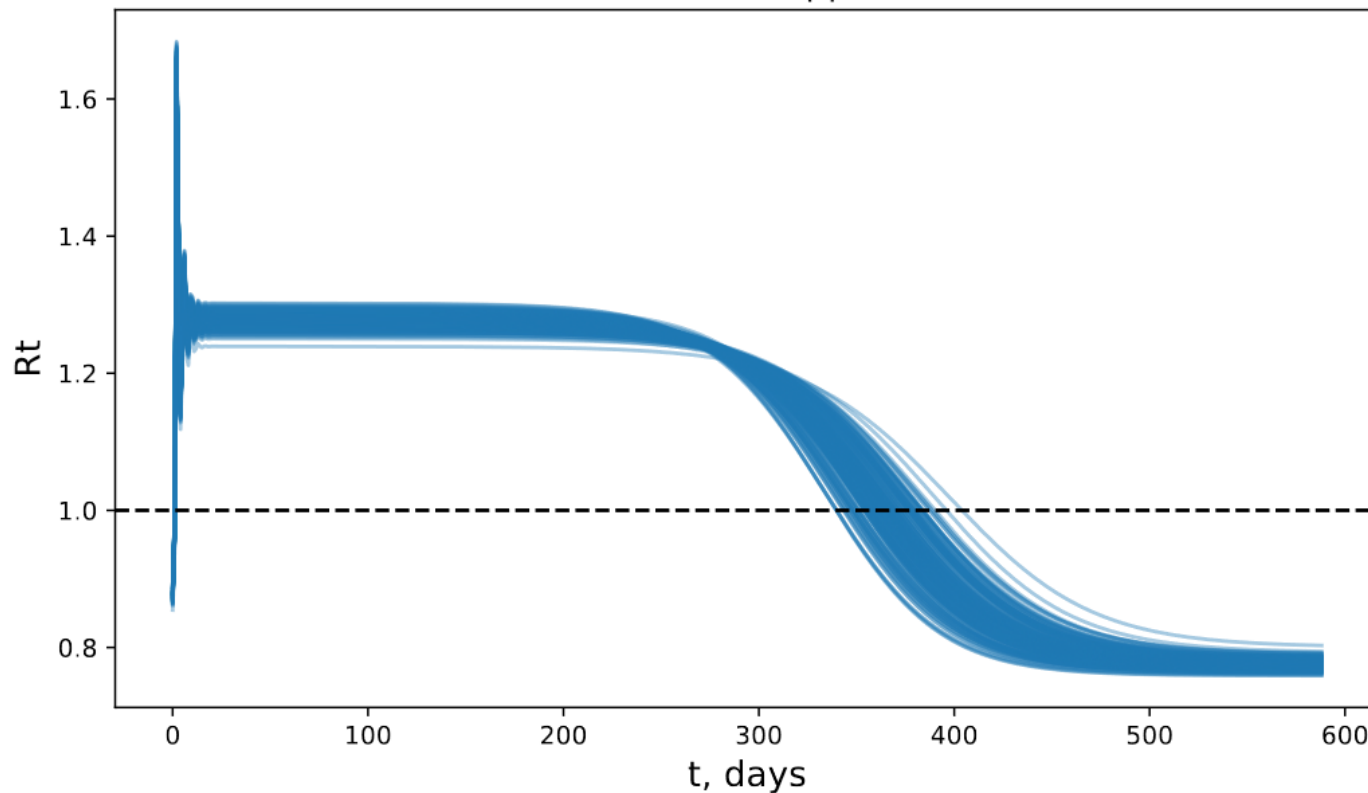
Saint Petersburg, 2010–2011
 $n_{\text{sample}} = 12$



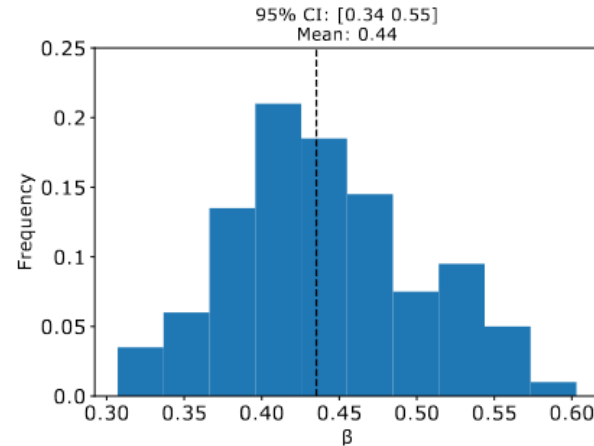
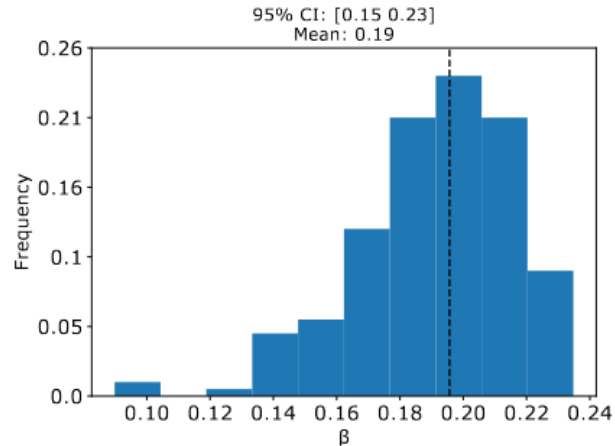
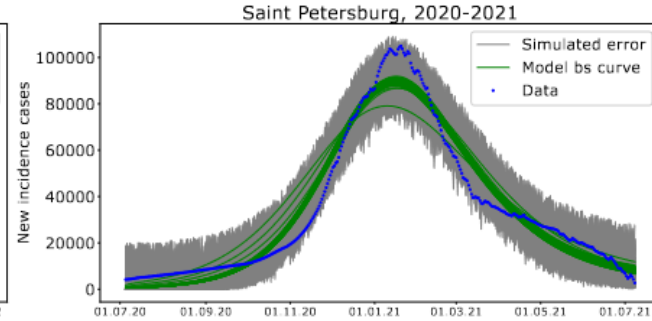
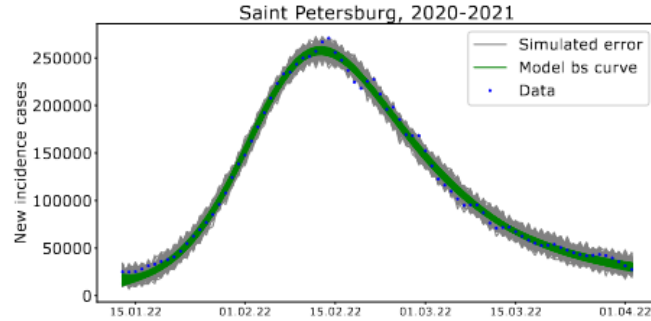
Four weeks forecast derived from the empirical distributions acquired after $n = 1000$ resamples
(a) $n_s = 8$ (b) $n_s = 12$

Assessing values of epidemic indicators

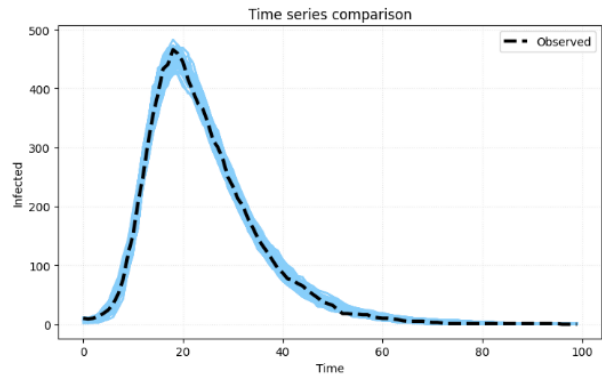
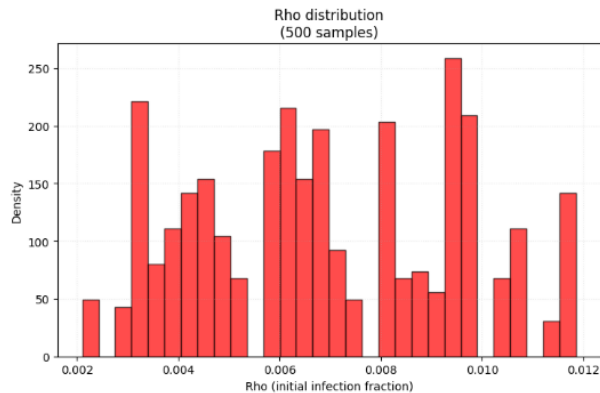
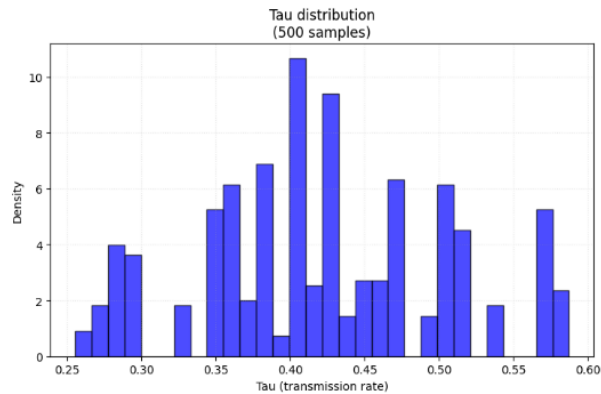
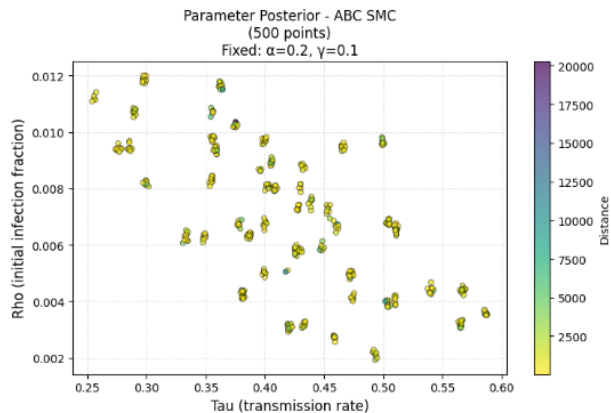
Saint Petersburg, 2010 – 2011
95% CI R_t bootstrapped curves



COVID parameter estimation



ABC-SMC для сетевой модели





- Были рассмотрены варианты оценки неопределенности исходя из неопределенности входных данных, реализованы алгоритмы интервальных оценок
- Была сформирована номенклатура моделей разной структурной сложности, опробован метод оценки оптимальной сложности на основе AIC
- Не получилось добиться понимания, какой из методов оценок неопределенности «правильный». Не вышло вывести аналитически формулу неопределенности выхода в зависимости от входа.
- Не получилось сформировать упорядоченное множество моделей с однозначным выбором между ними (проблема Rashomon sets)

Спасибо за внимание!

itMO *re than a*
UNIVERSITY

E-mail: vnleonenko@itmo.ru