



# Моделирование иммунной инфильтрации иммуно-исключённого фенотипа опухолей в рамках клеточных моделей Поттса

Мукова Елизавета, Азаров Иван



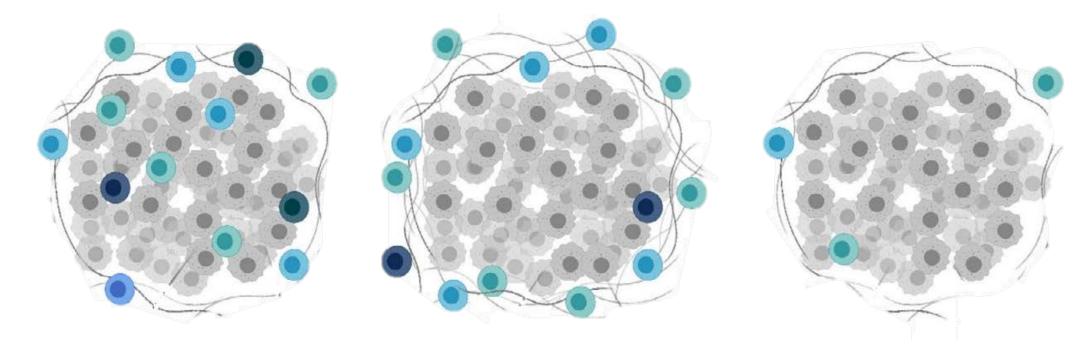
16 октября 2025

## Классификация иммунных фенотипов опухолей

Воспалённый / инфильтрированный

Исключённый

Пустынный



Цель: выяснить, что препятствует инфильтрации иммунных клеток в опухоль

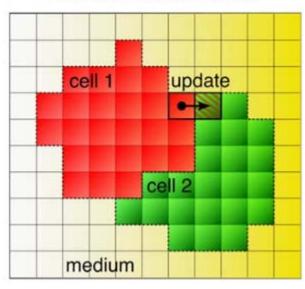


## Методы и алгоритмы



## СРМ – решёточные модели с нелокальной энергией конфигурации

#### Cellular Potts model



1. Много клеток одного типа, нет движения:

$$\mathcal{H}_{Potts} = \sum_{(i,j)(i',j')} \left(1 - \delta_{\sigma(i,j)\sigma(i',j')}\right)$$

2. Разные типы клеток:

$$\mathcal{H}_{\tau} = \sum_{(i,j)(i',j')} J[\tau(\sigma),\tau(\sigma')] \cdot \left(1 - \delta_{\sigma(i,j)\sigma(i',j')}\right)$$

3. Учёт размера клеток:

$$\mathcal{H}_{Modified} = \mathcal{H}_{\tau} + \lambda \cdot \sum_{\sigma} \left[ a(\sigma) - A_{\tau(\sigma)} \right]^{2} \cdot \theta \left( A_{\tau(\sigma)} \right)$$

4. Движение по градиенту:

$$\Delta \mathcal{H}' = \Delta \mathcal{H} - \mu (c_{automaton} - c_{neighbor})$$



## Эволюция системы во времени

На каждом временном шаге происходит:

- 1) Выбор случайного сайта-кандидата (i, j) со спином  $\sigma$
- 2) Выбор случайного нового значения спина σ' из Q возможных значений
- 2b) Выбор случайного нового значения спина σ' причём σ' выбирается среди значений соседей
- 3) Расчёт энергии системы  ${\mathcal H}$  в новой конфигурации
- 4) Смена спина  $\sigma(i, j)$  на  $\sigma'$ :
  - Вероятность перехода при T > 0:

$$p(\sigma o \sigma') = egin{cases} e^{-rac{\Delta \mathcal{H}}{kT}}, ext{ecли } \Delta \mathcal{H} > 0 \ 1, & ext{ecли } \Delta \mathcal{H} \leq 0 \end{cases}$$

• Вероятность перехода при Т = 0:

$$p(\sigma o \sigma') = egin{cases} 0, & ext{если } \Delta \mathcal{H} > 0 \ 0.5, & ext{если } \Delta \mathcal{H} = 0 \ 1, & ext{если } \Delta \mathcal{H} < 0 \end{cases}$$

5) Увеличение числа сделанных попыток и возврат к шагу №1.

Модифицированный алгоритм Метрополиса

$$\Delta \mathcal{H} = \mathcal{H}_{after} - \mathcal{H}_{before}$$

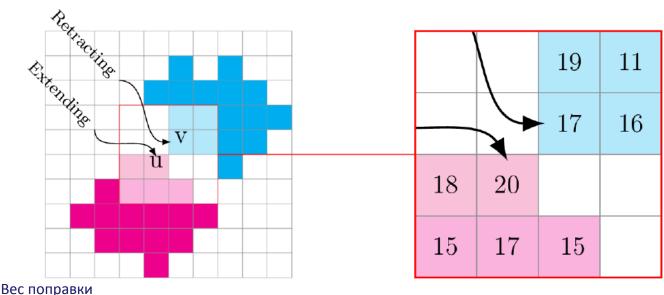
#### Направление:

Принцип наименьшей энергии



#### Модель активного протрузивного движения клеток

- ▶ Для каждой клетки поле активности (и или v)
- Активность матрикса = 0
- Активность свежего сайта Мах<sub>Аст</sub>
- ➤ Каждый MCS уменьшение активности на 1
- Локальная петля положительной обратной связи: случайная флуктуация вызывает протрузивную активность

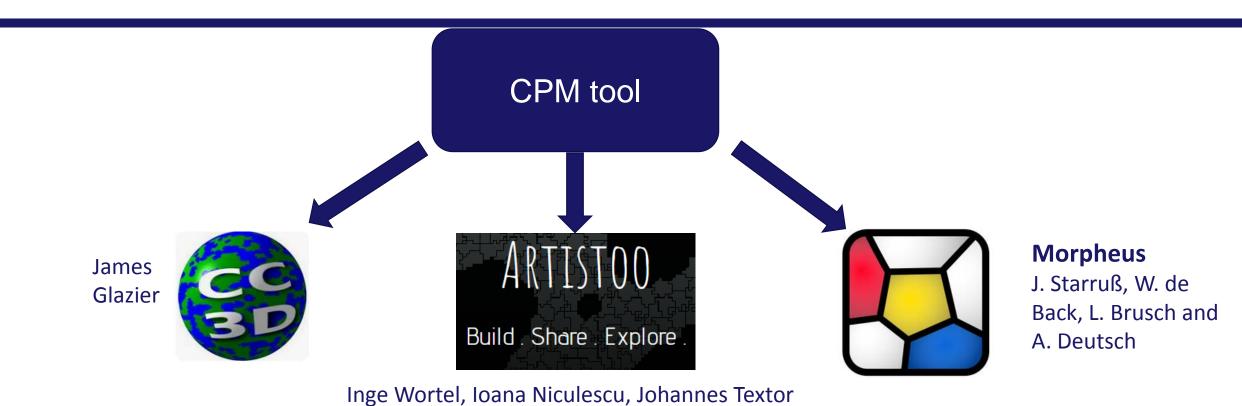


$$\Delta \mathcal{H}_{act} = \frac{\lambda_{Act}}{Max_{Act}} (GM_{Act}(u) - GM_{Act}(v))$$

$$GM_{Act}(u) = \prod_{y \in V(y)} (Act(y))^{1/V(y)}$$
 Окрестность Мура для сайтов той же клетки, включая и сам сайт



## Чем проводить СРМ расчёты?



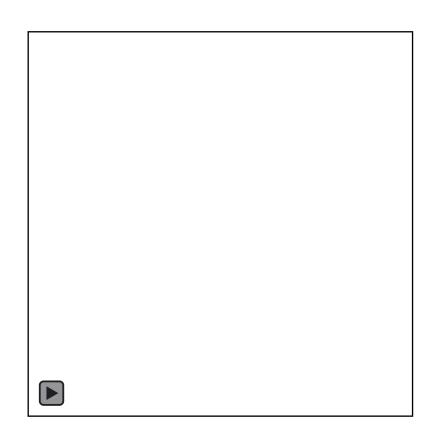


## Результаты



## Демонстрация работы модели







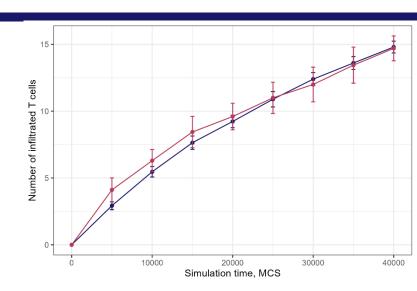
▶ Нижнее значение энергии взаимодействия между Тклетками и стромой J = 0.1. С такой энергией строма становится "невидимой" для Т-клеток.

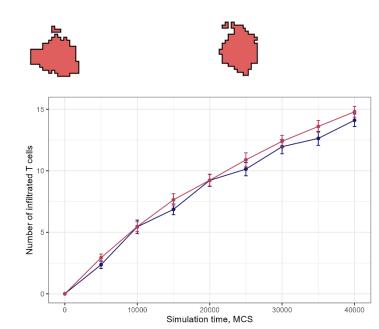
Первая критическая температура Т<sub>с1</sub> – температура, при которой происходит диссоциация клеток на отдельные сайты.

**Теоретически**: для  $\delta E = J_{\chi\chi}$  = 8 , тогда  $T_{c1}\cong n\cdot \delta E$  , где n = 8 для квадратной решётки,  $T_{c1}=64$ 

Практически:  $T_{c1} = 50$ 

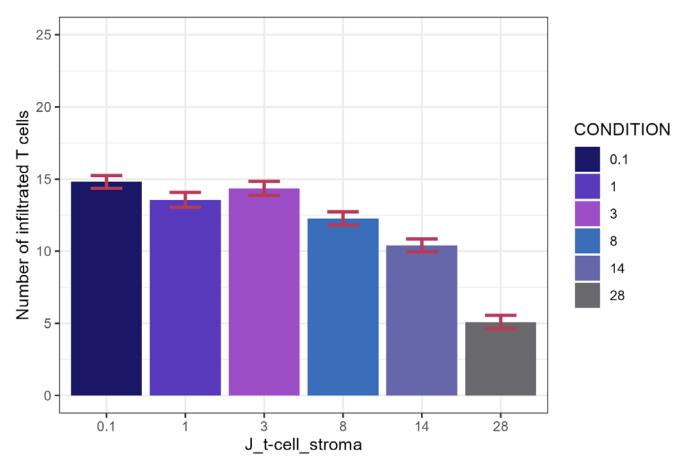
- ightharpoonup Минимальное значение  $ecc\_target_{str}=1$
- **Максимальное значение**  $ecc\_target_{str} = 50$ . При большем значении иммунные клетки по пути в опухоль разрывают стромальные клетки.





## Зависимость инфильтрации от адгезии Т-клеток и стромы

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

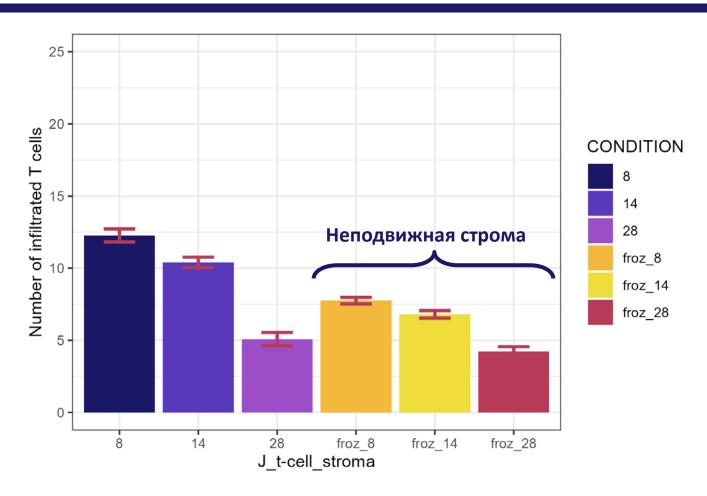


- **Более всего на инфильтрацию Т-клеток влияют физические качества стромы**
- Инфильтрация падает с уменьшением адгезии Т-клеток и элементов стромы (эффект сковороды и капли воды)



## Зависимость инфильтрации от адгезии Т-клеток и стромы: случай фиксированной стромы

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

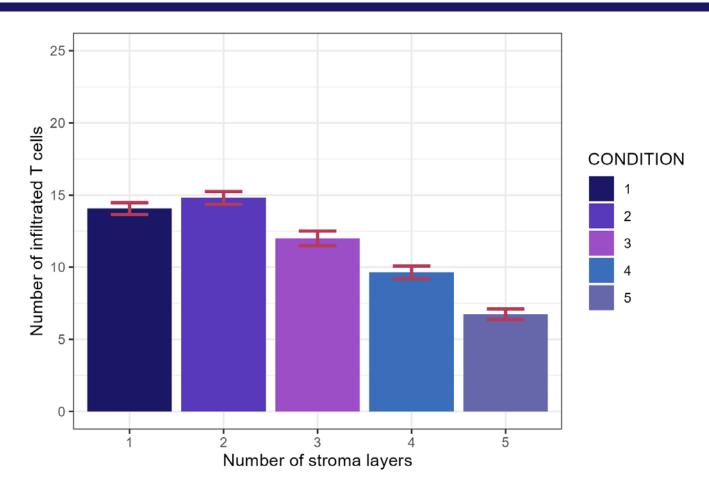


Инфильтрация падает с уменьшением адгезии Т-клеток и элементов стромы в том числе и для стромы в виде фиксируемых не обновляющихся элементов



## Зависимость инфильтрации от числа слоёв стромы

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

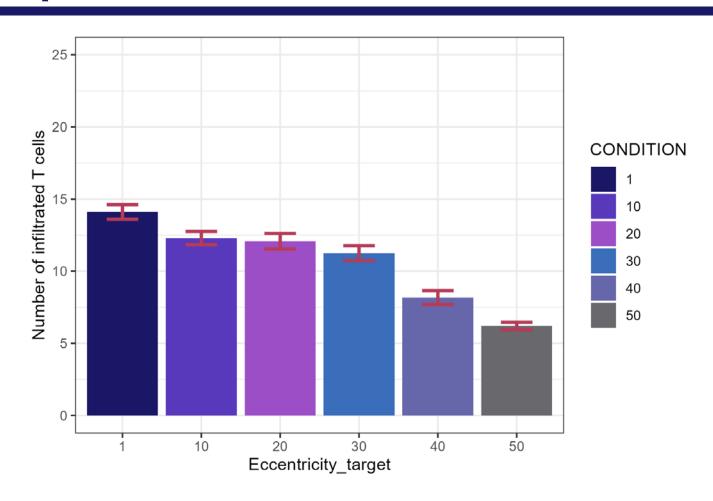


Инфильтрация падает с увеличением толщины стромы



## Зависимость инфильтрации от характерной длины элементов стромы

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

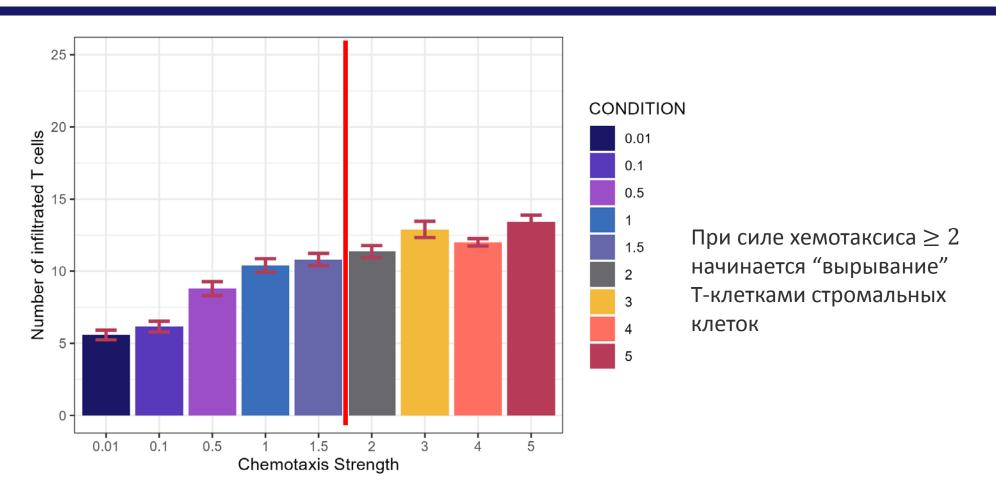


Инфильтрация зависит от геометрических свойств стромы: падает с удлинением элементов стромы (волокна коллагена и фибронектина)



## Зависимость инфильтрации от силы хемотаксиса

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

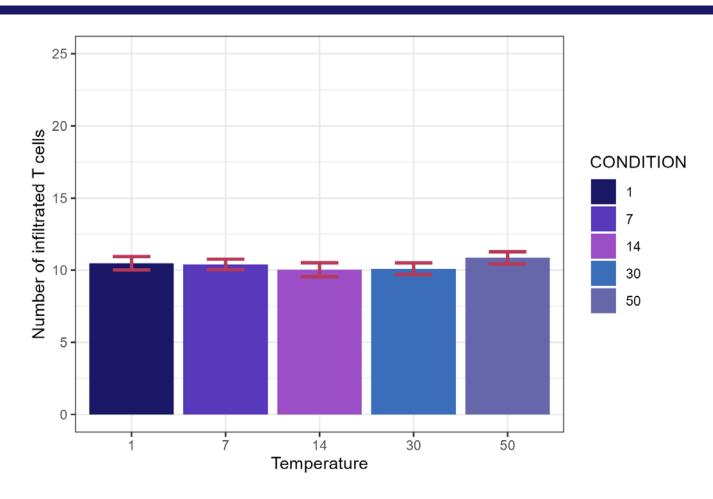


Тривиальный результат: число клеток проникающих в опухоль растёт с усилением хемотаксиса



## Зависимость инфильтрации от температуры

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

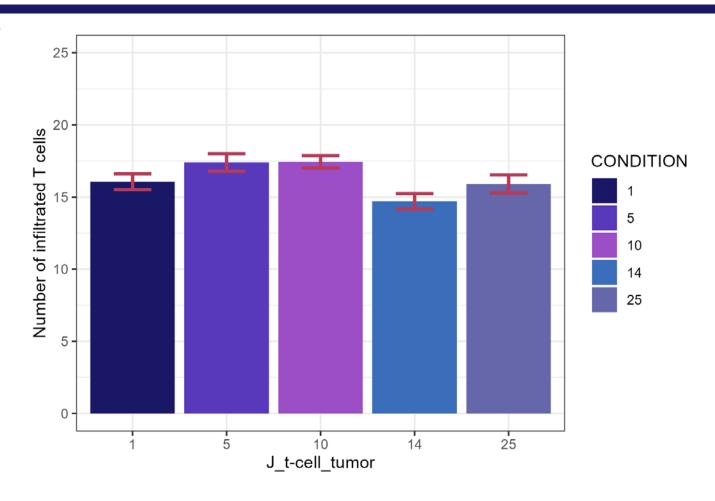


 Иммунная инфильтрация не зависит от температуры: увеличение активности протрузивного движения нивелируется увеличением энергии стохастических осцилляций мембраны клеток



## Зависимость инфильтрации от презентации антигенов

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS



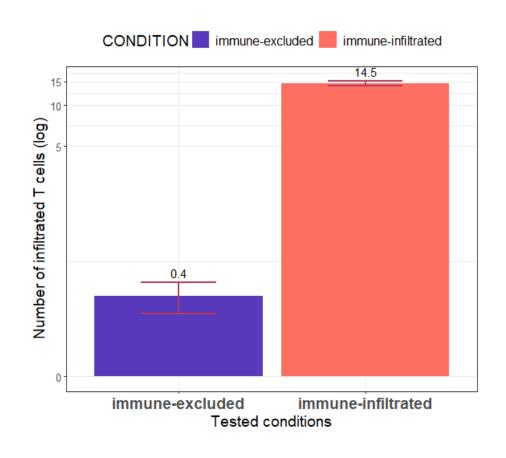
 В рамках текущей модели иммунная инфильтрация не зависит от презентации антигенов на поверхности опухоли



## Сравнение иммуно-исключённого и воспалённого опухолевых фенотипов

30 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS

$$J_{T-cell\_stroma} = 28$$
  
 $ecc\_target_{str} = 50$   
 $layers_{stroma} = 4$   
 $cs_{T-cell} = 1$ 



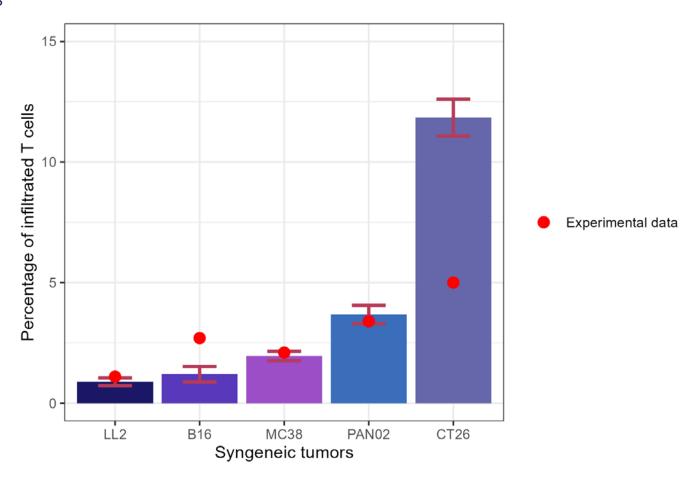
$$J_{T-cell\_stroma} = 0.1$$
  
 $ecc\_target_{str} = 1$   
 $layers_{stroma} = 2$   
 $cs_{T-cell} = 1.4$ 

 С учётом эффекта всех параметров модель способна описывать разницу в инфильтрации между иммуно-исключённым и воспалённым фенотипами в полтора порядка



#### Внешняя валидация: описание доклинических данных

10 траекторий,  $mean \pm se$ , 40 000 MCS



 На основе цитометрии различных типов мышиных опухолей были созданы модели и было проведено сравнение инфильтрации Т-клеток каждого типа опухолей с экспериментальными данными



## Выводы

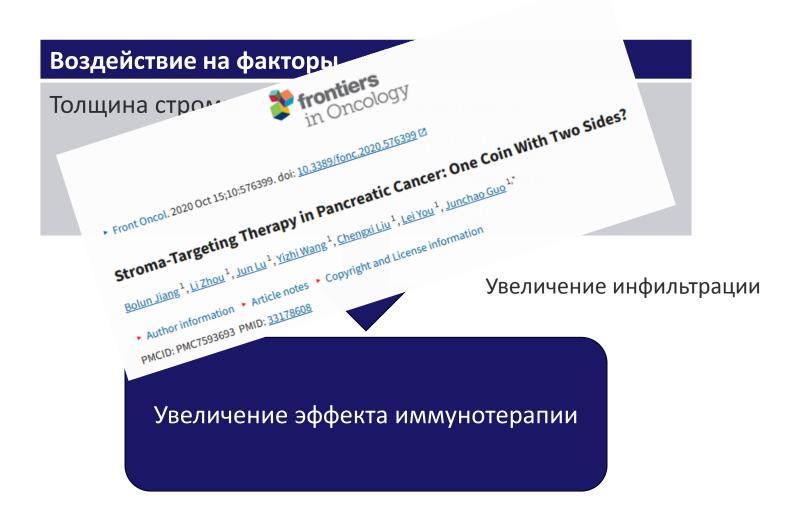


### Выводы





## Практическое применение







## Thank you for your attention!

Contacts:

Elizabeth.mukova@yandex.ru, phone: +7 967 112 2575

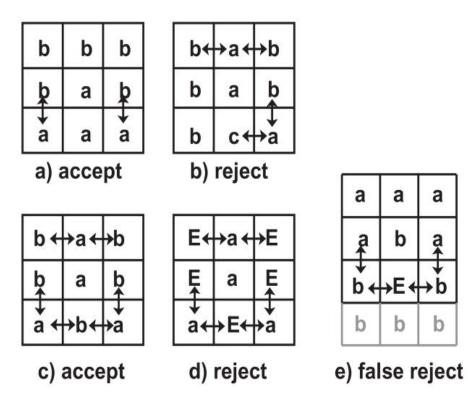


## Ограничение связности иммунных клеток

Чтобы проверить, изменит ли копирование индекса на сайт  $\vec{x}$  локальную связность, подсчитывается, сколько соседей сайта  $\vec{x}$  имеют тот же индекс.

Если значение

$$\sum_{i} \delta_{\sigma(\vec{x}),\sigma(\vec{x_{i'}})} \left( 1 - \delta_{\sigma(\vec{x}),\sigma(\vec{x_{i'}})} \right) > 2$$
, то изменение сайта приведет к нарушению локальной связности.





### Удлинение клеток

Текущий эксцентриситет клеток определяется в Morpheus с помощью тензора инерции I.

$$ecc(\sigma) = (1 - \frac{\mu(\sigma)}{\nu(\sigma)})^{1/2}$$

где  $\mu(\sigma) \ge v(\sigma)$  – два собственных значения тензора инерции I.

$$I = \begin{bmatrix} \sum_{i} x_{i}^{2} - \frac{1}{a} (\sum_{i} x_{i})^{2} & -\sum_{i} x_{i} y_{i} - \frac{1}{a} \sum_{i} x_{i} y_{i} \\ -\sum_{i} x_{i} y_{i} - \frac{1}{a} \sum_{i} x_{i} y_{i} & \sum_{i} y_{i}^{2} - \frac{1}{a} (\sum_{i} y_{i})^{2} \end{bmatrix}$$

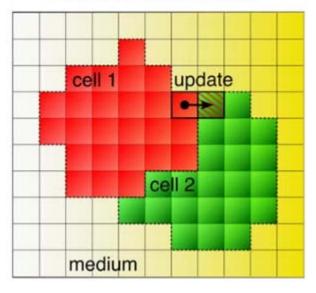
Суммирование в изменённом гамильтониане идёт по отдельным клеткам, то есть по совокупностям сайтов со спином σ.



#### Модель Поттса

- Шаг дискретизации пространства в модели ячейки, из которой состоят все клетки неподвижный "**сайт**".
- Каждому сайту присваивается единственная величина "спин" σ(i,j).
- Биологические клетки состоят из сайтов с одинаковым спином σ: обычно порядка 40 сайтов на одну клетку.
- Дальнейшее поведение системы описывается с помощью поттсовского гамильтониана – эффективной функции полной энергии.

#### Cellular Potts model





## Гамильтониан модели Поттса

$$\mathcal{H}_{\tau} = \sum_{(i,j)(i',j')} J[\tau(\sigma),\tau(\sigma')] \cdot \left(1 - \delta_{\sigma(i,j)\sigma(i',j')}\right)$$

- Суммирование ведётся по соседним сайтам
- Клетка состоит из всех сайтов с одинаковым спином ⇒ энергия взаимодействия сайтов внутри клетки равна 0.
- Вводятся не только разные клетки, но и разные **типы** клеток т, т' (2, 3 разных типа на модель)
- J(т, т') величина энергии взаимодействия сайтов, которые относятся к типам клеток т и т'.
- т и т' могут быть одинаковыми.



Zajac M, Jones GL, Glazier JA. Simulating convergent extension by way of anisotropic differential adhesion. J Theor Biol. 2003 May 21; 22(2):22 doi: 10.1016/s0022-5193(03)00033-x. PMID: 12727459.

### Гамильтониан модели Поттса

$$\mathcal{H}_{Modified} = \mathcal{H}_{\tau} + \lambda_{A} \cdot \sum_{\sigma} \left[ a(\sigma) - A_{\tau(\sigma)} \right]^{2} + \lambda_{L} \cdot \sum_{\sigma} \left[ ecc(\sigma) - Ecc_{\tau(\sigma)} \right]^{2} + \lambda_{P} \cdot \sum_{\sigma} \left[ p(\sigma) - P_{\tau(\sigma)} \right]^{2}$$

- Суммирование идёт по отдельным клеткам (то есть по совокупностям сайтов со спином σ)
- $\lambda$  Лагранжев множитель, отвечающий за силу эффекта на ограничение
- a(σ) текущая площадь клетки σ
- $A_{\tau(\sigma)}$  целевая площадь клетки  $\sigma$
- $ecc(\sigma)$  текущий эксцентриситет клетки  $\sigma$
- $\mathbf{Ecc}_{\tau(\sigma)}$  целевой эксцентриситет клетки  $\sigma$
- $p(\sigma)$  текущий периметр клетки  $\sigma$
- $P_{\tau(\sigma)}$  целевой периметр клетки  $\sigma$
- Расчетная область 200×200
- Граничные условия: х период., у пост.



## Эволюция системы во времени

На каждом временном шаге происходит:

- 1) Выбор случайного сайта-кандидата (i, j) со спином  $\sigma$
- 2) Выбор случайного нового значения спина  $\sigma'$  из Q возможных значений (среди значений соседей)
- 3) Расчёт энергии системы  ${\mathcal H}$  в новой конфигурации
- 4)Смена спина  $\sigma(i, j)$  на  $\sigma'$ :
- а) если новая энергия ниже, всегда принимается копия;
- б) если новая энергия выше, принимается копия с вероятностью
  - Вероятность перехода при T > 0:

$$p(\sigma o \sigma') = egin{cases} e^{-rac{\Delta \mathcal{H}}{T}}, ext{если } \Delta \mathcal{H} > 0 \ 1, & ext{если } \Delta \mathcal{H} \leq 0 \end{cases}$$

• Вероятность перехода при T = 0:

$$p(\sigma o \sigma') = egin{cases} 0, & ext{если } \Delta \mathcal{H} > 0 \ 0.5, & ext{если } \Delta \mathcal{H} = 0 \ 1, & ext{если } \Delta \mathcal{H} < 0 \end{cases}$$

$$\Delta \mathcal{H} = \mathcal{H}_{after} - \mathcal{H}_{before}$$

#### Направление:

Принцип наименьшей энергии

Температура Больцмана Т определяет вероятность энергетически невыгодных флуктуаций



## Актиновая модель миграции клеток, зависящей от формы.

$$\Delta \mathcal{H}_{Act}(u \to v) = \frac{\lambda_{Act}}{Max_{Act}} (GM_{Act}(u) - GM_{Act}(v))$$

$$GM_{Act}(u) = \sqrt[5]{15 * 17 * 15 * 18 * 20}$$

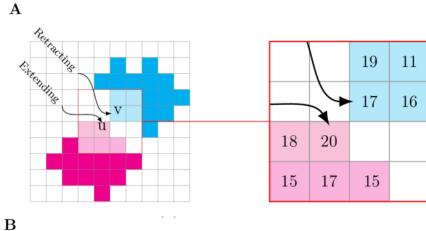
$$GM_{Act}(v) = \sqrt[4]{17 * 16 * 19 * 11}$$

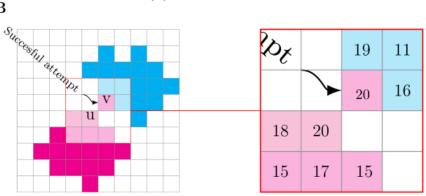
$$GM_{Act}(u) = \left(\prod_{y \in V(u)} Act(y)\right)^{1/|V(y)|}$$

- $GM_{Act}(u)$  среднее геометрическое значений активности в окрестности объекта и
- ullet  $Max_{Act}(u,v)$  максимальное значение активности
- $\lambda_{Act}$  Лагранжев множитель, отвечающий за силу эффекта

Значение активности сайта уменьшается на единицу после каждого MCS, пока не достигнет нуля

В актиновой модели мы поощряем копирование с сайтов с относительно высокими значениями активности на сайты с более низкими значениями.

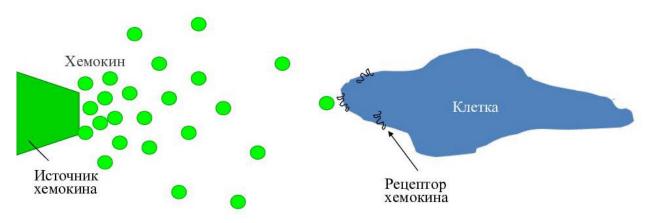






Niculescu I, Textor J, de Boer R (2015). "Crawling and Gliding: A Computational Model for Shape-Driven Cell Migration". *PLOS Computational Biology*. DOI:10.1371/journal.pcbi.1004280. PMID 26488304. PMC: 4619082

#### Хемотаксис



$$\Delta \mathcal{H}' = \Delta \mathcal{H} - \mu \cdot (U_{x_{(i',j')}} - U_{x_{(i,j)}})$$

$$\frac{dU}{dt} = p - d \cdot U$$

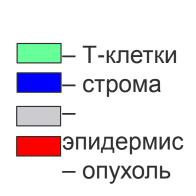
- р продукция хемокинов
- d разрушение хемокинов
- U концентрация поля хемокинов в  $x_{(i,j)}$
- $\mu$  сила хемотаксиса

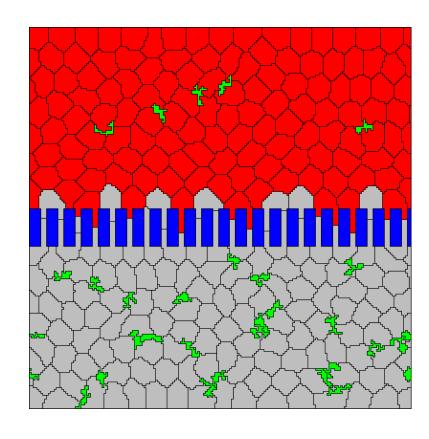
Клетка с большей вероятностью переместится в область с более высокой концентрацией хемокинов и с меньшей вероятностью переместится в область с более низкой концентрацией хемокинов.



Копирование идёт из  $x_{(i,j)}$  в  $x_{(i',j')}$ 

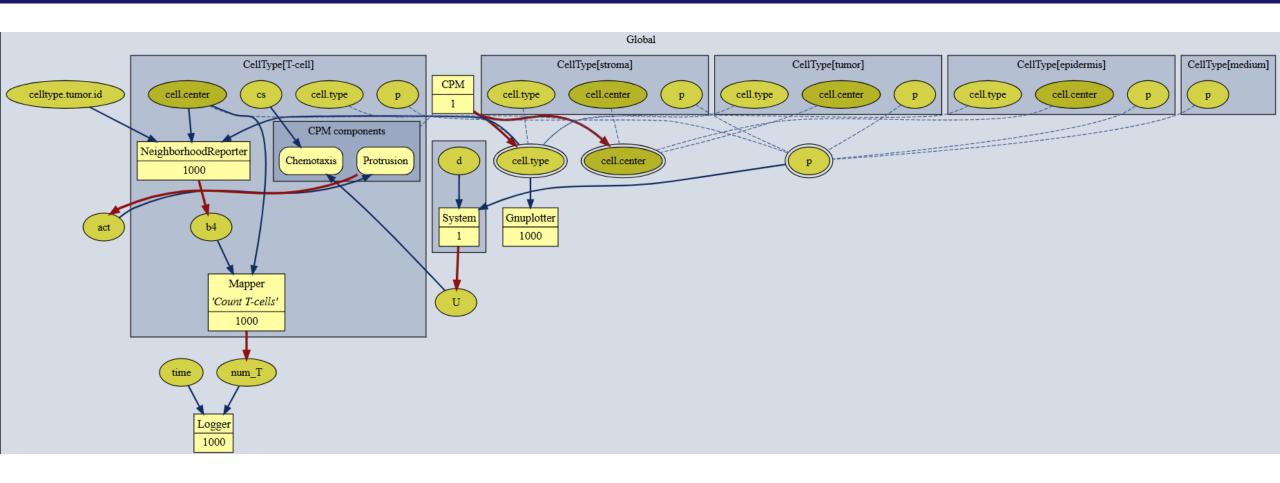
## Замороженная строма







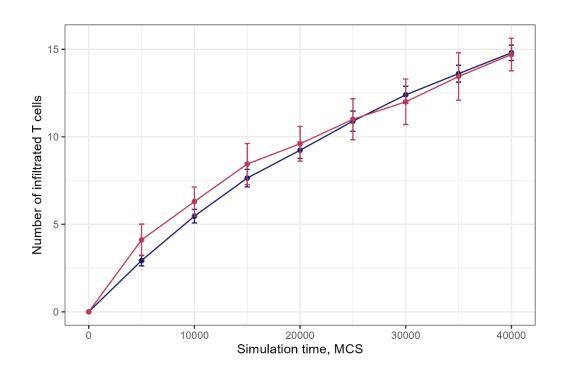
## **Model-graph**

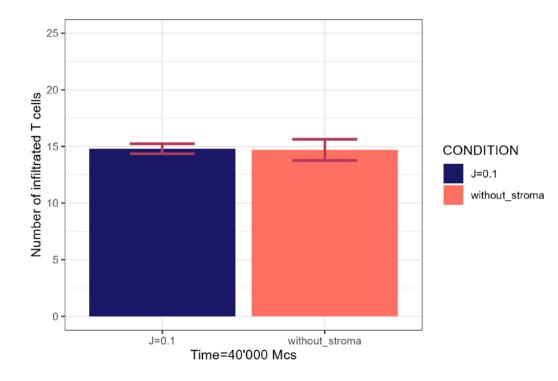




**Нижнее значение** энергии взаимодействия между Т-клетками и стромой **J=0.1**.

С такой энергией строма становится "невидимой" для Т-клеток.







Интерпретация температуры в контексте движения биологических клеток заключается в том, что она определяет скорость, с которой различные (внутренние) процессы в клетке изменяют границы. Эту скорость можно трактовать, как временную шкалу для колебаний мембраны.

Первая **критическая температура Т** $_{c1}$  - температура, при которой происходит диссоциация клеток на отдельные сайты. Означает долгое время жизни спина, целиком окружённого несовпадающими спинами (того же типа):

Пусть  $\delta E=J_{xx}$  = 8 , тогда  $T_{c1}\cong n\cdot \delta E$  , где n = 8 для квадратной решётки.  $T_{c1}=64$ 

На практике оказалось, что  $T_{c1}$ =50.

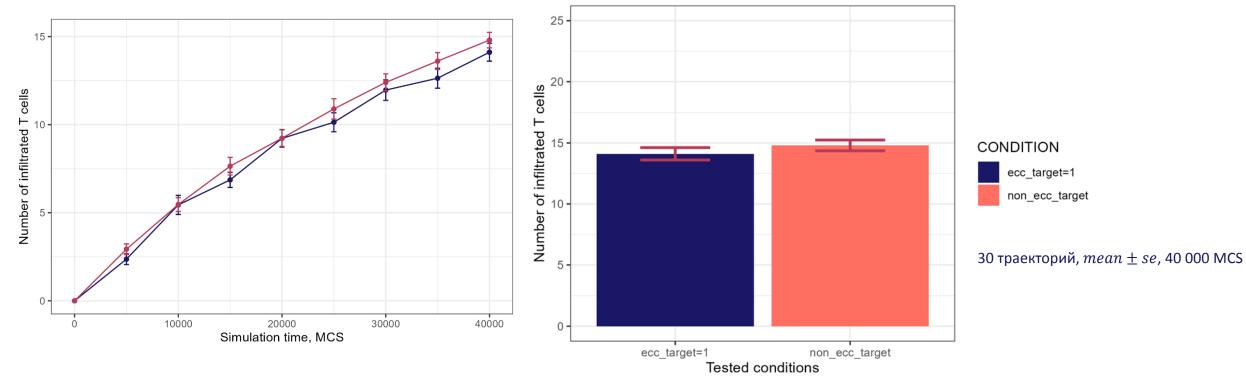






Eccentricity\_target определяется на основе приближения формы клетки к эллипсоиду с использованием тензора инерции.

**Минимальное значение**  $ecc\_target_{str} = 1$ . При таком значении параметра форма стромальных клеток и количество инфильтрировавших иммунных клеток в опухоль остается прежней.



**Максимальное значение**  $ecc\_target_{str} = 50$ . При большем значении иммунные клетки по пути в опухоль разрывают стромальные клетки.



Тип опухоли	Строма	Инфильтрация, CD8+, Mosely
LL2	15,4%	1.10%
B16	13,8%	2.70%
MC38	9,2%	2.10%
PAN02	7,7%	3,4%
CT26	1,5%	5%

