



Передовые
инженерные
школы

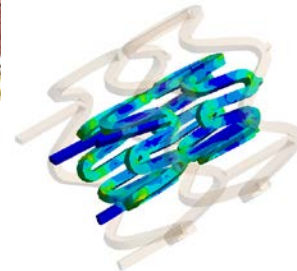
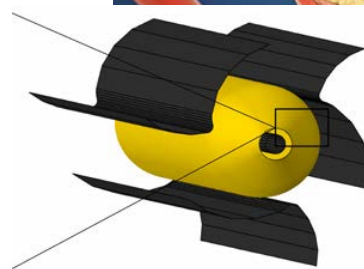
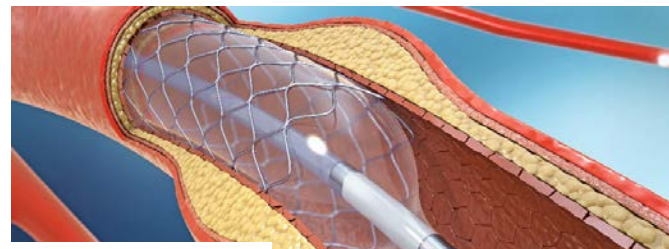


ЦИФРОВОЙ
ИНЖИНИРИНГ
ПИШ СПбПУ



ПОЛИТЕХ
Физико-механический
институт

**XVII конференция «Математические модели и численные
методы в биологии и медицине»
16-17 октября 2025 г.
Москва**



Математическое моделирование поведения коронарных сосудов, пораженных атеросклерозом при стентировании

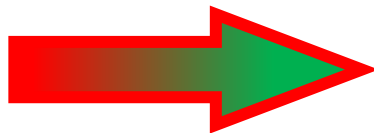
Антонова О.В., Иванов С.Д., Кабин Н.А., Гесин И.Д., Рововой Э., Козаев А.В.

**Докладчик: к.т.н., доцент Антонова Ольга Владимировна
Высшая школы механики и процессов управления, Высшая школа передовых цифровых
технологий, СПбПУ
Лаборатория математических методов механики материалов, ИПМаш РАН**

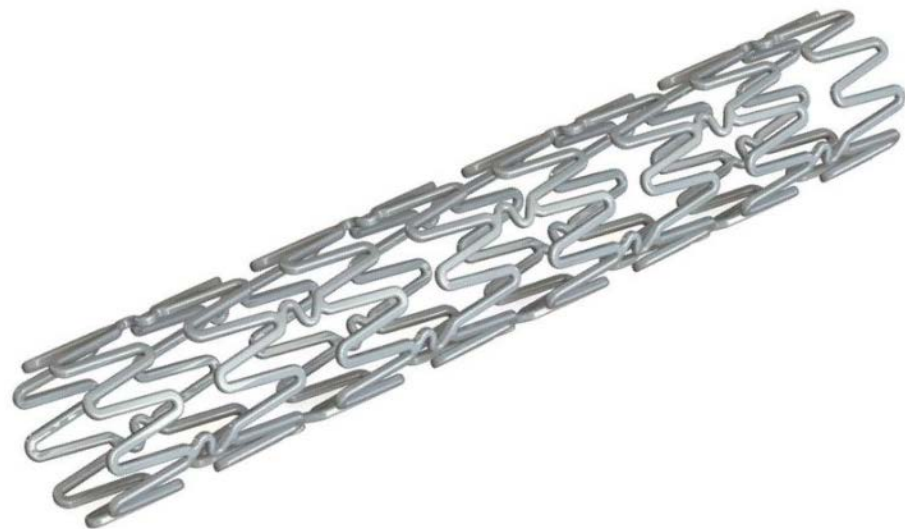
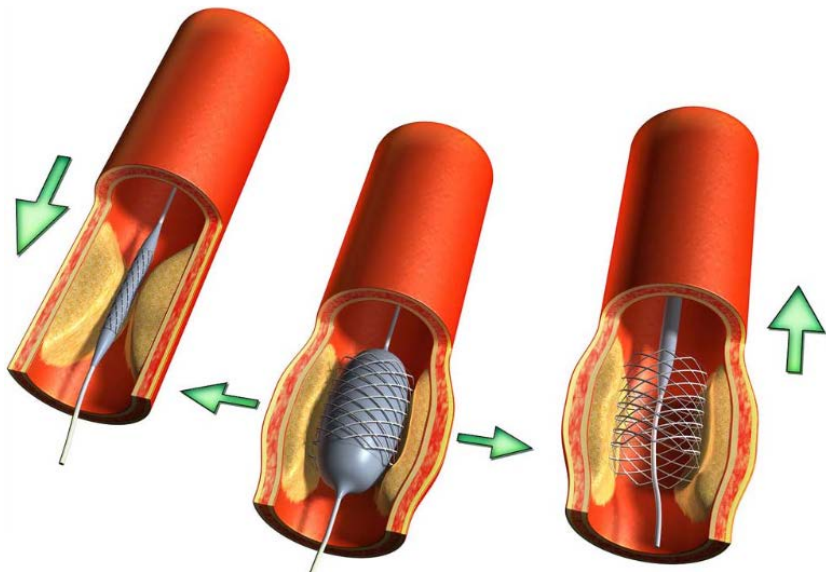
17 октября 2025

Актуальность проводимых исследований

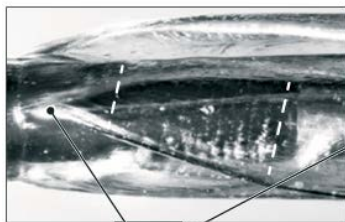
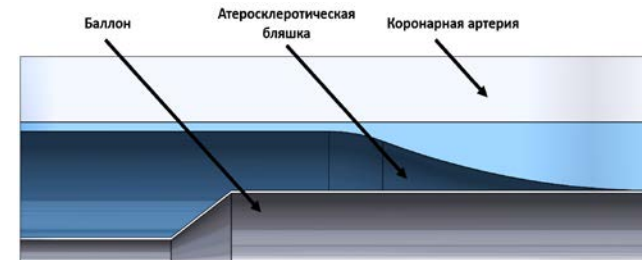
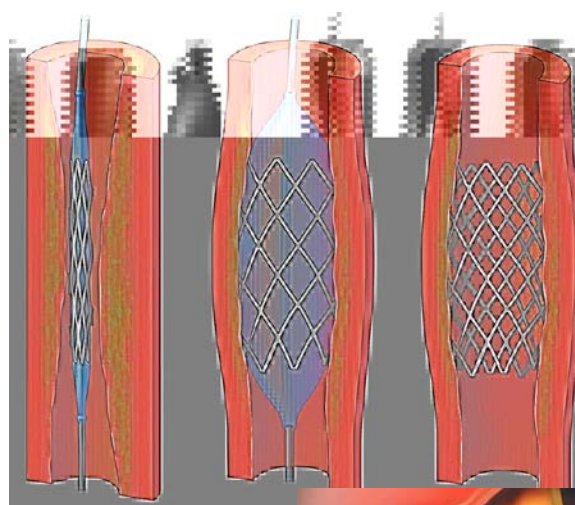
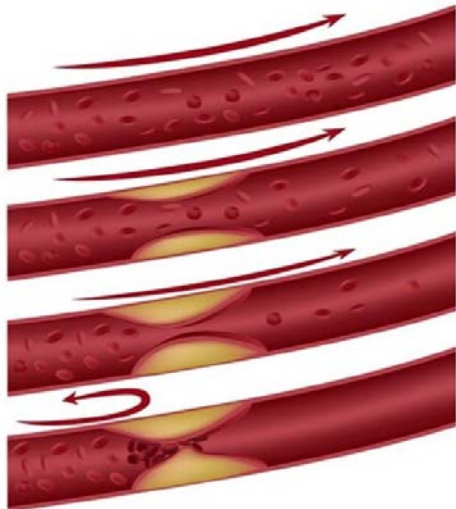
Атеросклероз



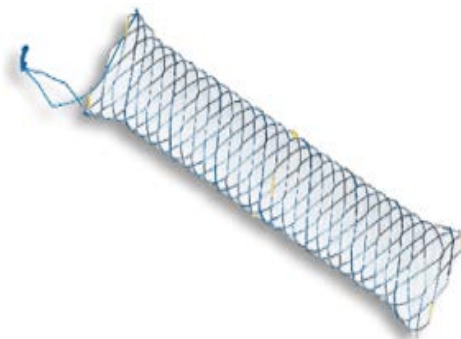
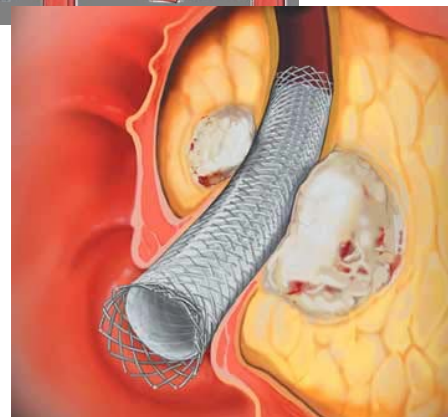
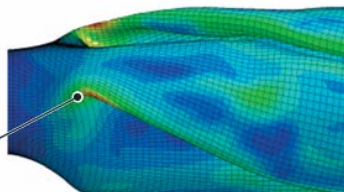
Коронарное стентирование



Стентирование



Inflection points



Некоторые гиперупругие модели материалов

Модель Муни-Ривлина, 1940; 1948

$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

Неогукова модель, 1948

Полиномиальная модель, 1951

Модель Огдена, 1972

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$

Модель Йо, 1993

Модель Гассера-Огдена-Хользафеля, 2000

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \bar{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \}$$

Модель Гассера-Огдена-Хользапфеля

Уравнение потенциальной энергии упругой деформации:

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \bar{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \}$$

$$\bar{E}_\alpha = \kappa(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa)(\bar{I}_{4(\alpha\alpha)} - 1)$$

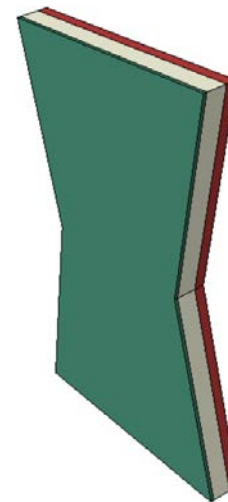
$C_{10}, D, k_1, k_2, \kappa$ – параметры материала, зависящие от температуры

N – число наборов волокон ($N \leq 3$)

$\bar{I}_1$ – инвариант $\bar{\mathbf{C}}$

J^{el} – объемный модуль упругости

$\bar{I}_{4(\alpha\alpha)}$ – псевдоинварианты $\bar{\mathbf{C}}$ и $\mathbf{A}_\alpha$

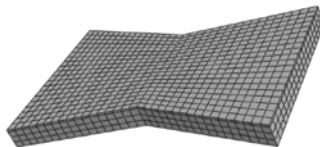


Интима (зеленый) = 0.2 мм

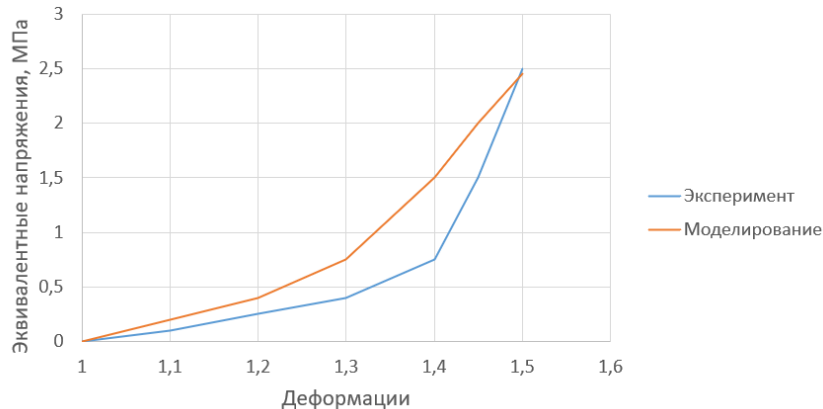
Медиа (бежевый) = 1.2 мм

Адвентиция (красный) = 0.6 мм

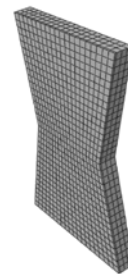
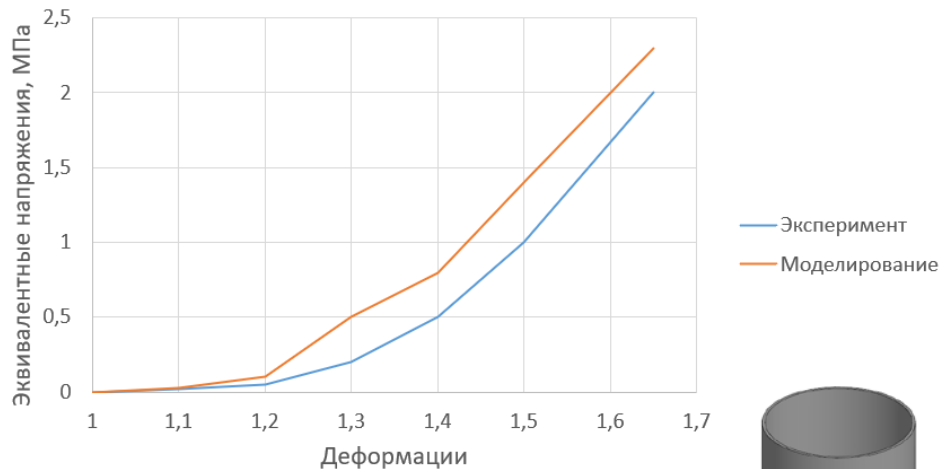
Материал	$\rho(\text{кг/мм}^3)$	C_{10}	k_1	k_2	κ	D	$\gamma, ^\circ$
Интима	1.07e-6	2.32e-2	25	1200	0.308	8.95e-7	18.8°
Медиа	1.07e-6	1.4e-3	0.18	100	0.314	5.31e-6	37.8°
Адвентиция	1.07e-6	8.32e-3	4	1000	0.312	4.67e-6	58.9°



Кривая деформации-напряжения участка в окружном направлении



Кривая деформации-напряжения участка в продольном направлении

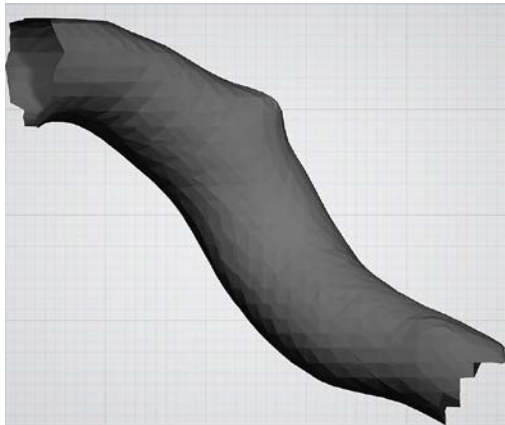


* Huh, U.; Lee, C.-W.; You, J.-H.; Song, C.-H.; Lee, C.-S.; Ryu, D.-M. Determination of the Material Parameters in the Holzapfel-Gasser-Ogden Constitutive Model for Simulation of Age-Dependent Material Nonlinear Behavior for Aortic Wall Tissue under Uniaxial Tension. *Appl. Sci.* **2019**, *9*, 2851.

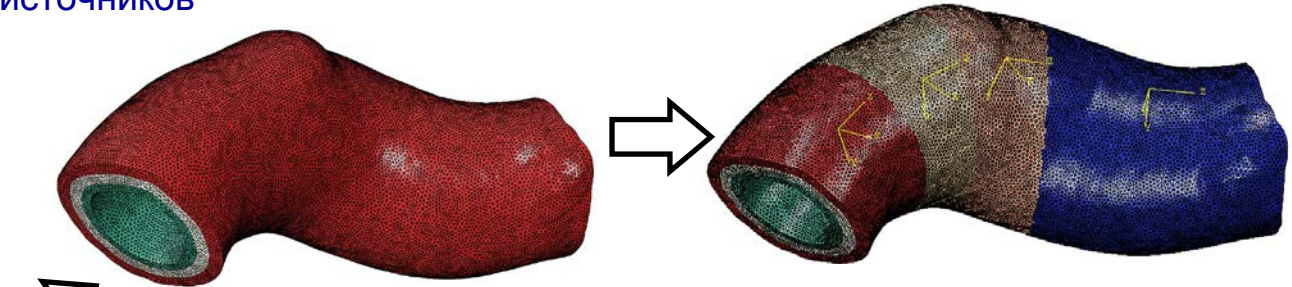
Анализ напряженно-деформированного состояния коронарных артерий

В качестве объекта исследования будут использованы различные отрезки коронарных артерий, взятые из открытых источников

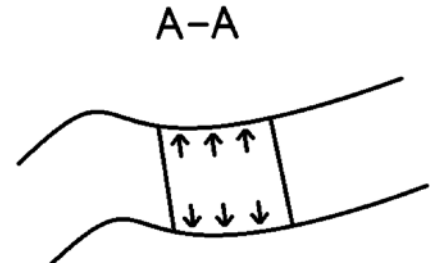
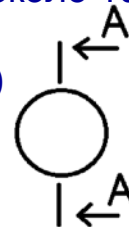
Артерия разбивается на несколько условных цилиндров, в которых элементам присваиваются свои системы координат



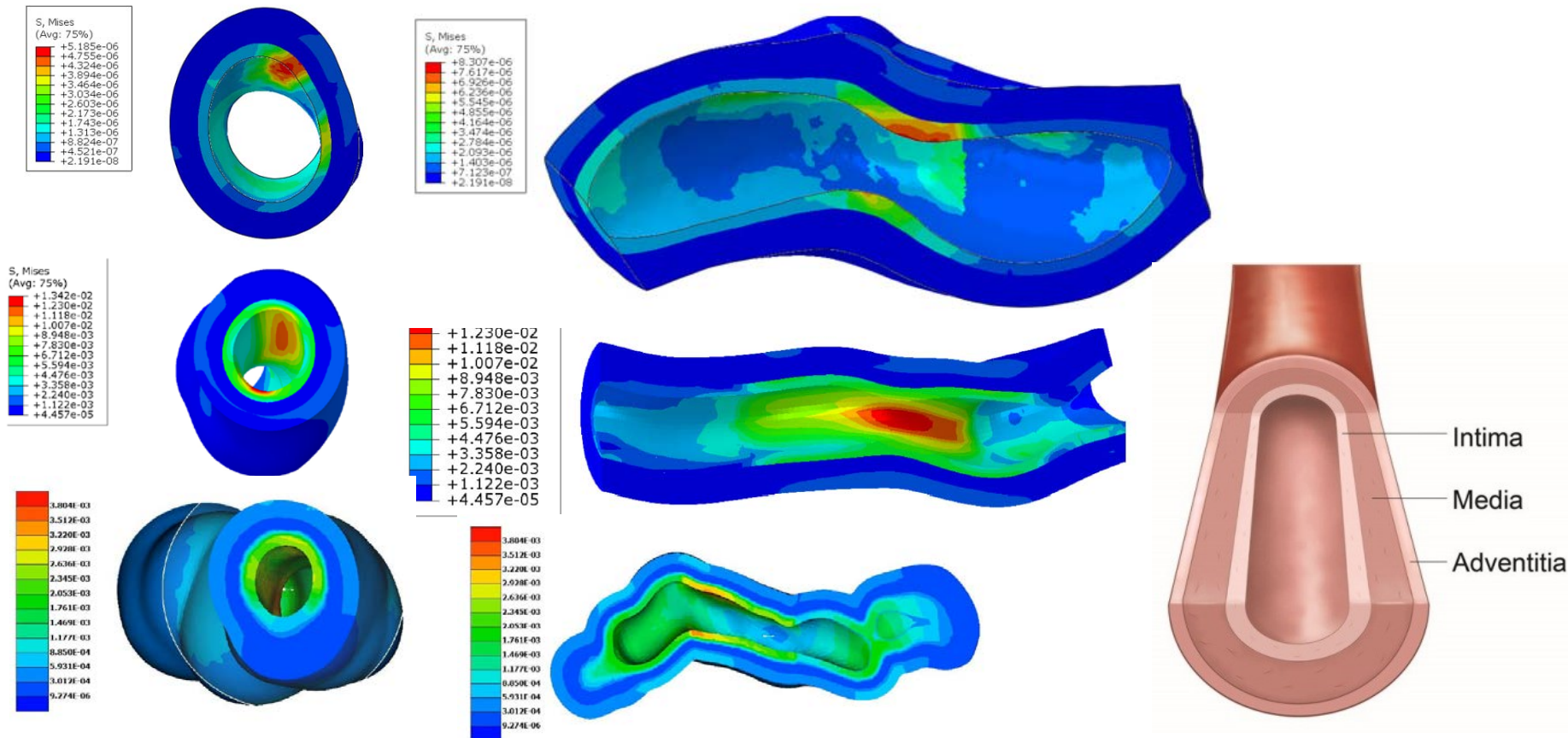
геометрия сосуда



- Область приложения давления – около 10 мм
- Величина давления – 2 МПа
- Края артерии закреплены ($xyz = 0$)

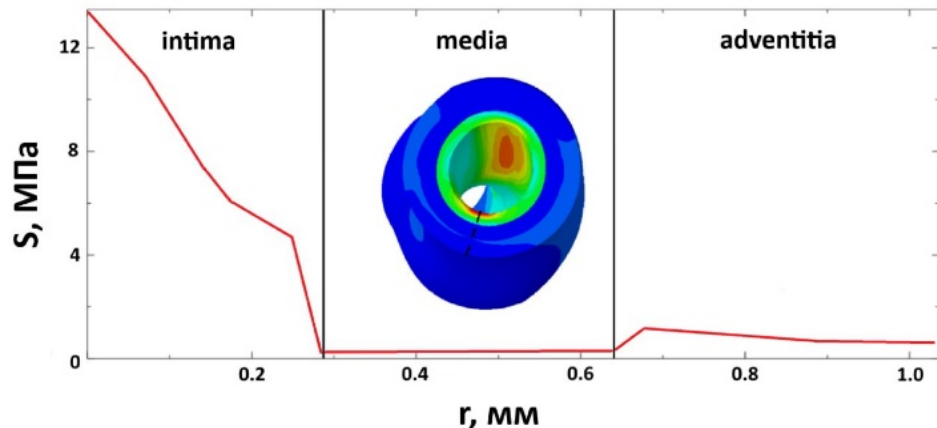


Напряженно- деформированное состояние коронарного сосуда

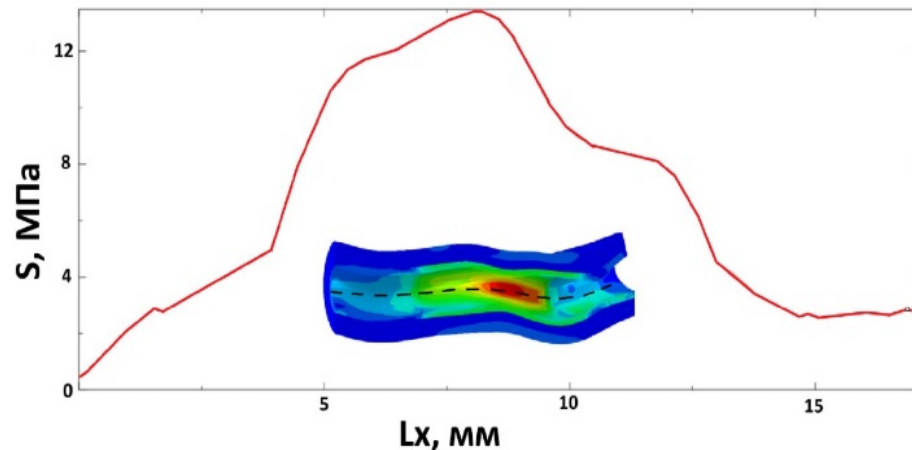


Интенсивность эквивалентных по Мизесу напряжений, ГПа

Напряженно- деформированное состояние коронарного сосуда



Распределение напряжений по Мизесу по толщине



Распределение напряжений по Мизесу вдоль сосуда, где Lx – длина сосуда вдоль его условной оси

Модель Муни-Ривлина

Энергетический потенциал деформации Муни-Ривлина выражается через инварианты тензора деформации Коши-Грина *:

$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

Где:

U – потенциал энергии деформации;

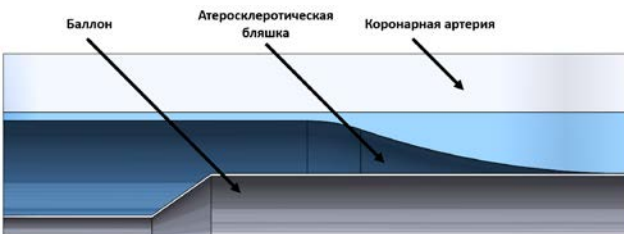
I_i – инварианты тензора деформаций Коши-Грина;

c_{ii} – материальные константы.

* Mooney M. A theory of large elastic deformation // Journal of Applied Physics. 1940. Vol. 11, № 9. P. 582–592;

Rivlin R.S. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1948. Vol. 240, № 822. P. 379–397.

Исследование НДС атеросклеротической бляшки



Граничные условия:

- Границы моделей баллона и артерии: Условия удалённого смещения с запретом на перемещение по всем степеням свободы.
- Контакт артерия-бляшка: Склеенный контакт для последовательной деформации бляшки с артерией.
- Контакт баллон-бляшка: Нелинейный контакт без трения.
- Расширение баллона: Перемещение по нормали на внешней поверхности баллона составляет 0,32 мм.

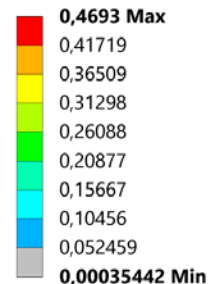
Параметры модели материала Муни-Ривлина, используемые в расчётах *:

c_{10} , кПа	c_{01} , кПа	c_{11} , кПа	c_{20} , кПа	c_{02} , кПа
28.50	8.63	56.76	150.48	2721.00

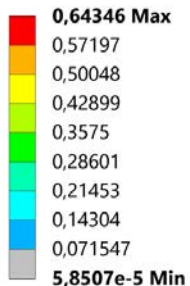
* The influence of constitutive law choice used to characterize atherosclerotic tissue material properties on computing stress values in human carotid plaques / Z. Teng, J. Yuan, J. Feng [и др.] // Journal of Biomechanics. – 2015. – Т. 48, № 14. – С. 3912-3921.

Результаты численного моделирования

Type: Total Deformation
Unit: mm



Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa

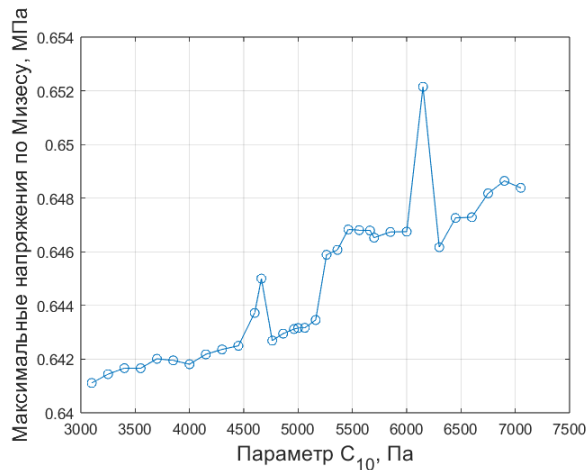


Полученные результаты соотносятся с теми, которые были получены другими авторами *. В зависимости от эксцентricности атеросклеротической бляшки напряжения, возникающие в бляшке при раскрытии баллона, находятся в диапазоне от 0.3 до 1.5 МПа.

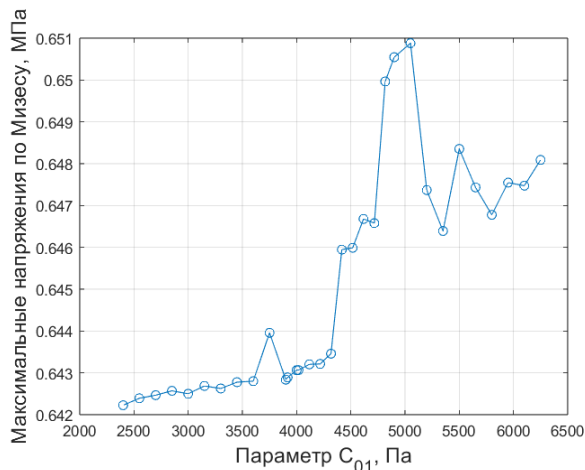
* Wei, L. Influences of plaque eccentricity and composition on the stent-plaque-artery interaction during stent implantation / L. Wei, Q. Chen, Z. Li // Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. – 2019. – T. 18, № 1. – С. 45-56.

Результаты численного моделирования. Оценка влияния параметров

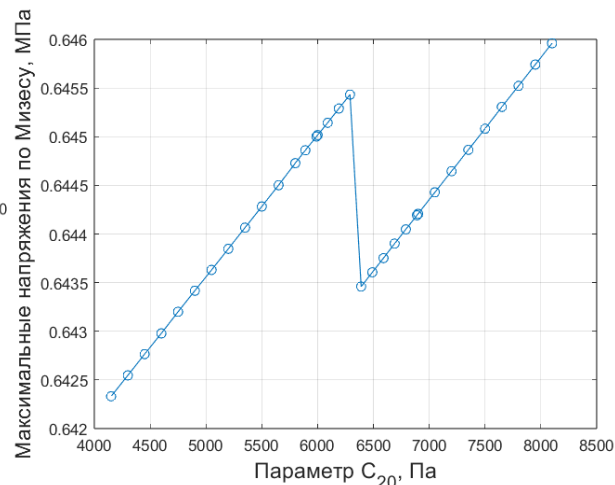
Параметр c_{10}



Параметр c_{01}



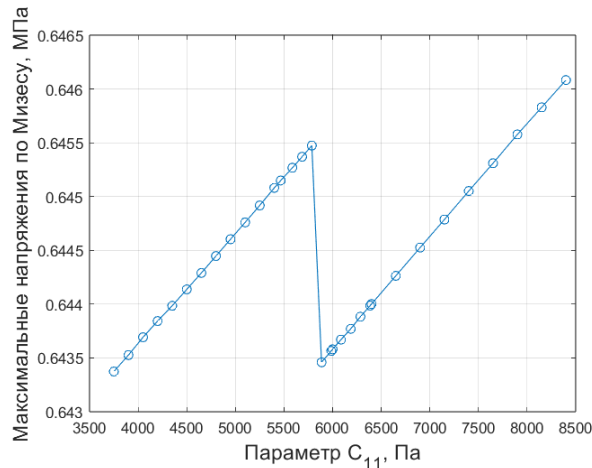
Параметр c_{20}



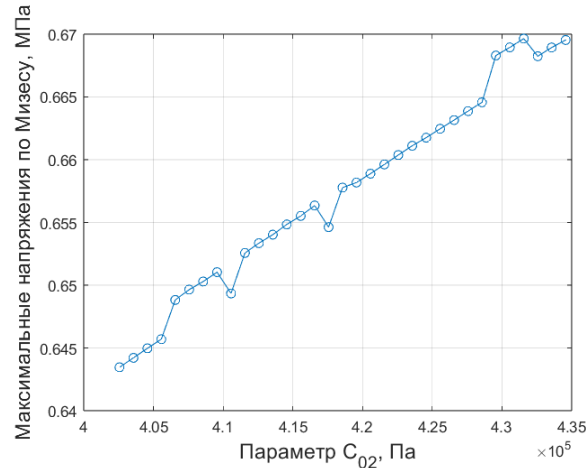
$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2$$

Результаты численного моделирования. Оценка влияния параметров

Параметр c_{11}



Параметр c_{02}



$$U = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + \\ + \mathbf{c_{11}}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + \mathbf{c_{02}}(I_2 - 3)^2$$

Выводы: Наиболее сложное и нелинейное воздействие выявлено для параметров c_{10} и c_{01} , в то время как c_{20} и c_{11} демонстрируют линейную зависимость, осложненную резкими изменениями, связанными с переходом к другому механизму деформации. Параметр c_{02} оказывает монотонное положительное воздействие.

Модель Огдена

Энергетический потенциал деформации Огдена выражается через главные растяжения.
В ABAQUS используется следующая формулировка: [1,2]

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$

Где:

$$\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i \rightarrow \bar{\lambda}_1 \bar{\lambda}_2 \bar{\lambda}_3 = 1$$

Начальный модуль сдвига определяется по формуле:

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^N \mu_i$$

U – энергия деформаций;

λ_i – главные растяжения, $\bar{\lambda}_i$ - девиаторные главные растяжения;

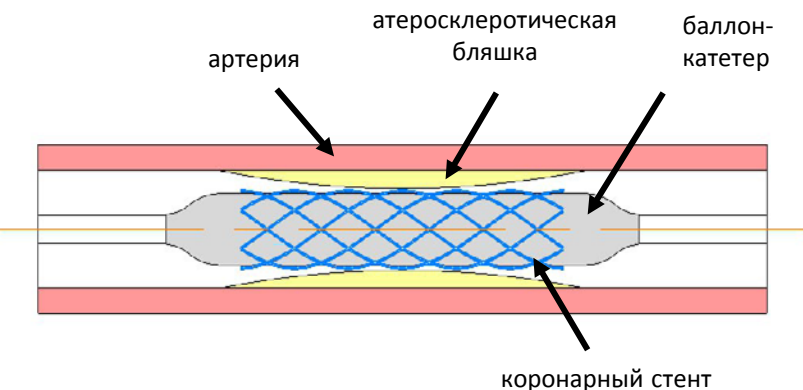
J_{el} – эластичная объемная деформация;

N, μ_i, α_i – материальный константы.

[1] Ogden, R. W. Large Deformation Isotropic Elasticity – On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 326, No. 1567 (1 February 1972), pp. 565–584

[2] Abaqus Theory Guide, Version 6.14.

Ангиопластика



Ангиопластика — это минимально инвазивная медицинская процедура, направленная на восстановление кровотока в суженных или заблокированных кровеносных сосудах, чаще всего в артериях.

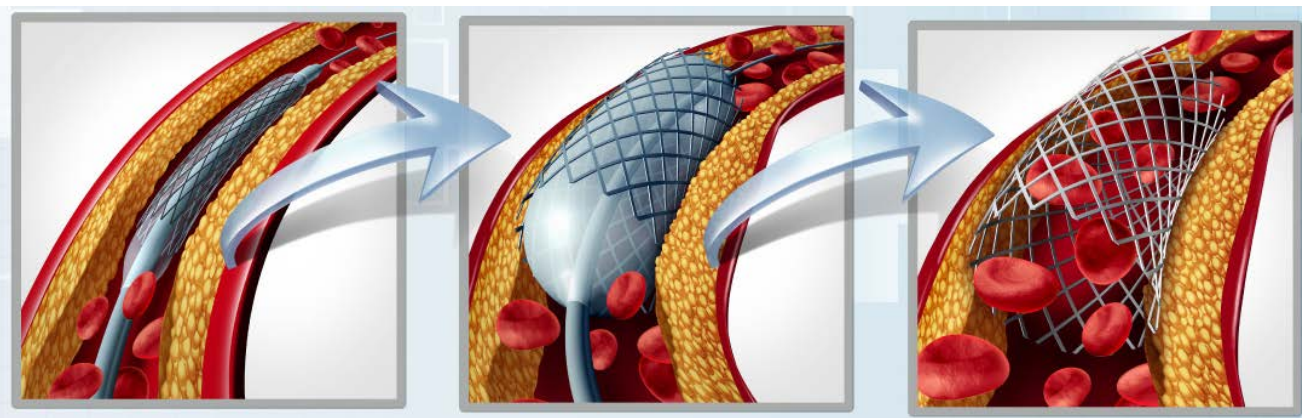
Этот метод используется для лечения заболеваний сердечно-сосудистой системы, таких как ишемическая болезнь сердца, периферическая артериальная болезнь и атеросклероз.

Основные цели ангиопластики:

- Устранение сужений или блокад сосудов помогает восстановить нормальный кровоток к тканям;
- Уменьшение боли (например, стенокардии) и других проявлений, связанных с недостаточным кровоснабжением;
- Снижение риска сердечных приступов, инсультов и других критических состояний, связанных с закупоркой сосудов.

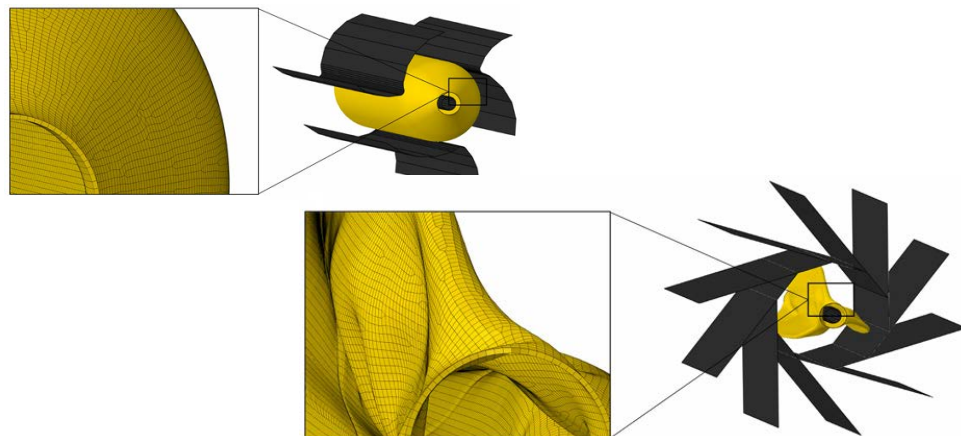
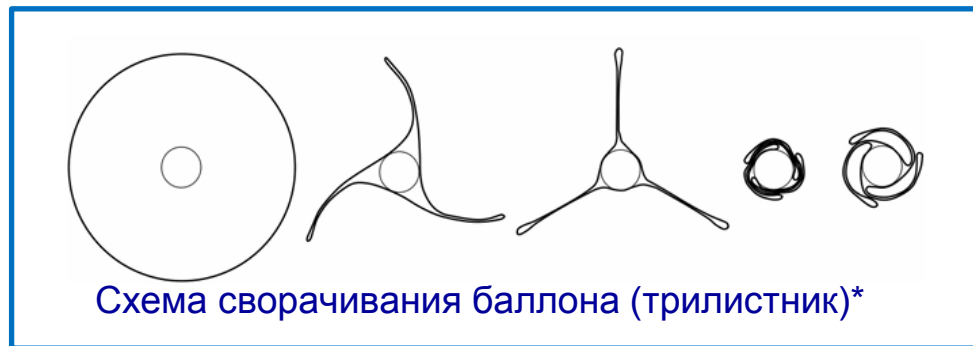
Основные этапы ангиопластики

- 1) Врач делает небольшой прокол в коже, обычно в области бедра или запястья, через который вводится катетер;
- 2) Тонкий гибкий катетер с баллоном на конце направляется к суженной части сосуда под контролем рентгеновского оборудования;
- 3) Баллон надувается, что раздвигает стенки сосуда, разрушает бляшки и восстанавливает пропускную способность сосуда;
- 4) В сосуд устанавливается стент, который предотвращает повторное сужение;
- 5) После сдувания баллон возвращается к исходному размеру и вместе с катетером осторожно извлекается через место прокола.



Ангиопластика. Задача сворачивания и раскрытия баллона

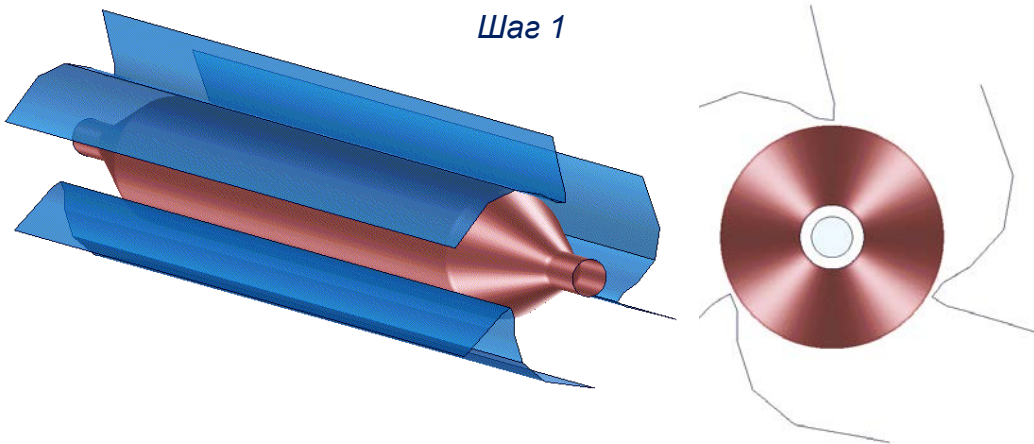
- Проблемы при подготовке и сворачивании баллона:
 - Неполное или неправильное сворачивание баллона
 - Скручивание или деформация баллона
- Проблемы при раскрытии баллона:
 - Неравномерное раскрытие баллона
 - Повреждение стента баллоном при раскрытии



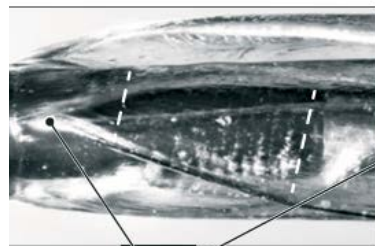
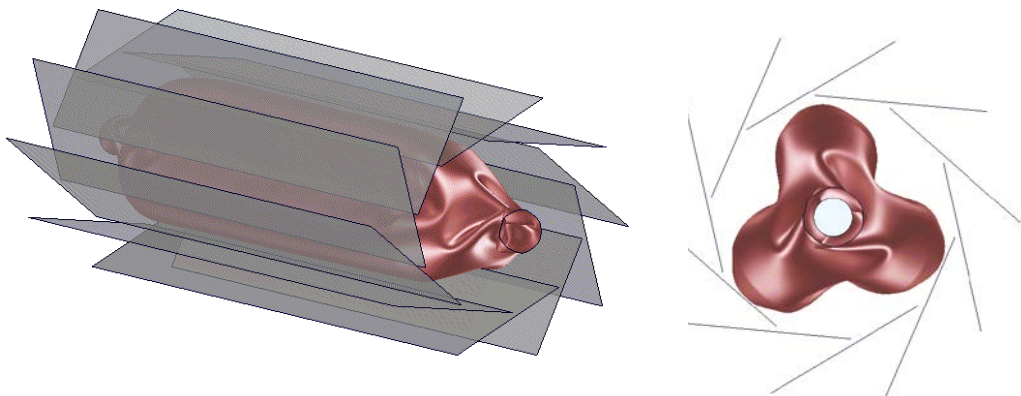
*Wiesent L, Schultheiß U, Schmid C, Schratzenstaller T, Nonn A (2019) Experimentally validated simulation of coronary stents considering different dogboning ratios and asymmetric stent positioning. PLoS ONE 14(10): e0224026

Обзор проблем, возникающих при сворачивании и раскрытии баллона

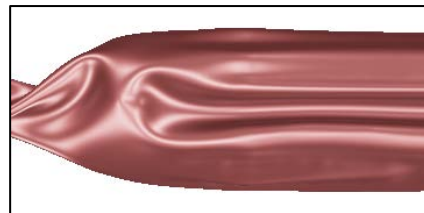
Шаг 1



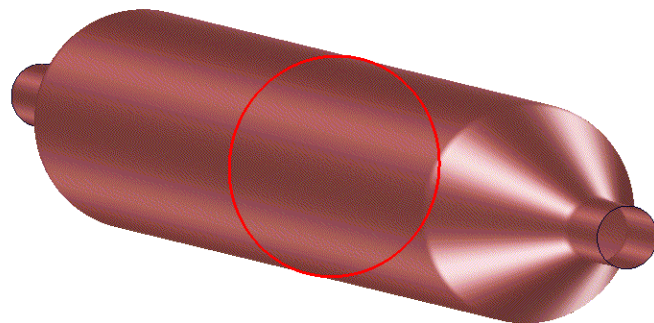
Шаг 2



Inflection points



Опасные участки баллона



Методика моделирования

Данные сосудистой
ангиографии и виртуальной
гистологии

Математическая модель
участка коронарной
артерии, пораженной
атеросклерозом

Выбор параметров моделей
материала для артерии и
атеросклеротической
бляшки

Математическое
моделирование напряженно-
деформированного
состояния баллона

Математическое
моделирование течения
крови в коронарной артерии

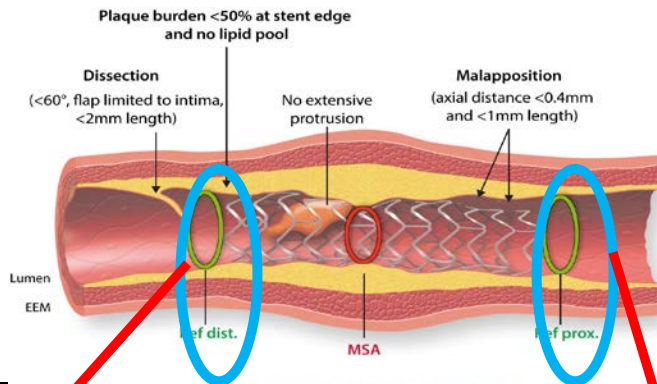
Математическая модель
коронарного стента



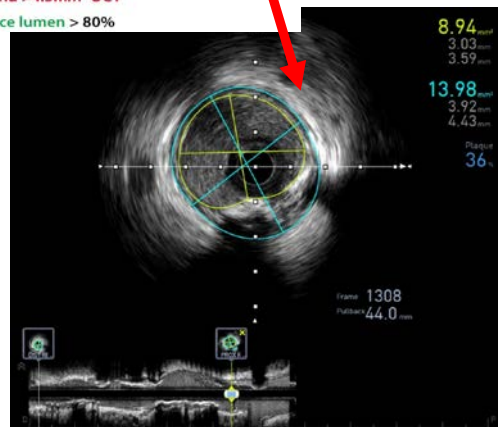
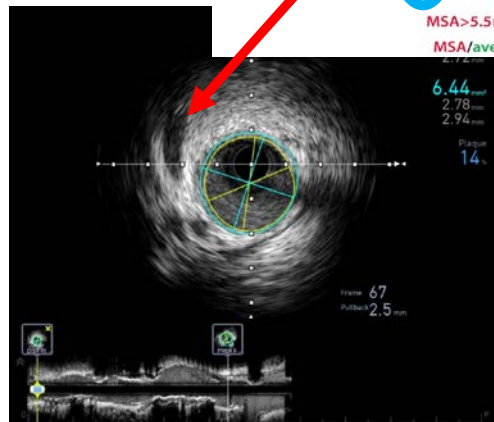
Выводы

- Проанализированы особенности применения гиперупругих моделей материалов для описания поведения ряда медицинских изделий и биологически тканей
- Исследования проведены на примере баллона для установки коронарного стента
- Отдельно были промоделированы стенки сосудов и стенки сосудов, пораженных атеросклерозом
- На основании результатов численного моделирования и данных представленных в литературе проанализированы особенности применения гиперупругих моделей Holzapfel Gasser-Ogden, Ogden и Mooney- Rivlin

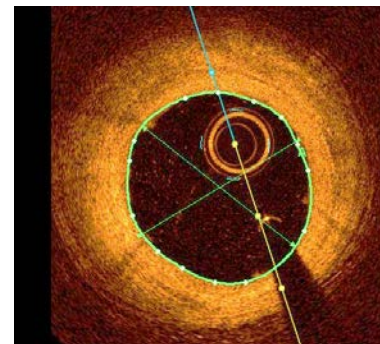
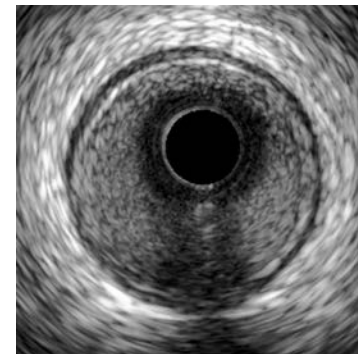
Определение средней референсной площади. Данные внутрисосудистой визуализации



MSA > 5.5mm² (IVUS) and > 4.5mm² OCT
MSA/average reference lumen > 80%



Внутрисосудистое ультразвуковое исследование (IVUS)



Оптическая когерентная томография (ОСТ)



ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого



Передовые
инженерные
школы



ЦИФРОВОЙ
ИНЖИНИРИНГ
ПИШ СПбПУ



НЦМУ
ПЕРЕДОВЫЕ ЦИФРОВЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ



ПОЛИТЕХ
Центр Национальной
технологической инициативы
Новые производственные технологии

CML
CompMechLab

ЦЕНТР
КОМПЬЮТЕРНОГО
ИНЖИНИРИНГА СПбПУ



ПОЛИТЕХ
Физико-механический
институт

Спасибо за внимание!

antonova_ov@spbstu.ru