

Реконструкция трехмерной модели сосудов по двум проекциям ангиографии

Данилов Александр Анатольевич

ИВМ РАН, Сеченовский университет, МФТИ

XVII конференция “Математические модели и численные методы в биологии и медицине”

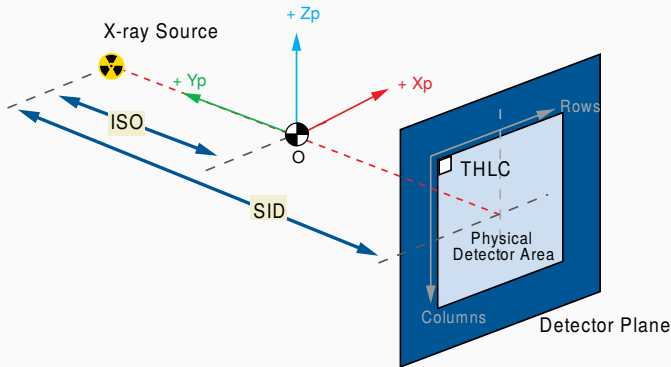
- DistanceSourceToDetector (0018,1110) – расстояние от излучателя до детектора sid
- DistanceSourceToPatient (0018,1111) – расстояние от излучателя до объекта iso
- PositionerPrimaryAngle (0018,1510) – первый угол поворота α
- PositionerSecondaryAngle (0018,1511) – второй угол поворота β
- ImagerPixelSpacing (0018,1164) – размеры пикселя в мм на детекторе h_x, h_y
- Columns (0028,0011) и Rows (0028,0010) – размеры детектора в пикселях N_x, N_y

Система координат излучателя-детектора

Ось Y направлена от детектора к излучателю.

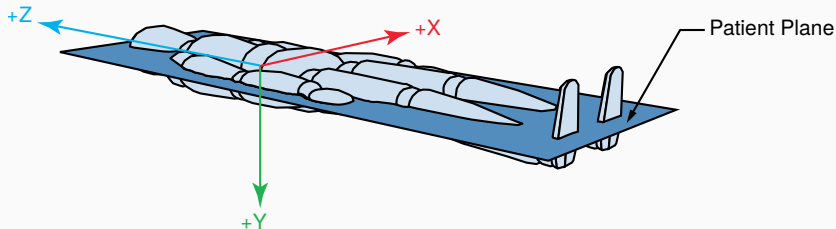
Положение излучателя – $(0, iso, 0)$.

Положение пикселя с координатами (i, j) на детекторе будет иметь координаты $\left((i - \frac{N_x}{2})h_x, iso - sid, (\frac{N_y}{2} - j)h_y\right)$.

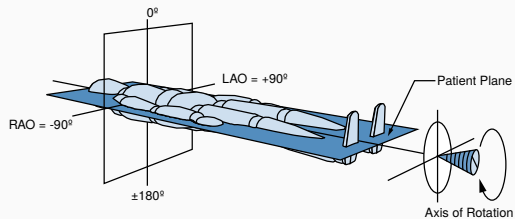


DICOM PS3.3 2025d Figure C.8.19.6-5. Positioner Coordinate System

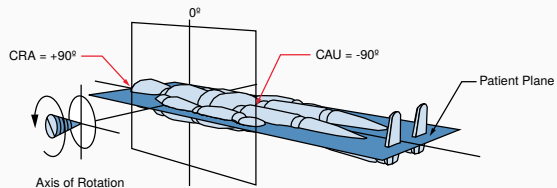
Ось X направлена от правой руки к левой, ось Y направлена от груди к спине, ось Z направлена от ног к голове.



DICOM PS3.3 2025d Figure C.8-10. Table Motion Vector Coordinates



DICOM PS3.3 2025d Figure C.8-11. Positioner Primary Angle



DICOM PS3.3 2025d Figure C.8-12. Positioner Secondary Angle

Переход из одной системы координат в другую

Для перехода в систему координат пациента используем матрицу поворота R :

$$R = R_Z(\alpha)R_X(-\beta) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

Положение излучателя в системе координат пациента будет иметь вид:

$$p_{\text{source}} = R \begin{pmatrix} 0 \\ \text{iso} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Положение пикселя (i, j) на детекторе в системе координат пациента:

$$p_{\text{detector}}(i, j) = R \begin{pmatrix} (i - \frac{N_x}{2})h_x \\ \text{iso} - \text{sid} \\ (\frac{N_y}{2} - j)h_y \end{pmatrix}$$

Эпиполярные линии

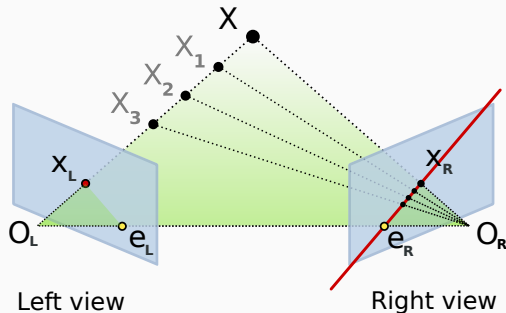
Две проекции под разными углами

O_L и O_R – положения двух излучателей в системе координат пациента

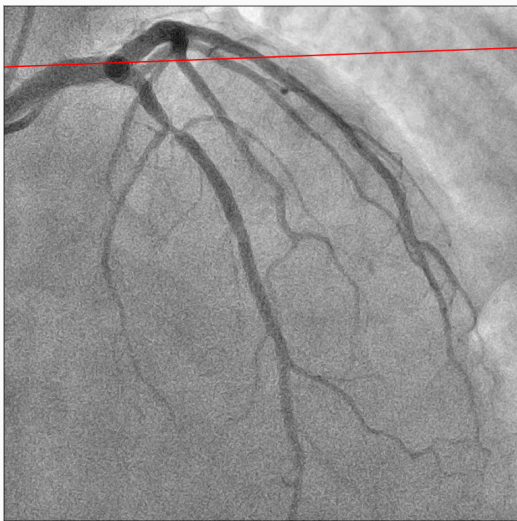
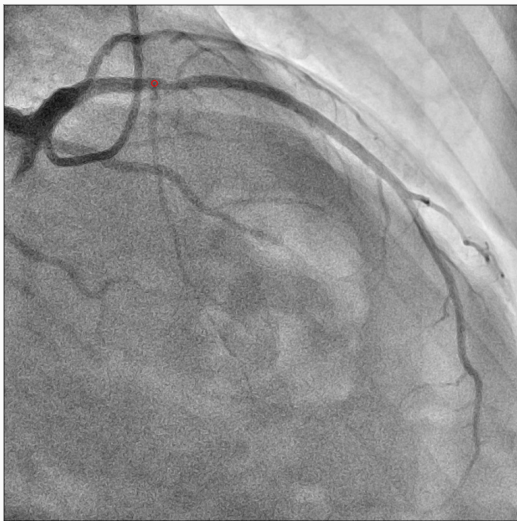
X_L – точка на первом детекторе

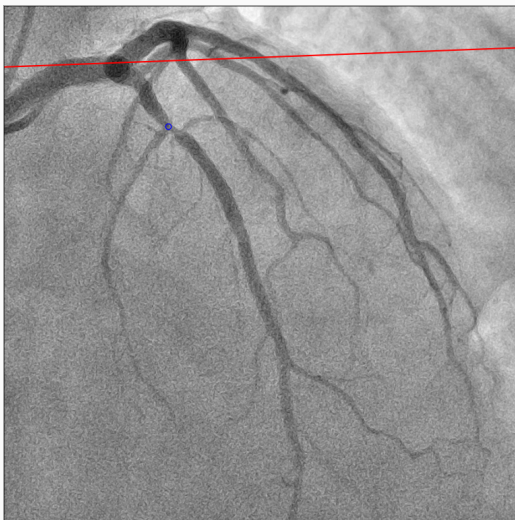
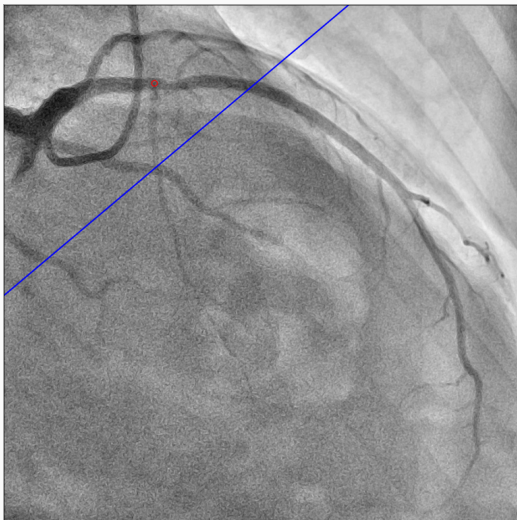
Эпиполярная плоскость – проходит через точки O_L , O_R и X_L

Эпиполярная линия для точки X_L – пересечение эпиполярной плоскости и плоскости детектора



Источник: Arne Nordmann, Wikipedia





Пусть s_1 и s_2 – положения излучателей. Выберем на проекциях одинаковую точку – (i_1, j_1) и (i_2, j_2) . В системе координат пациента это $d_1(i_1, j_1)$ и $d_2(i_2, j_2)$.

В идеале луч из s_1 в $d_1(i_1, j_1)$ и луч из s_2 в $d_2(i_2, j_2)$ пересекаются.

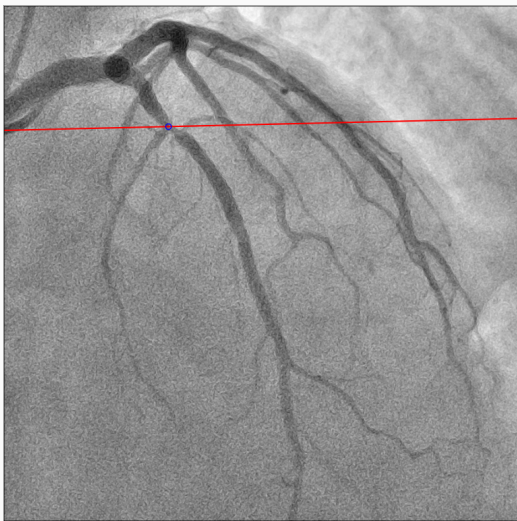
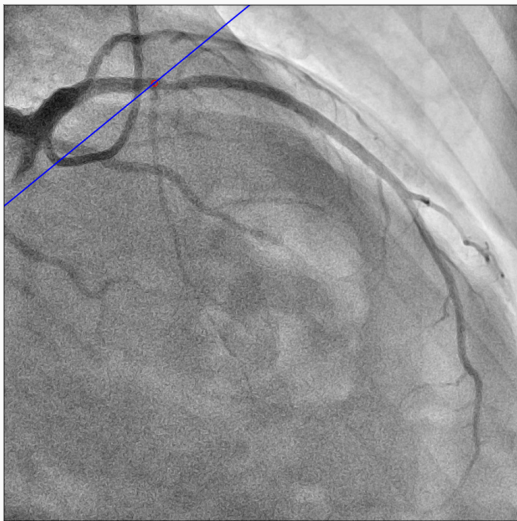
На практике – лучи скрещиваются. Расстояние между лучами $d = (s_2 - s_1) \cdot n_0$, где $n_0 = n / \|n\|$ и $n = (d_1(i_1, j_1) - s_1) \times (d_2(i_2, j_2) - s_2)$.

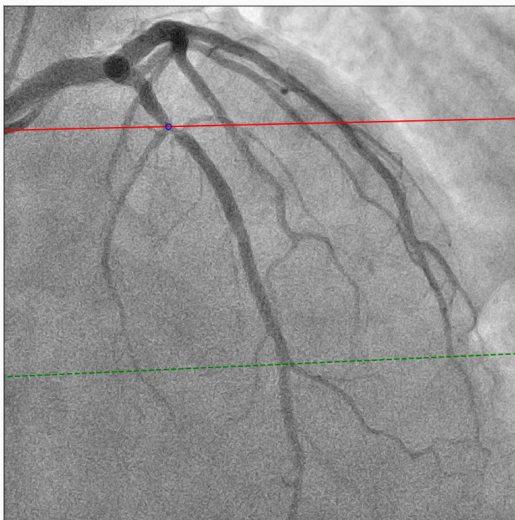
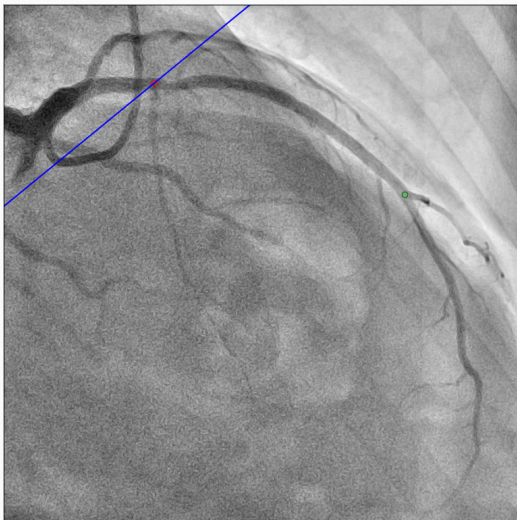
Скорректируем формулы за счёт смещения:

$$p_{\text{source}} = R \begin{pmatrix} 0 \\ \text{iso} \\ 0 \end{pmatrix} + \text{offset}$$

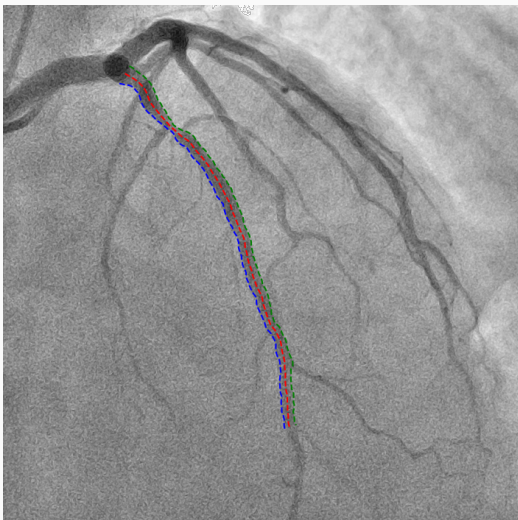
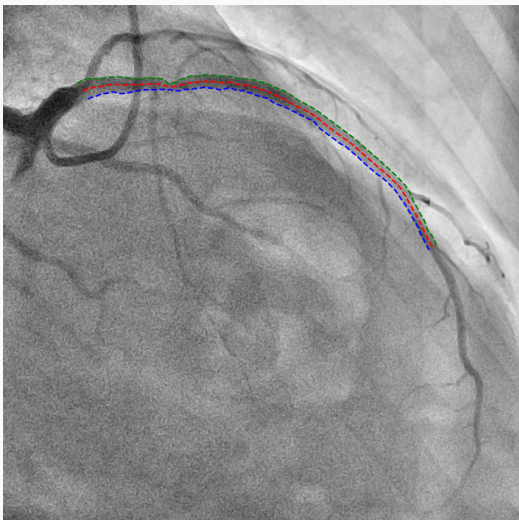
$$p_{\text{detector}}(i, j) = R \begin{pmatrix} (i - \frac{N_x}{2})h_x \\ \text{iso} - \text{sid} \\ (\frac{N_y}{2} - j)h_y \end{pmatrix} + \text{offset}$$

где $\text{offset} = \frac{d}{2}n_0$ для первой проекции и $\text{offset} = -\frac{d}{2}n_0$ для второй проекции.





Центральные линии сосудов в двух проекциях



Реконструкция центральной линии в 3D: наивный подход

- Параметризуем центральные линии на левой и правой проекциях
- $c_1(t)$, $c_2(t)$, $t \in [0, 1]$ – точки на детекторах, s_1 и s_2 – излучатели
- При каждом параметре $t \in [0, 1]$ построим пару лучей $s_1c_1(t)$ и $s_2c_2(t)$
- Пусть $c(t)$ – точка “пересечения” этих лучей

$$n = (c_1 - s_1) \times (c_2 - s_2)$$

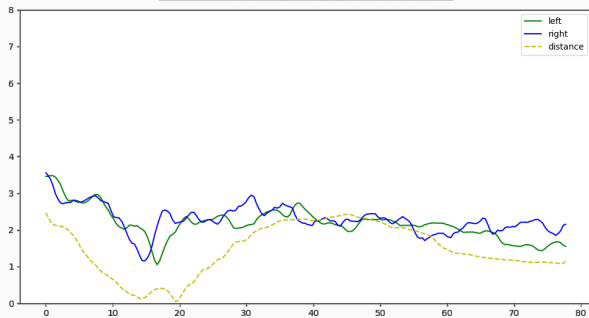
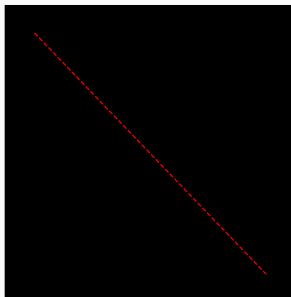
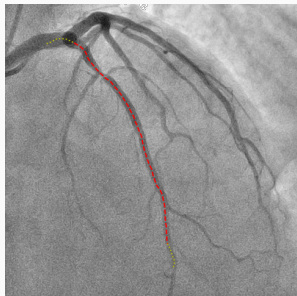
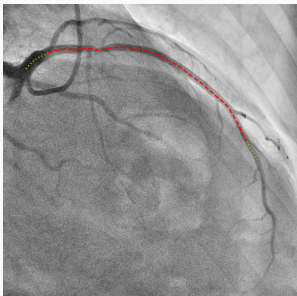
$$n_1 = (c_1 - s_1) \times n, \quad n_2 = (c_2 - s_2) \times n$$

$$\alpha_1 = (s_2 - s_1) \cdot n_2 / (c_1 - s_1) \cdot n_2, \quad \alpha_2 = (s_1 - s_2) \cdot n_1 / (c_2 - s_2) \cdot n_1$$

$$w_1 = s_1 + \alpha_1(c_1 - s_1), \quad w_2 = s_2 + \alpha_2(c_2 - s_2), \quad c = (w_1 + w_2)/2$$

- Центральная линия в 3D – $c(t)$, $t \in [0, 1]$
- Диаметр сосуда в точке с параметром t вычислим как среднее геометрическое диаметров $d_1(t)$ и $d_2(t)$

Реконструкция центральной линии в 3D: наивный подход

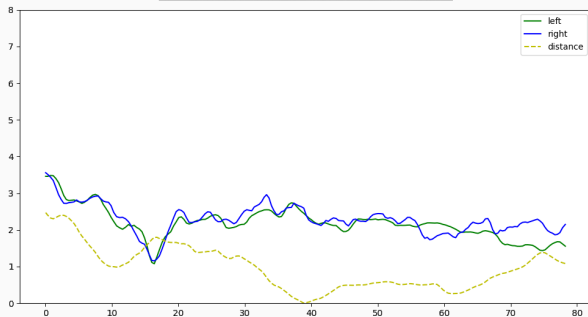
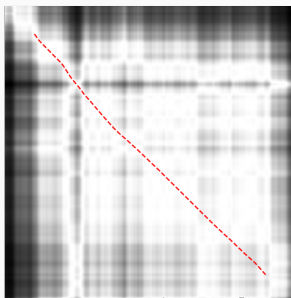
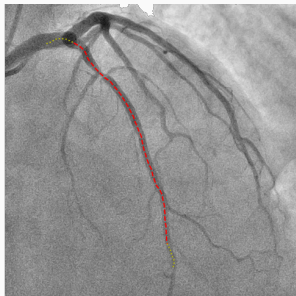
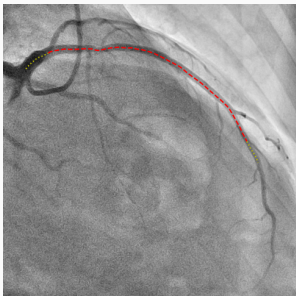


- Попробуем учесть соответствие диаметров на двух проекциях
- Для каждой пары параметров $t_1, t_2 \in [0, 1]$ введём “скорость” $g(t_1, t_2)$

$$g(t_1, t_2) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|d_1(t_1) - d_2(t_2)|}{\sigma} \right)^2}$$

- Найдём кратчайший путь γ из точки $(0, 0)$ в $(1, 1)$ с учётом “скорости” $g(t_1, t_2)$
- Кратчайший путь задаёт соответствие между точками на проекциях
- “Пересекаем” лучи $s_1 c_1(\gamma_1(t))$ и $s_2 c_2(\gamma_2(t))$, где $(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ – точки на γ

Реконструкция центральной линии в 3D: учёт диаметров

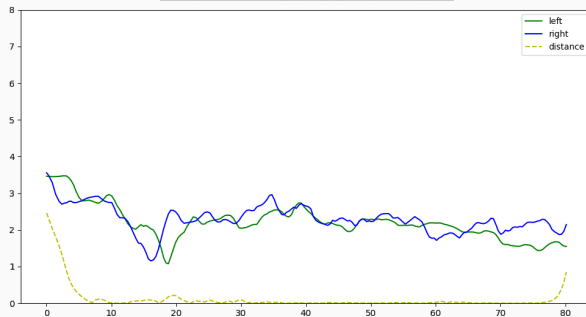
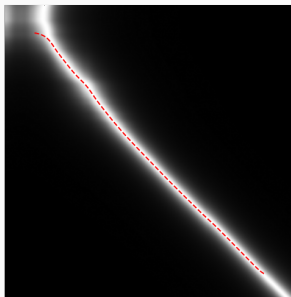
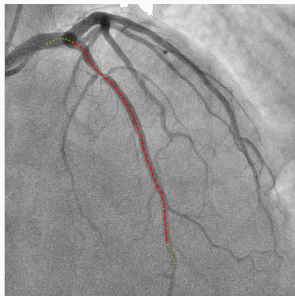
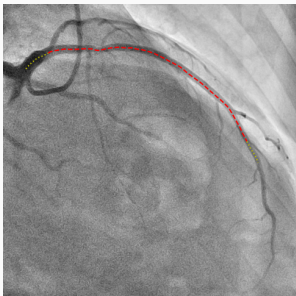


- Попробуем учесть соответствие диаметров и расстояние между лучами
- Для каждой пары параметров $t_1, t_2 \in [0, 1]$ введём “скорость” $g(t_1, t_2)$

$$g(t_1, t_2) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\|w_1 - w_2\|}{\sigma} \right)^2}$$

- Найдём кратчайший путь γ из точки $(0, 0)$ в $(1, 1)$ с учётом “скорости” $g(t_1, t_2)$
- Кратчайший путь задаёт соответствие между точками на проекциях
- “Пересекаем” лучи $s_1 c_1(\gamma_1(t))$ и $s_2 c_2(\gamma_2(t))$, где $(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ – точки на γ

Реконструкция центральной линии в 3D: учёт расстояния между лучами

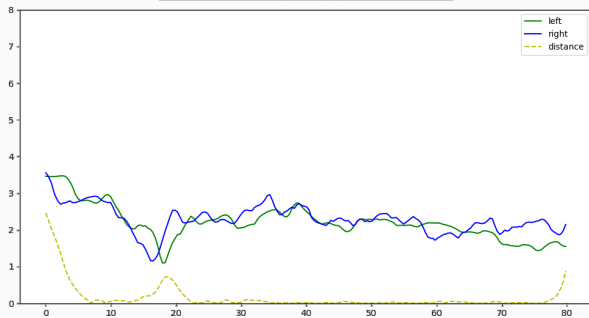
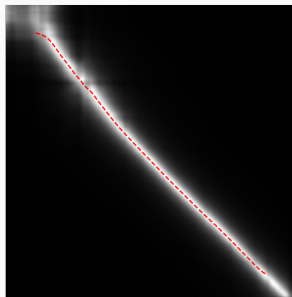
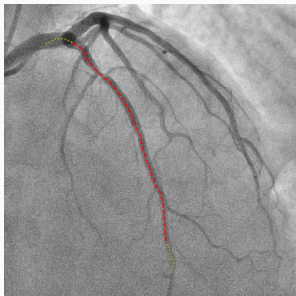
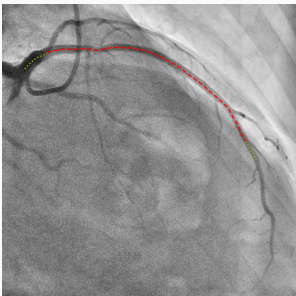


- Попробуем учесть расстояние между лучами
- Для каждой пары параметров $t_1, t_2 \in [0, 1]$ введём “скорость” $g(t_1, t_2)$

$$g(t_1, t_2) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{|d_1(t_1) - d_2(t_2)|}{\sigma_r}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{\|w_1 - w_2\|}{\sigma_d}\right)^2\right)}$$

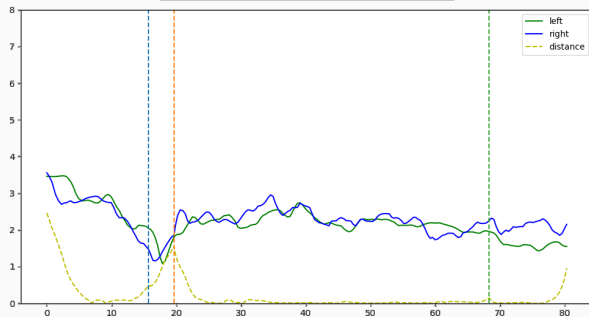
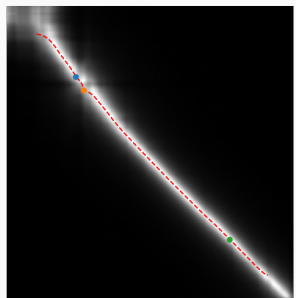
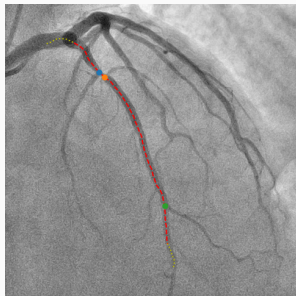
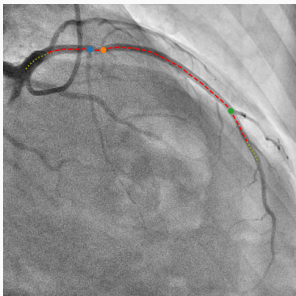
- Найдём кратчайший путь γ из точки $(0, 0)$ в $(1, 1)$ с учётом “скорости” $g(t_1, t_2)$
- Кратчайший путь задаёт соответствие между точками на проекциях
- “Пересекаем” лучи $s_1 c_1(\gamma_1(t))$ и $s_2 c_2(\gamma_2(t))$, где $(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ – точки на γ

Реконструкция центральной линии в 3D



- Отметим одни и те же точки (бифуркации) на проекциях
- Ищем кратчайший путь из $(0, 0)$ в $(1, 1)$, проходящий через заданные точки
- Все остальные действия остаются те же

Реконструкция центральной линии в 3D: контрольные точки

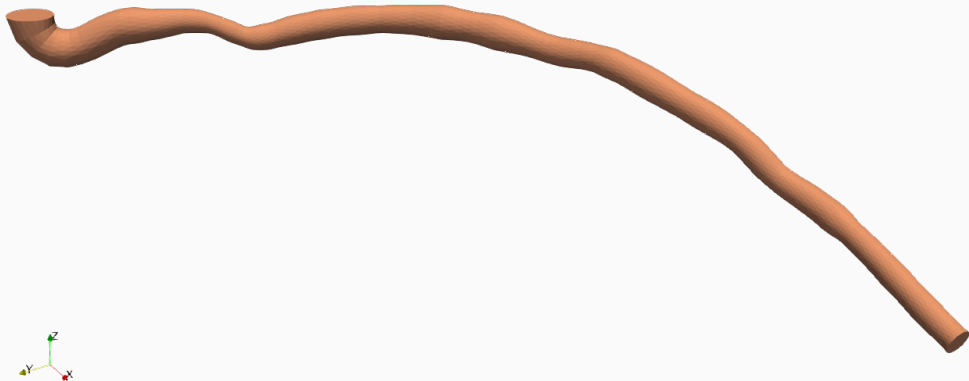




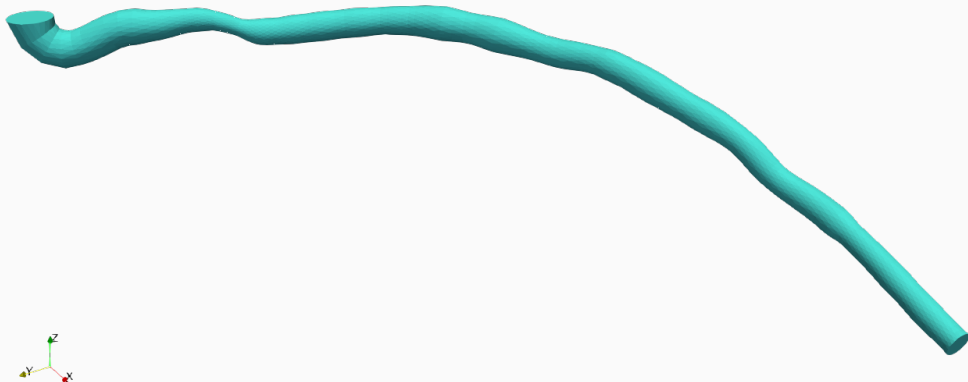
Линейное соответствие



Учёт разности диаметров



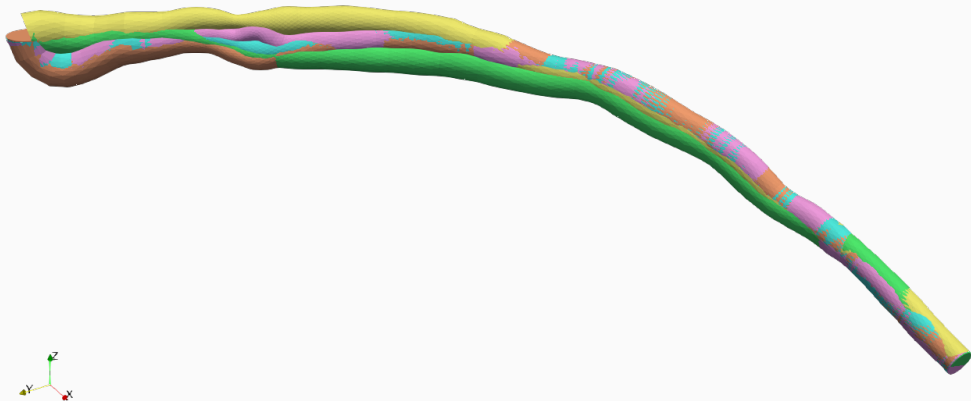
Учёт расстояния между лучами



Учёт разности диаметров и расстояния между лучами

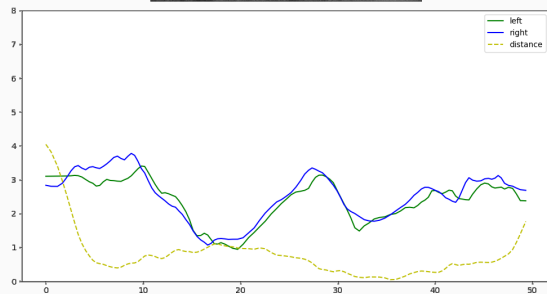
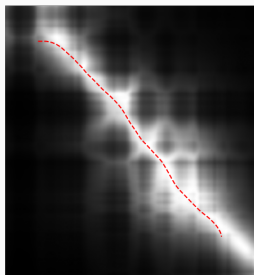
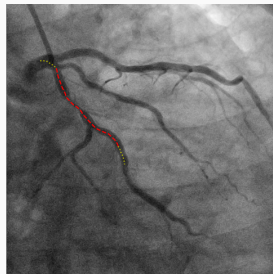
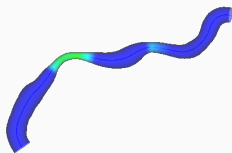
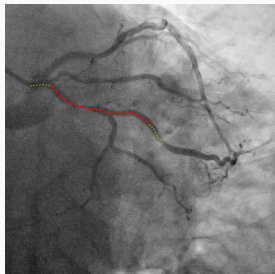


Контрольные точки



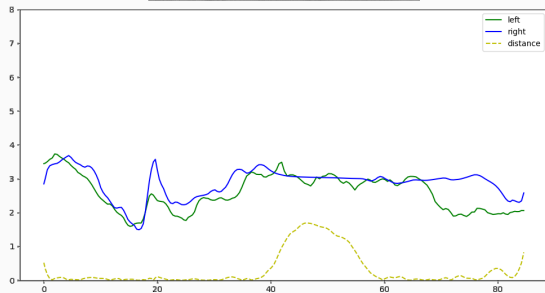
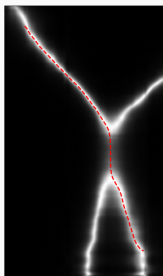
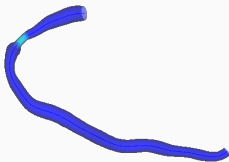
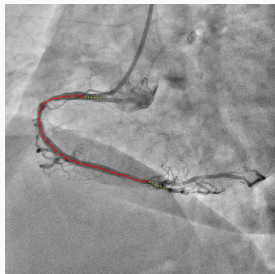
Сравнение всех моделей

Примеры работы на других пациентах



Эпиполярная линия почти параллельна сосуду

Примеры работы на других пациентах



Сосуд почти перпендикулярен одной из проекций

Спасибо за внимание!