



Численное моделирование акустической левитации в применении к биофабрикации на силовых скаффолдах

Пыряев Евгений Викторович,
аспирант

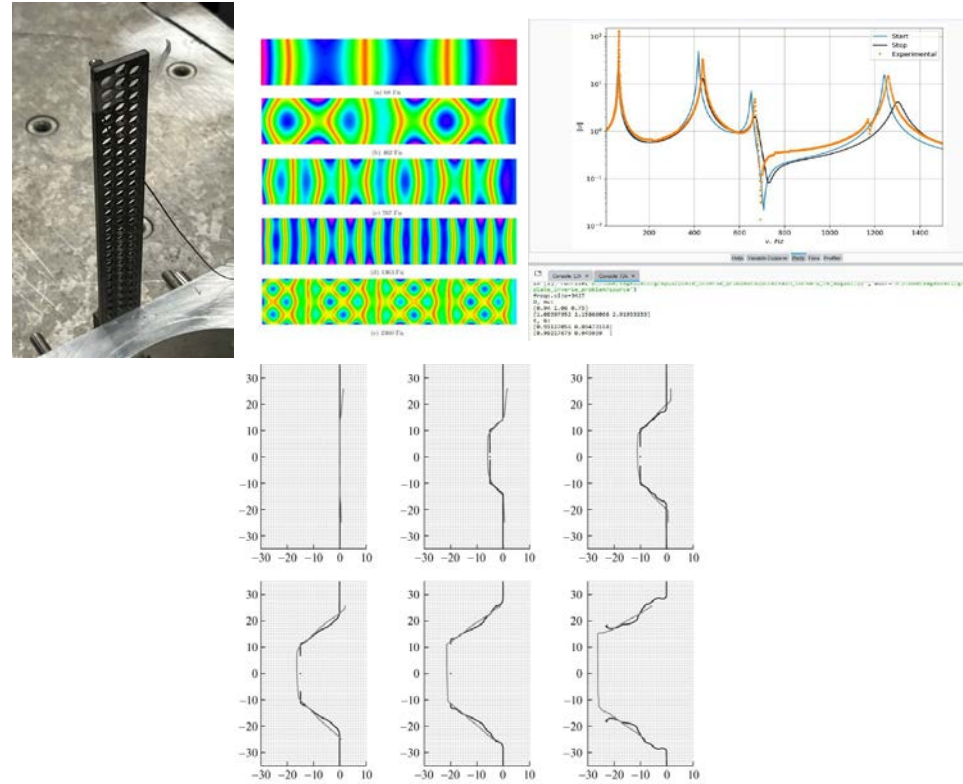
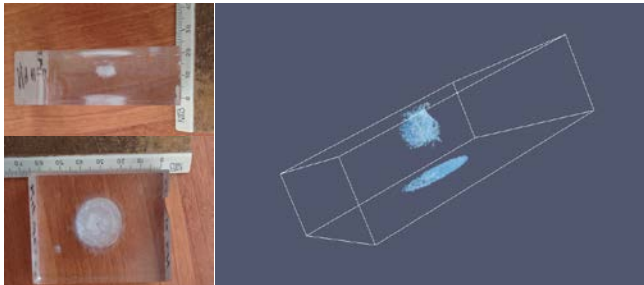
Беклемышева Катерина Алексеевна,
к.ф.-м.н., доцент кафедры информатики и
вычислительной математики

Петров Игорь Борисович,
чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор,
научный руководитель кафедры

Бэкграунд

Моделирование волновых процессов в твёрдых и жидких средах:

- Композиционные материалы
- Сейсморазведка
- Диагностический медицинский ультразвук

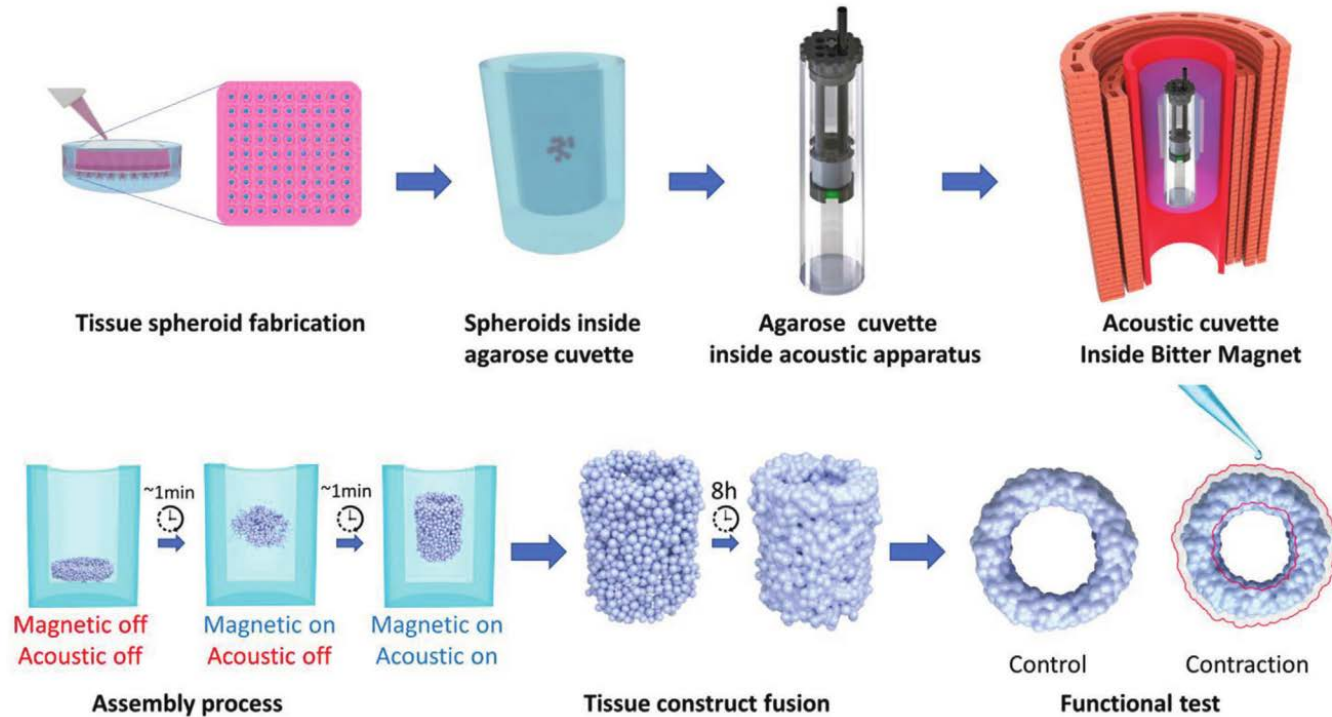


Igor, Petrov & Vasyukov, Alexey & Beklemysheva, Katerina & Onuchin, E. & Tovarnova, N.. (2022). On Numerical Modeling of Fiber Deformation and Destruction under Impact Load. *Doklady Mathematics*. 105. 207-211. [10.1134/S1064562422030061](https://doi.org/10.1134/S1064562422030061).

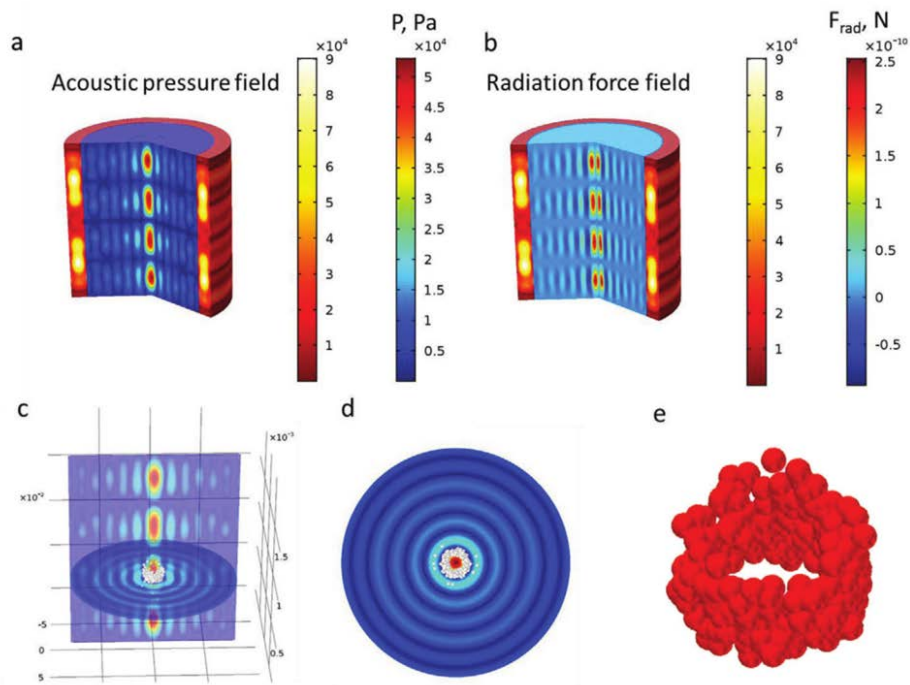
Явление акустической левитации



Акустические поля в биофабрикации



Роль акустики



Главная цель работы – научиться
получать и анализировать
подобные картины

Математическая модель – уравнения акустики

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \nabla p + \mathbf{f}$$

$$\dot{p} = -K(\nabla \cdot \mathbf{v}) + F$$

- Распределения ρ -- плотности -- и K – модуля всестороннего сжатия – задаются в начале расчёта и остаются постоянными
- Внешние силы равны нулю
- Граничные условия задаются соответствующими значениями давления или вектора скорости

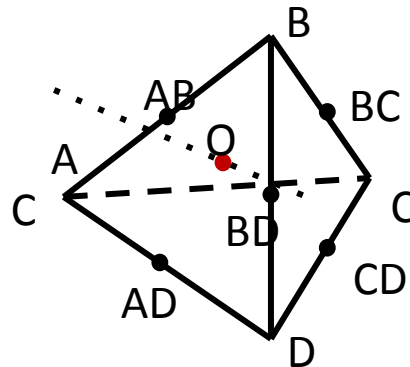
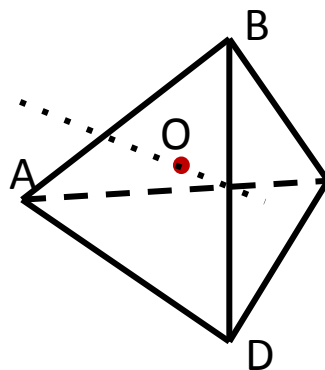
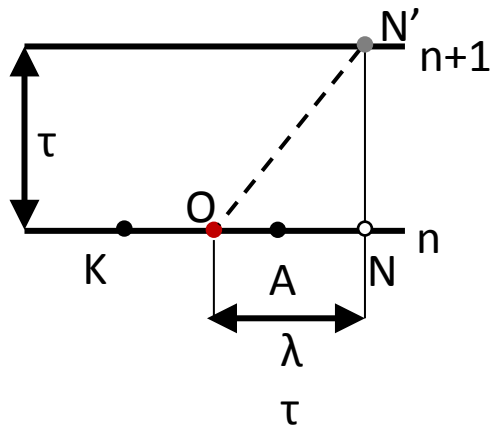
Потенциал акустического излучения (потенциал Горькова)

$$U_{\text{rad}} = V_p \left(f_1 \frac{1}{2} \kappa_0 \langle p_1^2 \rangle - f_2 \frac{3}{4} \rho_0 \langle |\mathbf{v}_1|^2 \rangle \right)$$

- Повсеместно используется в задачах левитации сферических тел
- Градиент потенциала – сила, действующая со стороны излучения на сферы
- Ограничение – размер сферы много меньше длины волны

Сеточно-характеристический метод

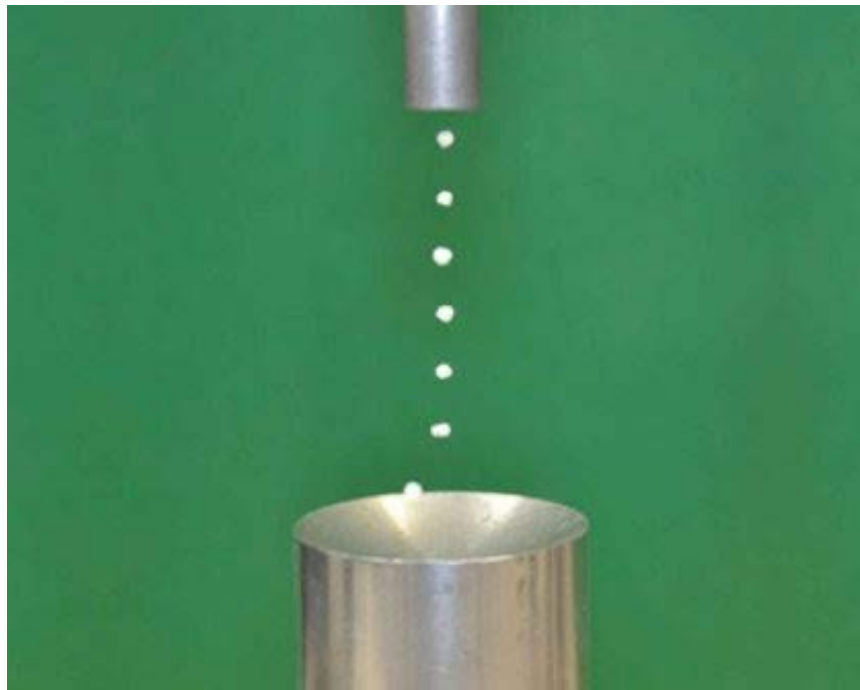
- Полная система уравнений линейной акустики/МДТТ в 3D
- Расщепление по направлениям
- Переход к инвариантам Римана и характеристикам
- Структурированные и **неструктурированные** сетки, интерполяция в тетраэдре для переноса значений на новый временной слой
- Получение компонент вектора скорости и тензора напряжений из инвариантов Римана
- Порядок аппроксимации $\Leftrightarrow$ точность интерполяции



Базовый эксперимент

Этапы:

1. Моделирование
2. Верификация



Постановка задачи

- Рассматривается система уравнений акустики
- В основе солвера – сеточно-характеристический метод
- Расчётная область – трёхмерная регулярная сетка
- Геометрия области задаётся автомодельными по отношению к волновому числу параметрами
- Излучатель моделируется соответствующим ГУ на верхней границе
- На остальных стенках расчётной области – поглощающие ГУ
- Отражатель моделируется областью с повышенной плотностью материала

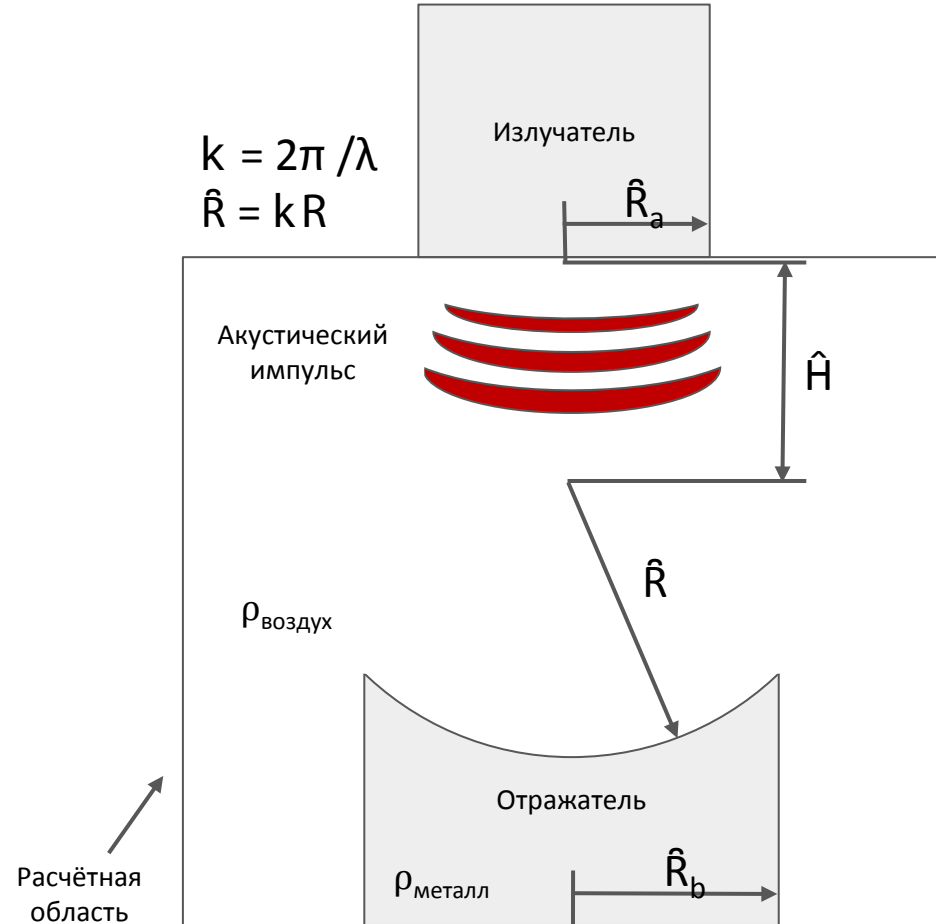


Схема тривиальной установки акустической левитации

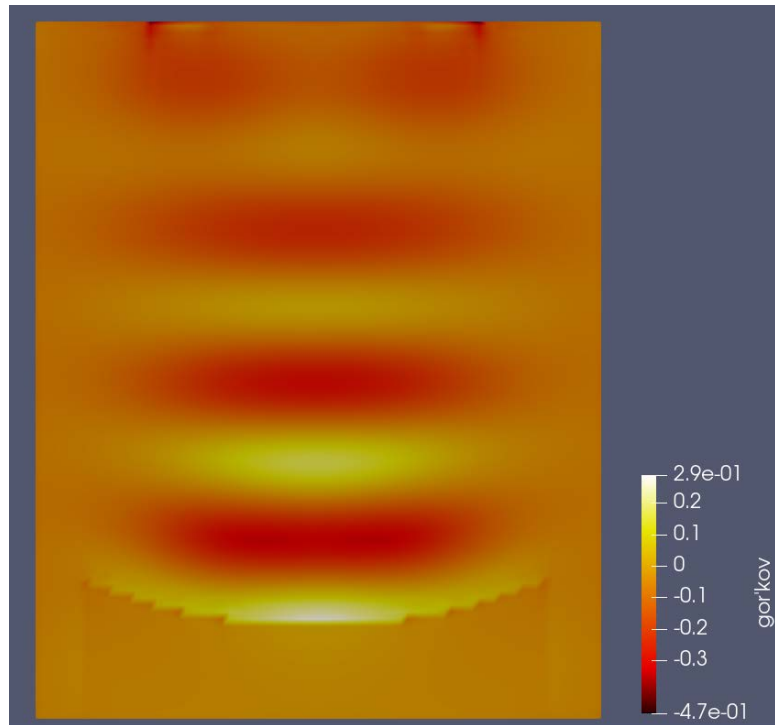
Резонансный случай: давление



Резонансный случай: потенциал Горькова



Верификация



- В результате единичного расчёта получается распределение безразмерного потенциала Горькова по пространству

$$\tilde{U} = \tilde{U}(x, y, z)$$

- Распределение потенциала используется для верификации
- Значения потенциала в точках минимума – т.н. потенциальных ямах – могут использоваться алгоритмами математической оптимизации

Верификация

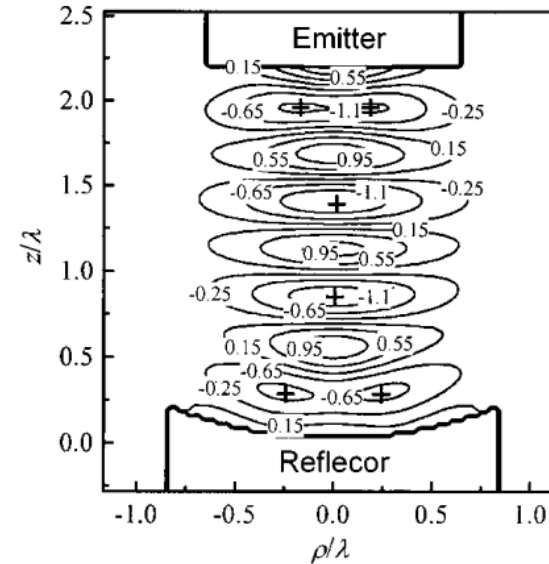
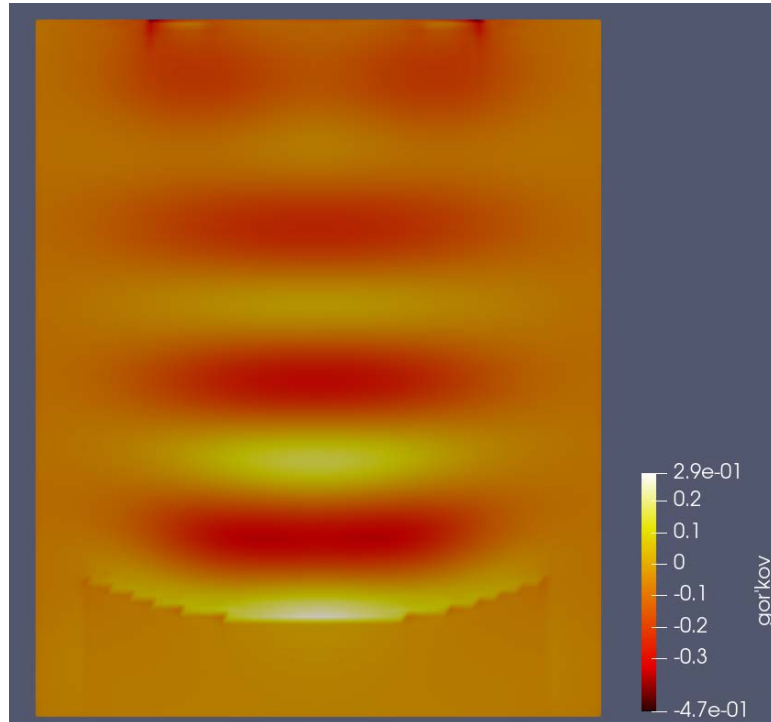
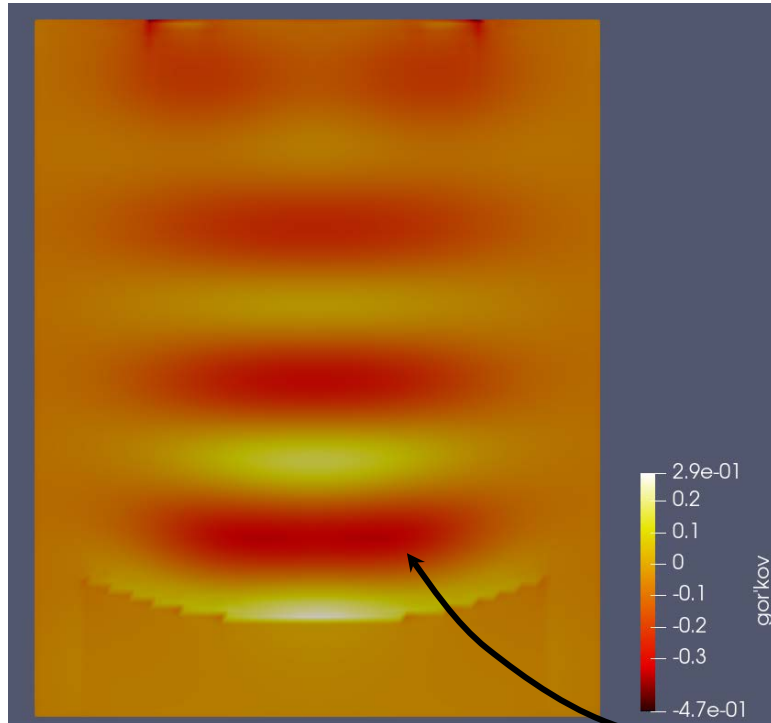


FIG. 3. Contour of $\tilde{U}$ in z - ρ plane with $\tilde{R}_a=3.858$, $\tilde{R}_b=5.092$, and $\tilde{R}=12.244$. The symbol + denotes potential minimum.

Оптимизация



- Расчёт динамики излучения даёт на выходе профиль потенциала акустического излучения
- Профиль состоит из нескольких потенциальных ям
- Варьированием геометрии системы можно изменять положение и глубину этих ям

В рамках данной постановки в качестве оптимизируемого параметра используется значение потенциала в яме, ближайшей к поверхности отражателя

Оптимизация

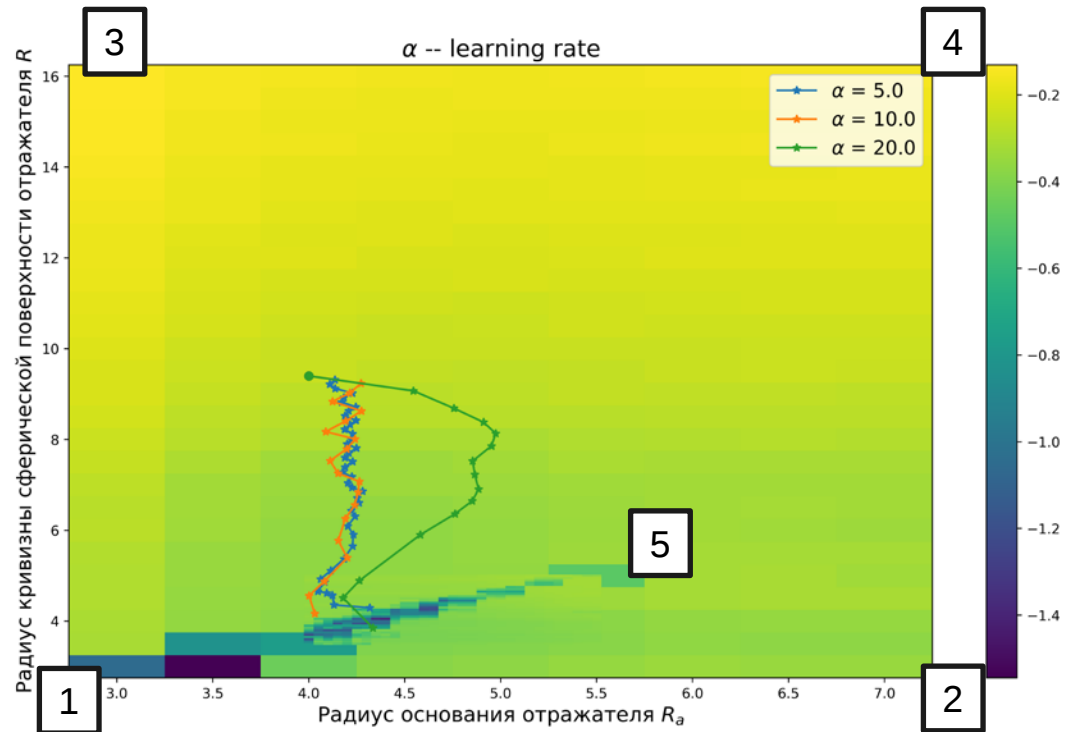


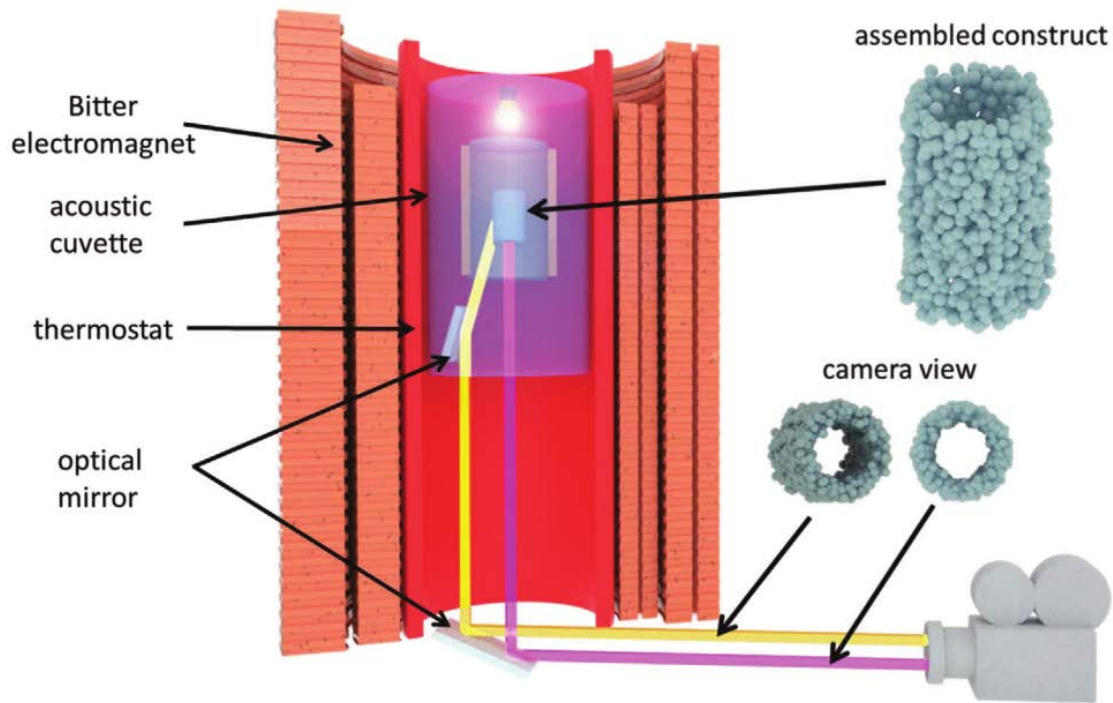
Рис. 6 Профиль оптимизируемого функционала, а также ход градиентных спусков с различной скоростью сходимости

Цилиндрический пьезоизлучатель

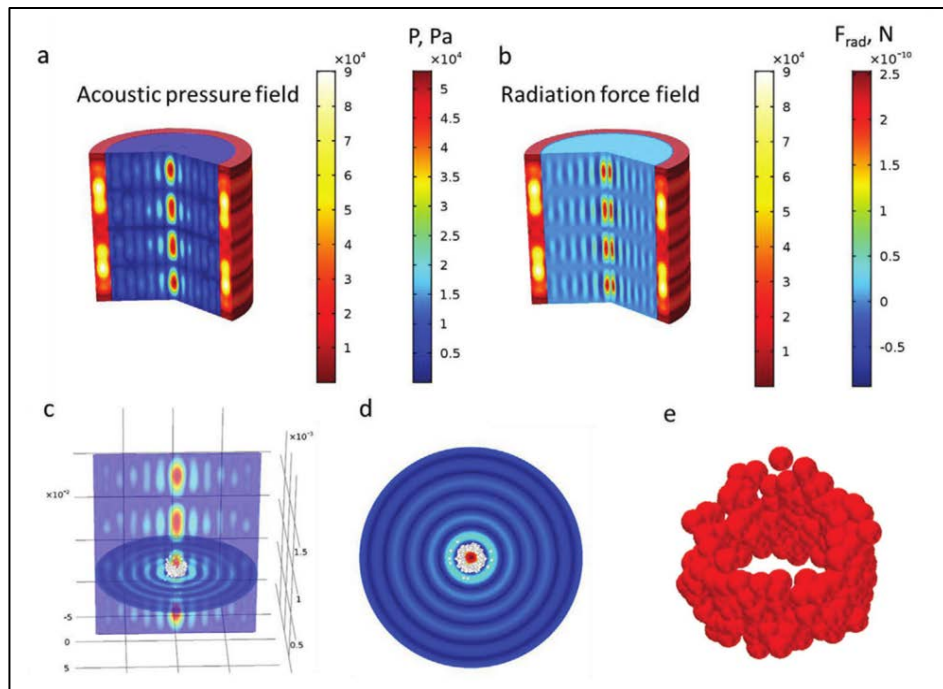
Используется в задачах
биофабрикации для получения
сосуда **цилиндрической
формы**



Схема установки с цилиндрическим пьезоизлучателем



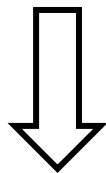
Вид решения для цилиндрического пьезоизлучателя



У нас есть аналитическое
решение:
Волновое уравнение в
цилиндрической области
сводится к уравнению Бесселя

Вид решения для цилиндрического пьезоизлучателя

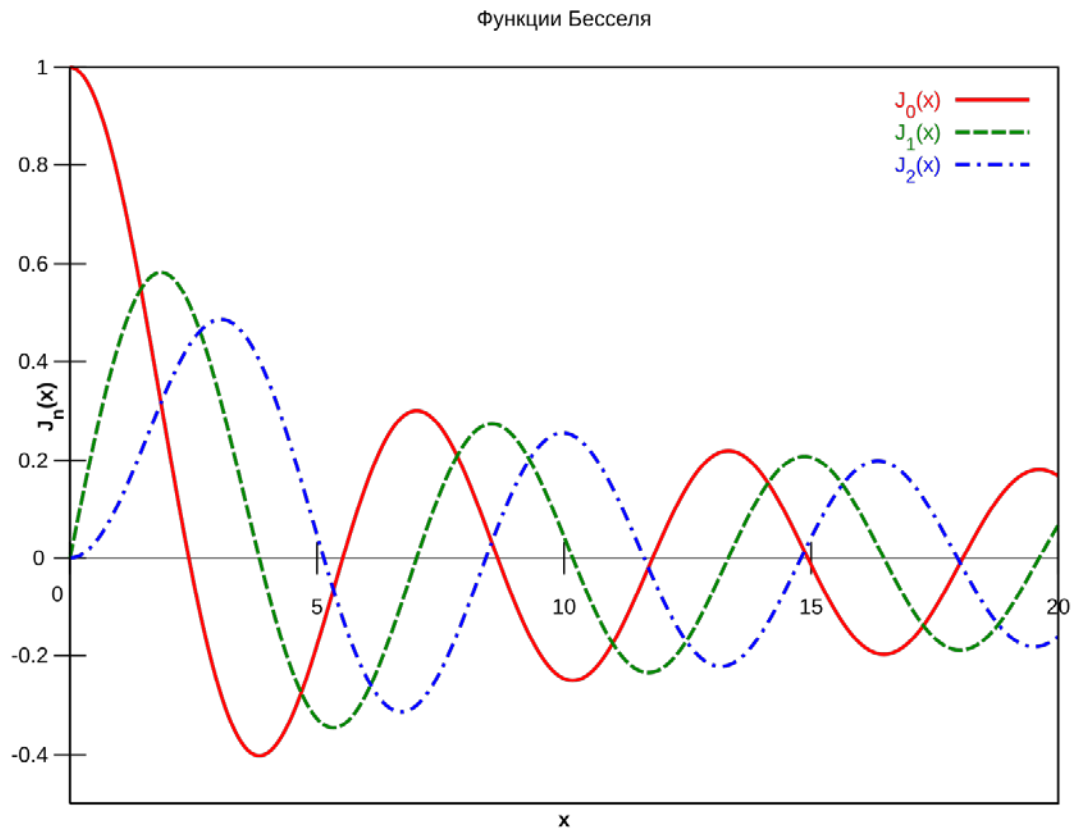
$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + \nu^2) y = 0$$



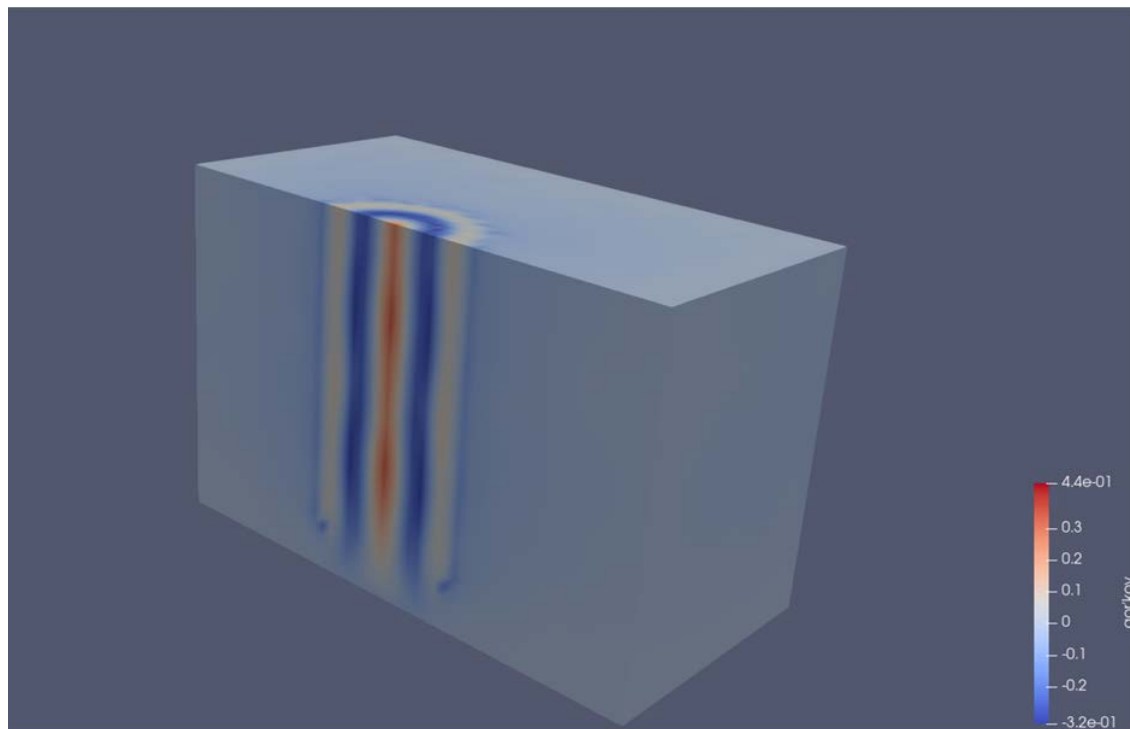
В акустической
модели $\nu = 0$

$$J_\alpha(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m + \alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+\alpha}.$$

Вид решения для цилиндрического пьезоизлучателя

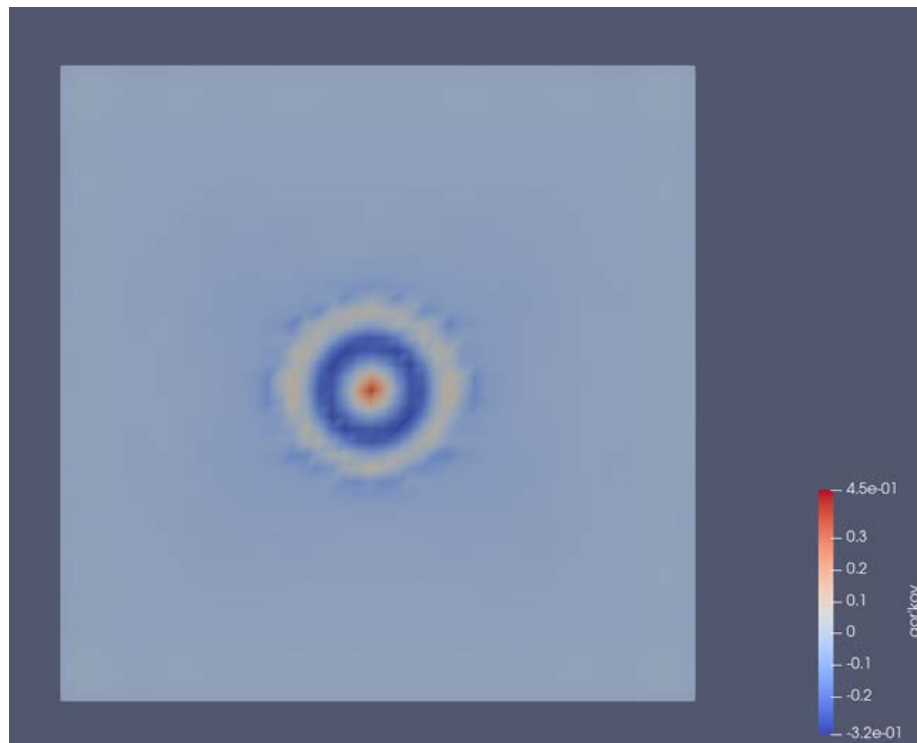
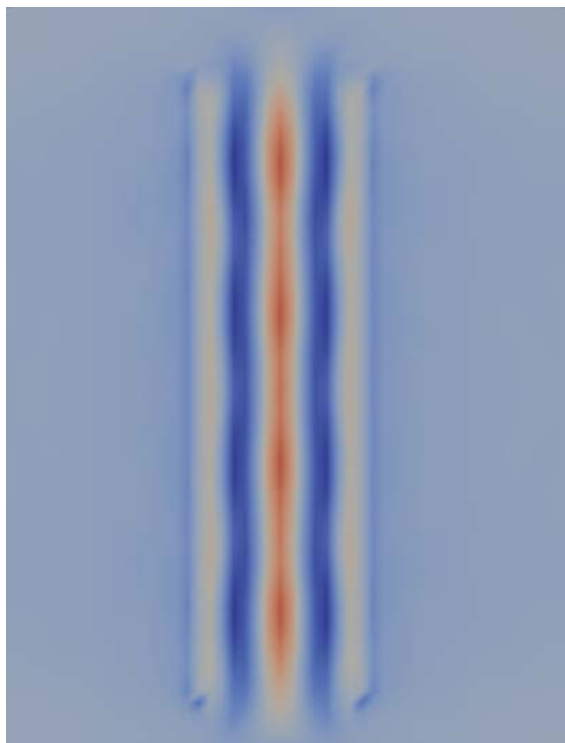


Результаты расчёта



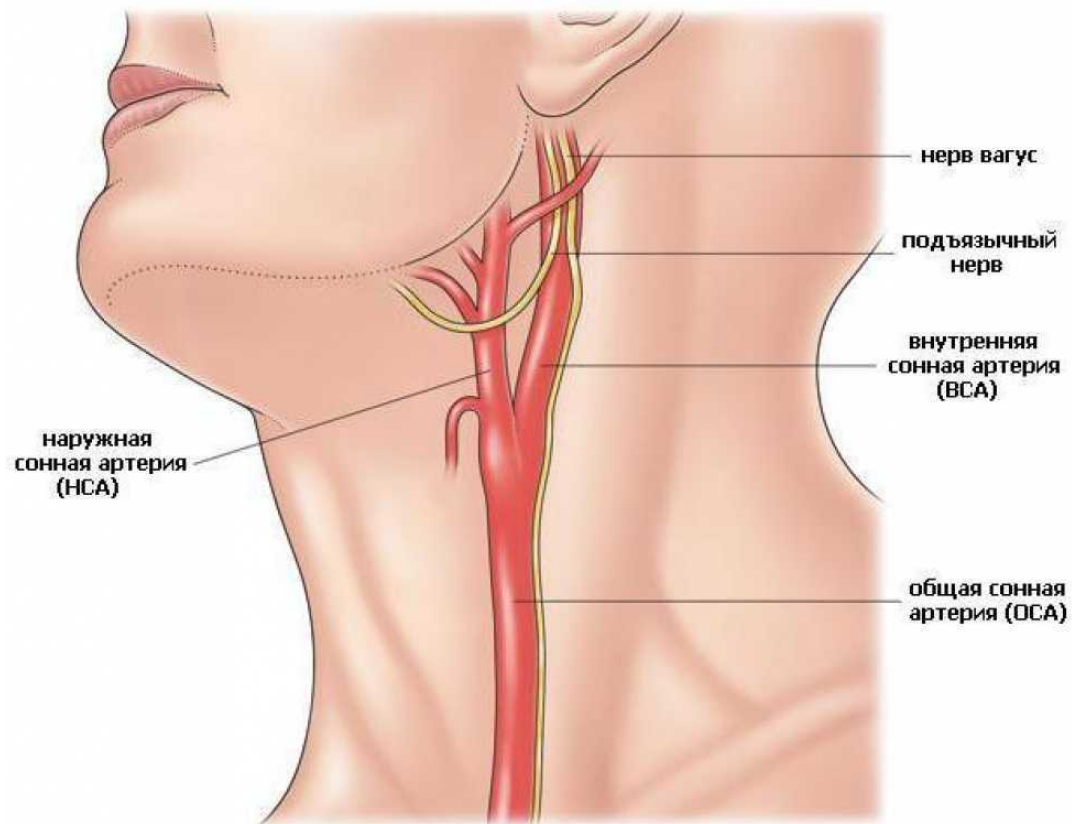
Потенциал Горькова для цилиндрического пьезоизлучателя: продольный и поперечный срезы

Результаты расчёта



Потенциал Горькова для цилиндрического пьезоизлучателя: продольный и поперечный срезы

Y-образный сосуд: предпосылка



Y-образный сосуд: постановка

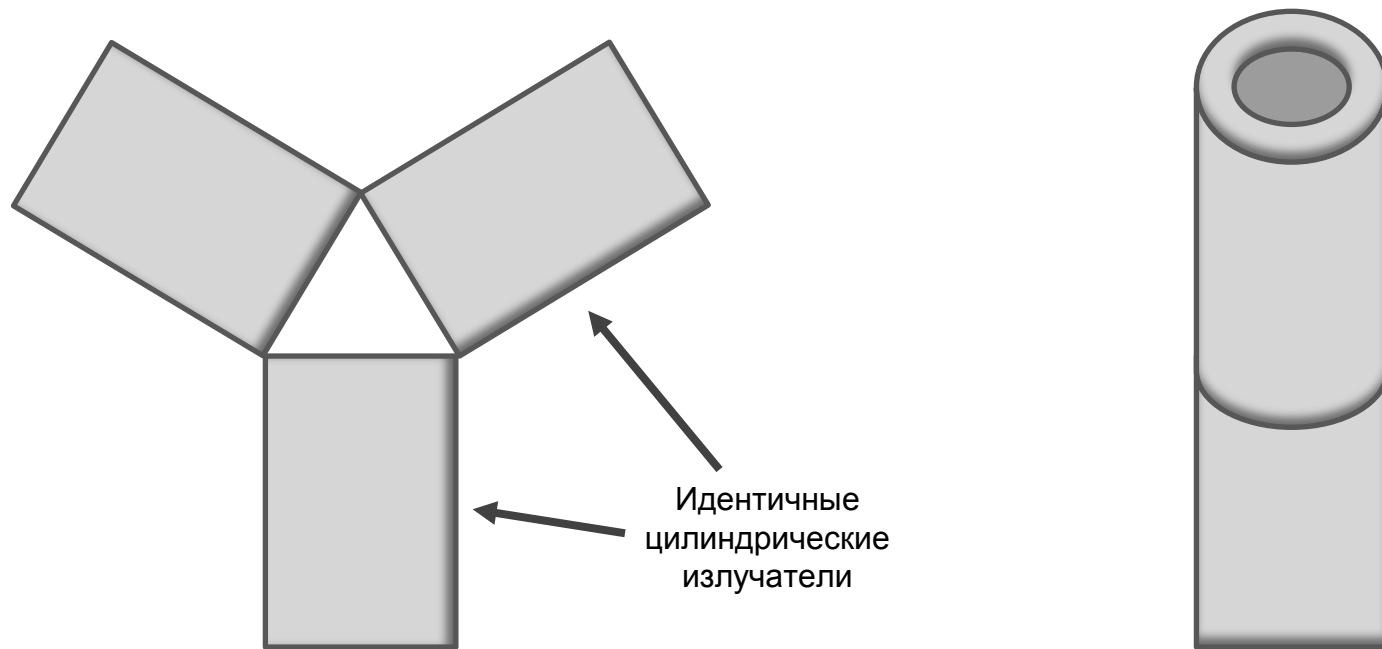


Рис. 9 Схема численного эксперимента концепта печати Y-образного сосуда, вид анфас и в профиль

Y-образный сосуд: результаты

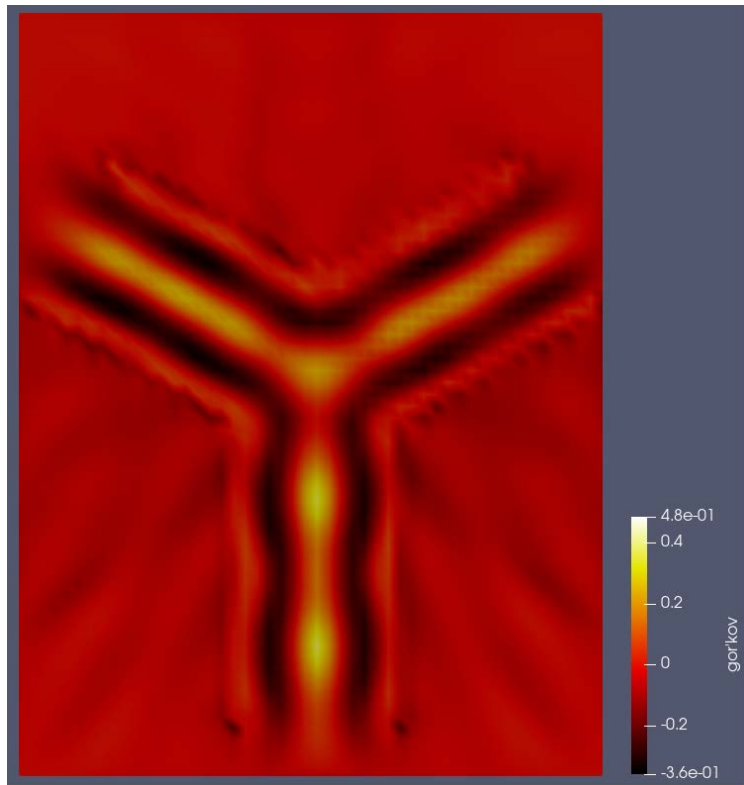


Рис. 10 Потенциал Горькова, срез плоскости симметрии

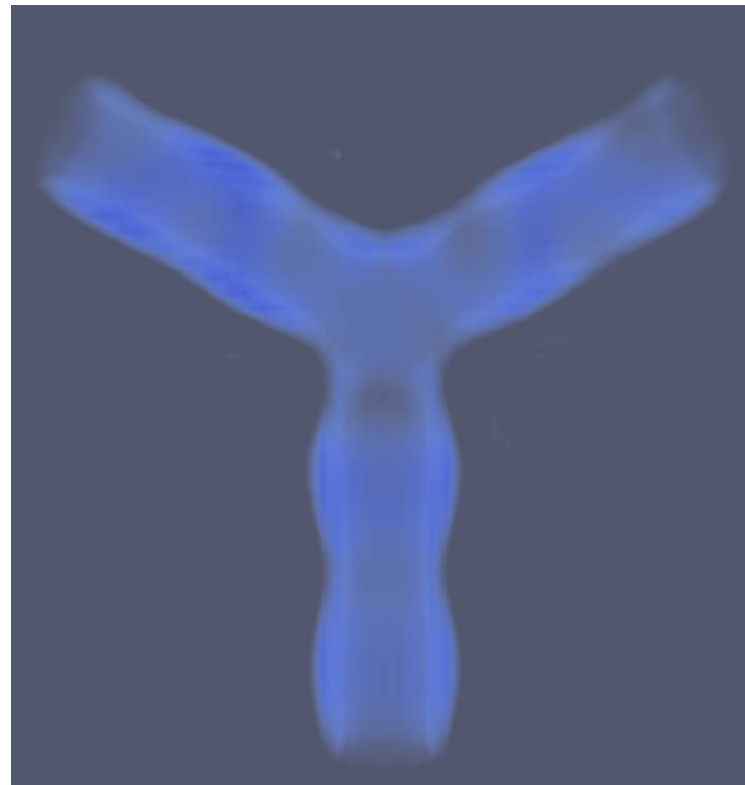


Рис. 11 Потенциал Горькова, область низкого потенциала

Y-образный сосуд: результаты

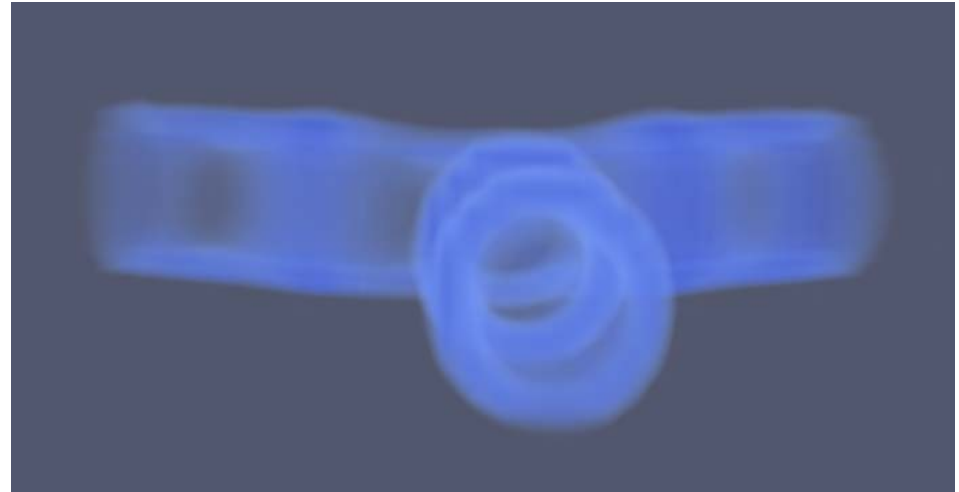
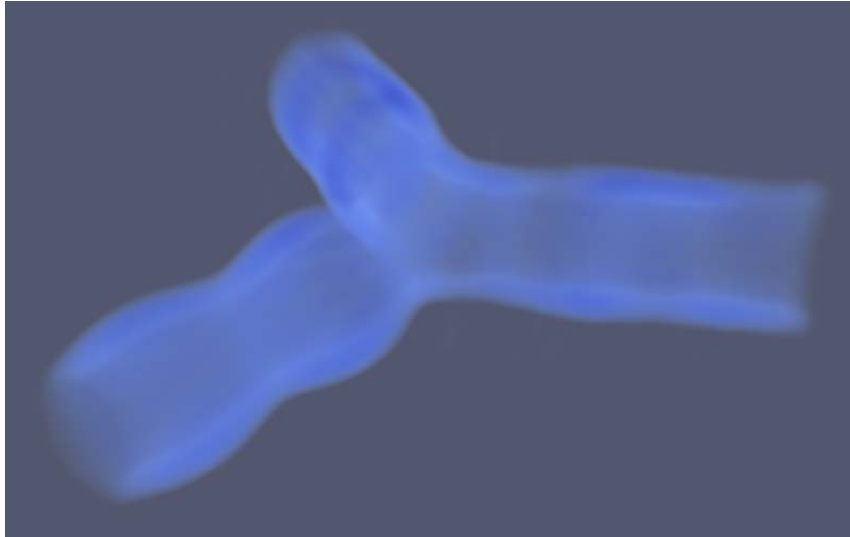


Рис. 12, 13 Область низкого потенциала Горькова в других ракурсах

Цилиндрический сосуд с плоским излучателем

Гипотеза:

Можно получить потенциал цилиндрической формы, не используя излучатель-цилиндр

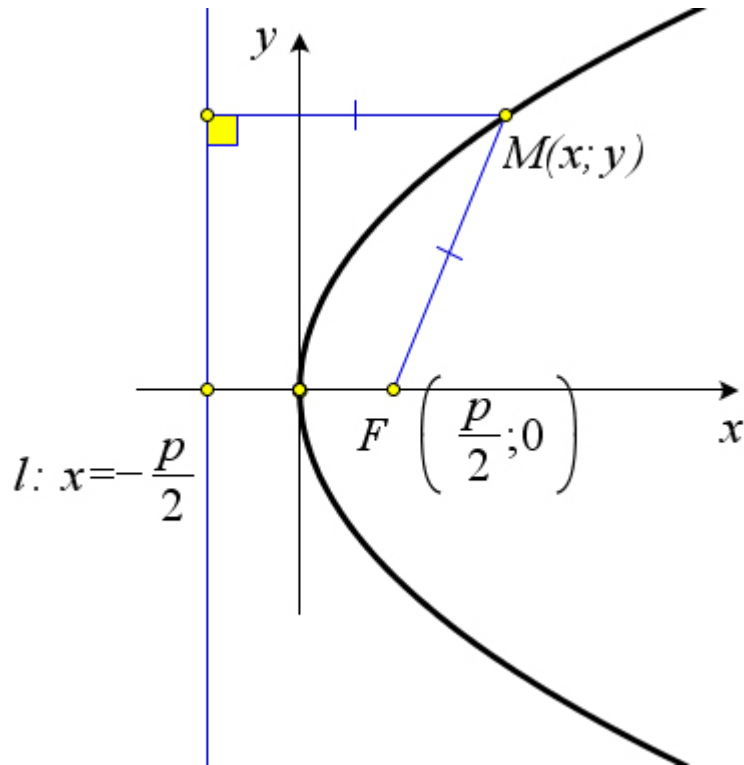
Нам нужны плоский излучатель и отражатели **непростой** формы



Цилиндрический сосуд с плоским излучателем

Решение:

Вырез в отражателе должен быть
параболическим

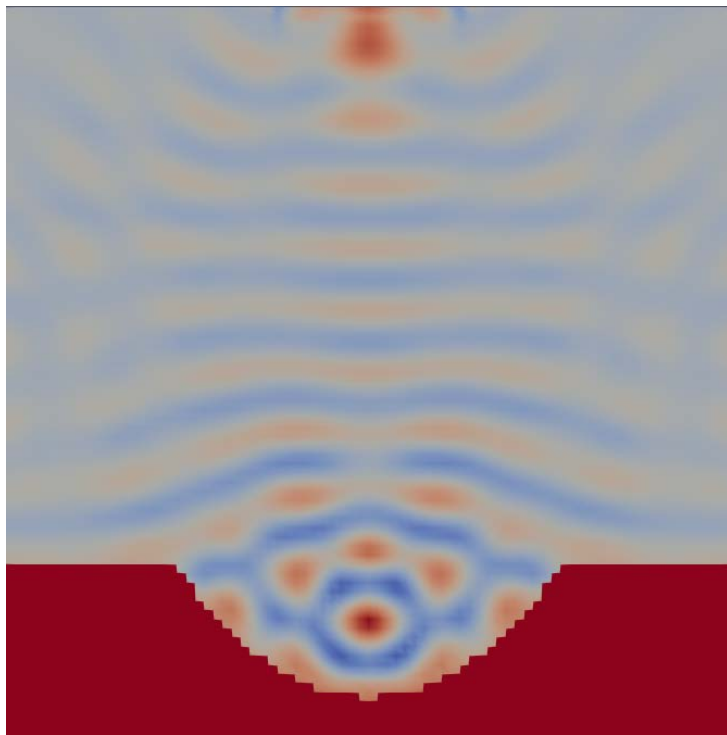


Цилиндрический сосуд с плоским излучателем



Синий цвет – вода, красный – отражатель, **излучатель** находится **сверху**

Цилиндрический сосуд с плоским излучателем



В перспективе такую
постановку можно
экстраполировать на сосуд
с одним или несколькими
разветвлениями

Профиль потенциала Горькова (ярко красный отражатель внизу для наглядности)

Результаты

- Солвер системы уравнений акустики на основе СХМ доработан для применения в задачах акустической левитации
- Параметры акустического эксперимента оптимизированы при помощи градиентного спуска
- Воспроизведены в численных расчётах акустические эксперименты с использованием одного и трёх цилиндрических излучателей
- Предложено масштабируемое с инженерной точки зрения решение, в перспективе позволяющее получить цилиндрический сосуд с разветвлённой структурой

Дальнейшие планы

- Проведение численных экспериментов с применением согласующих слоёв
- Экстраполяция решения с параболическим отражателем на Y-сосуд
- Моделирование программируемой антенной решётки:
автоматическое варьирование фаз элементов
- Моделирование динамики частиц
- Учёт влияния гравитации на сфероиды
- Применение модификаций метода градиентного спуска
- Верификация на натурных экспериментах

Публикации

- Pyriaev, E., Beklemysheva, K. (2025). Acoustic Levitation Applied to Tissue Engineering. In: Balandin, D., Barkalov, K., Meyerov, I. (eds) Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. MMST 2024. Communications in Computer and Information Science, vol 2363. Springer, Cham.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-80457-1_19
- Пыряев Е.В. Численное моделирование акустической левитации в применении к биофабрикации на силовых скаффолдах. 67-я Всероссийская научная конференция МФТИ. Долгопрудный, Россия.
- Пыряев Е.В., Беклемышева К.А. (МФТИ). Акустическая левитация в применении к биопринтингу на силовых скаффолдах. XVI конференция «Математические модели и численные методы в биологии и медицине». ИВМ РАН, Москва, Россия.

Спасибо за внимание!

Приложение

Оптимизация

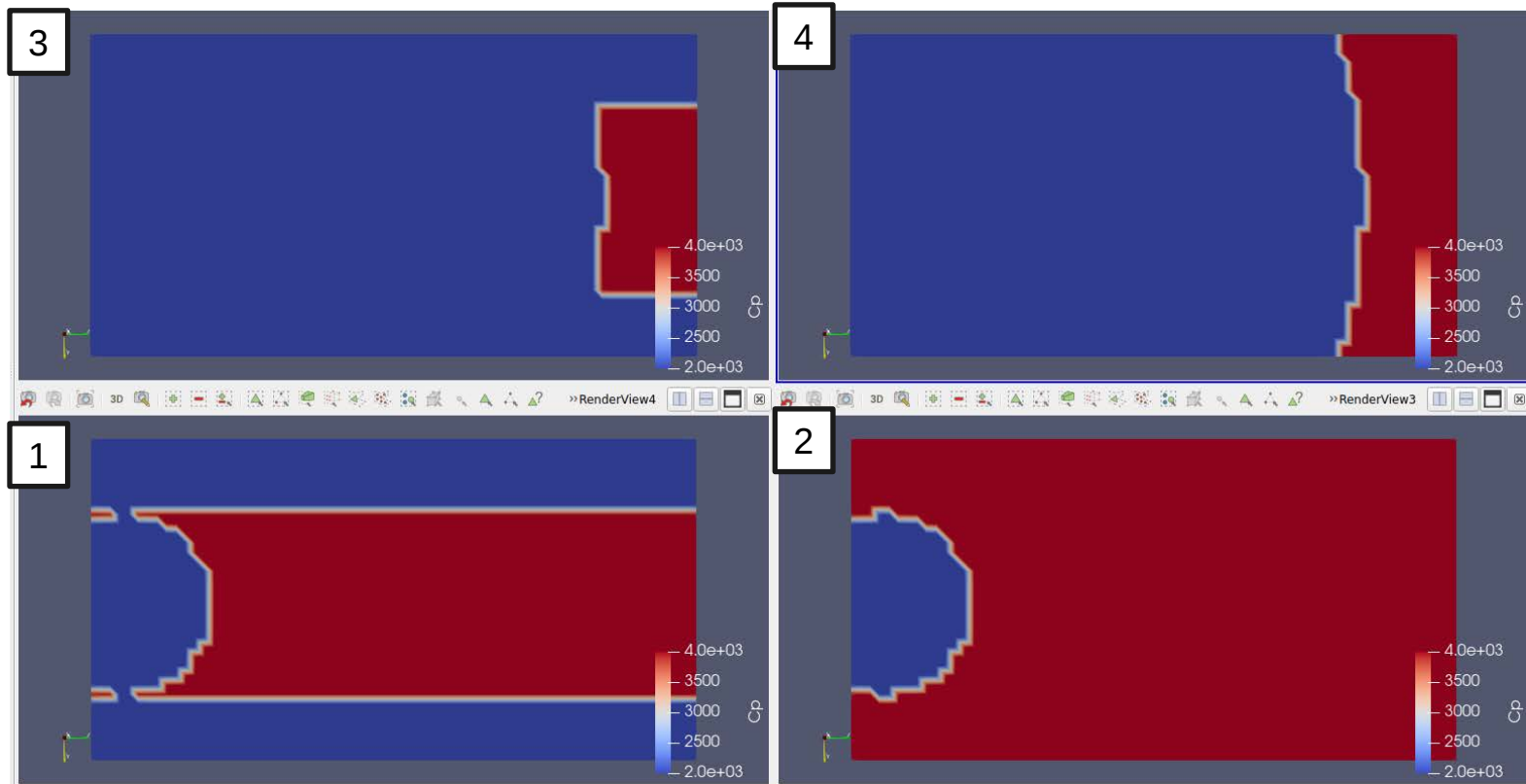


Рис. 6 Вид геометрии расчётной области в различных точках параметрического пространства задачи

Оптимизация

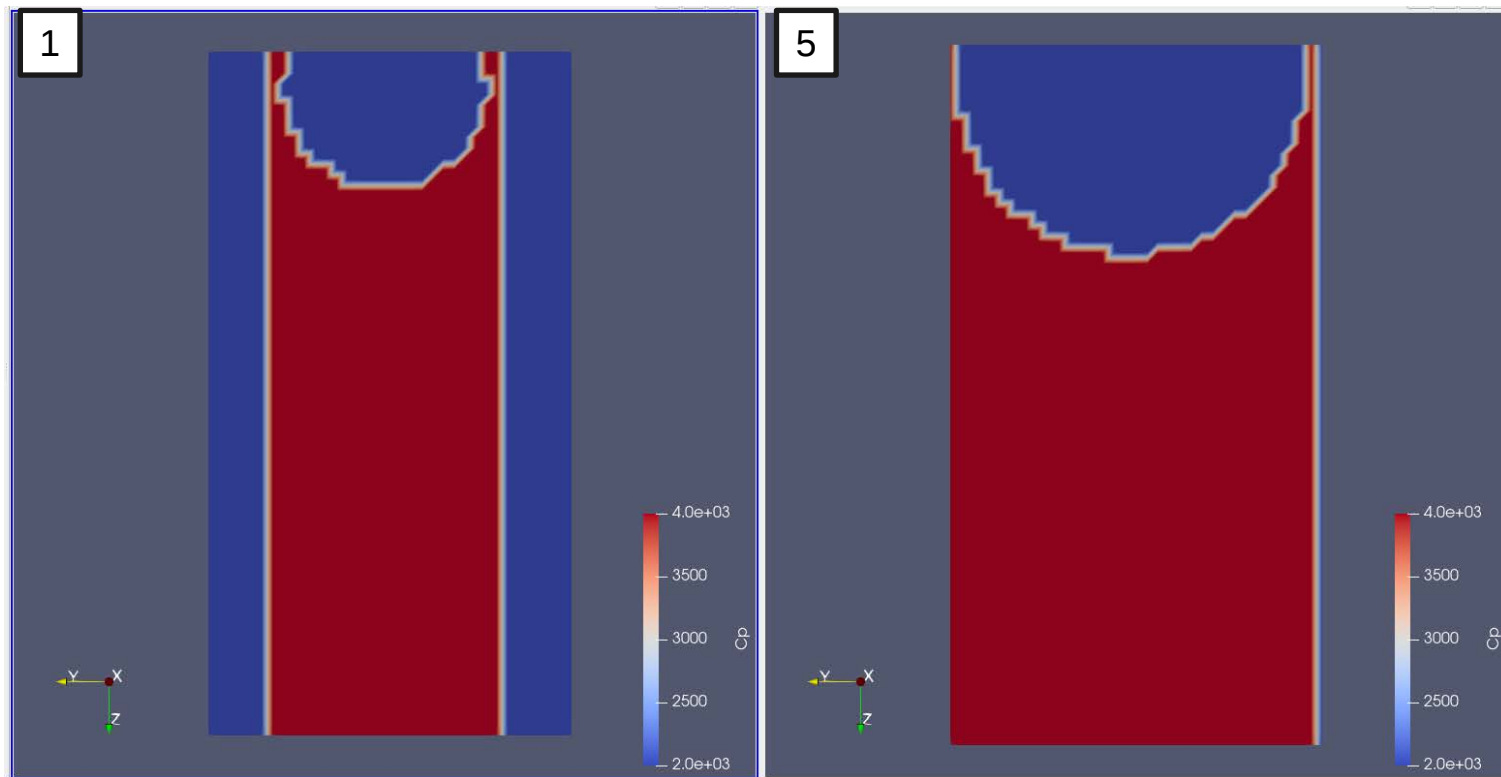


Рис. 7 Вид геометрии расчётной области вдоль зоны глобального минимума («оврага»)

Аберрации при наличии неоднородностей

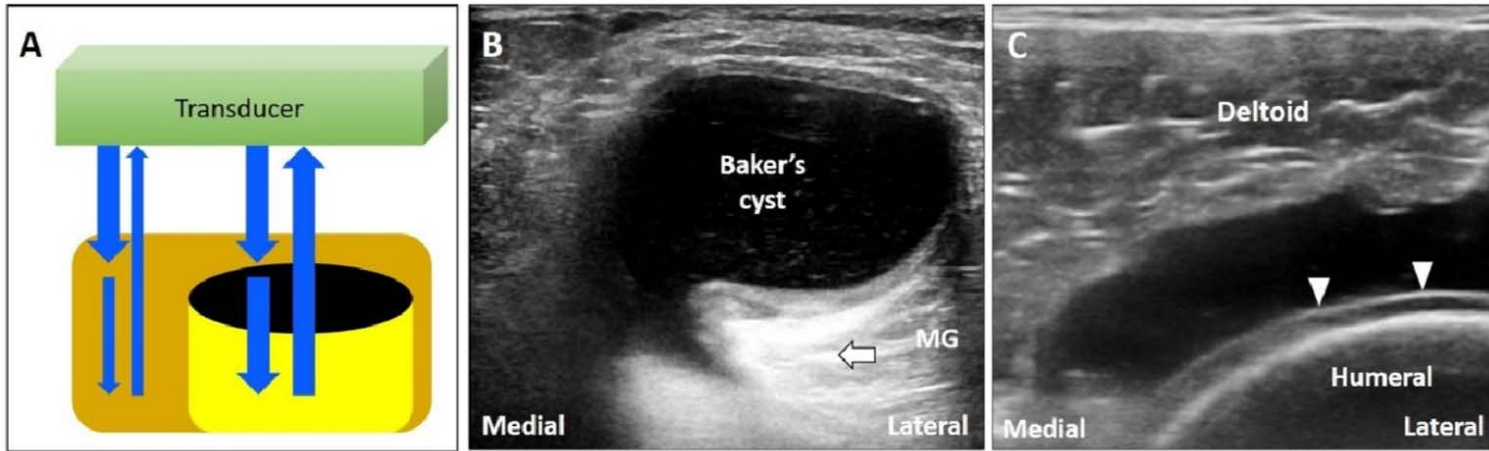


Figure 3. If the US beam passes through a low-attenuating structure, the signals reflected from the deep structure increase in relation to the surrounding tissues (A). The areas deep to a Baker's cyst (B) and a complete tear of the supraspinatus tendon (C) become hyperechoic because of the posterior acoustic enhancement (and discrepancy of the acoustic impedance between two different tissues). White arrow: artifact due to posterior acoustic enhancement; white arrowhead: cartilage interface sign. MG: medial gastrocnemius muscle. Blue arrows: the projected and reflected US beams. Black circle: the low-attenuation structure.

Аберрации при наличии неоднородностей

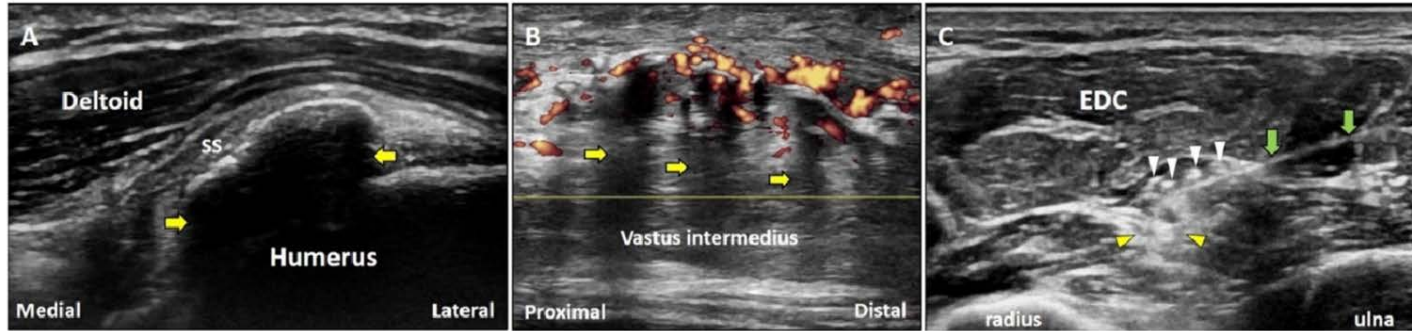


Figure 6. Below the large or egg-shelled calcifications, clean acoustic shadowing can be observed (A). Partial acoustic shadowing is observed deep to fragmented calcifications resulting from the heterotrophic ossification in rectus femoris muscle (B). Dirty acoustic shadowing can be observed behind the gas bubbles during an US-guided injection (C). Yellow arrow: acoustic shadowing artifact; white arrowhead: gas bubbles; yellow arrowhead: dirty acoustic shadowing; green arrow: needle. SS: supraspinatus tendon; EDC: extensor digitorum communis muscle.

Аберрации при наличии неоднородностей

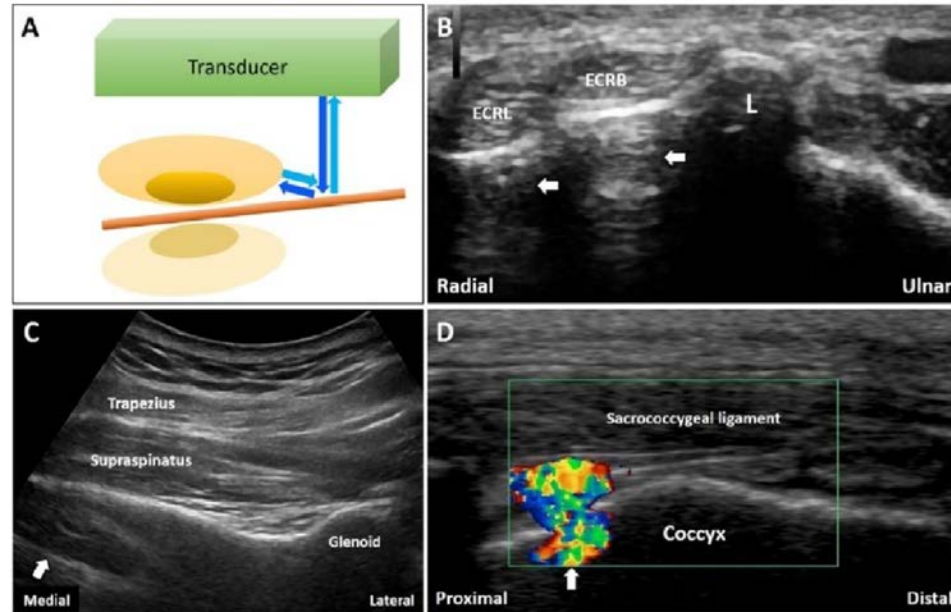


Figure 9. When the sound waves encounter a reflective interface, the reflected beam would cast a mirror image at the opposite side of the interface (A). The mirror artifacts can be seen at many body regions like the forearm (B), supraspinatus fossa (C), and coccyx (D). White arrow: mirror artifact. ECRL: extensor carpi radialis longus tendon; ECRB: extensor carpi radialis brevis tendon; L: Lister's tubercle. Blue arrows: the projected and reflected US beams. Brown pillar: the reflective interface. Green box: the color box for detection of Doppler signals.

W.T. Wu, K.V. Chang, Y. C. Hsu, P.S. Hsu, V. Ricci, L. Ozcarar,
Artifacts in Musculoskeletal Ultrasonography: From Physics to Clinics, Diagnostics (Basel), 10 (9), (2020).

Аберрации при наличии неоднородностей

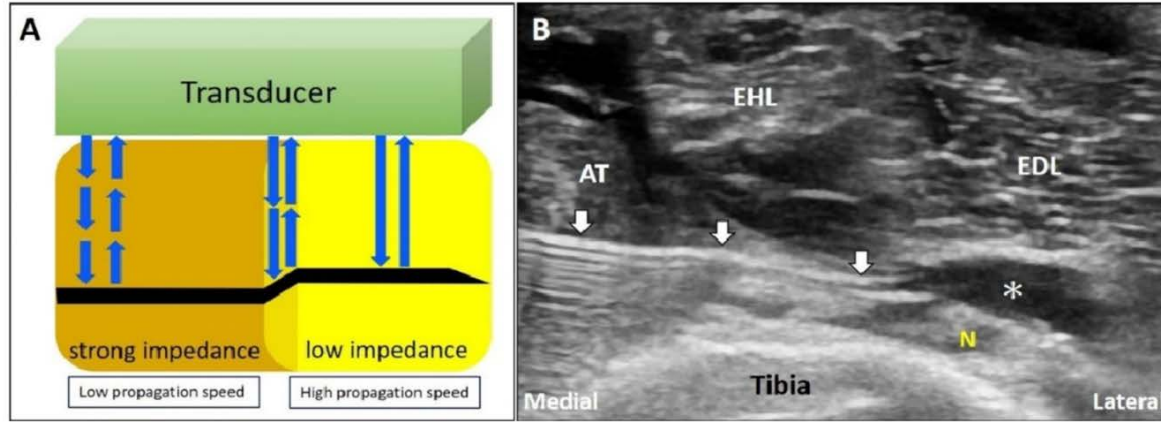


Figure 12. When the US beam travels through an area with strong impedance, the delayed return of the US signals to the transducer would lead to overestimation of the depth of the object. In contrast, if the target is located in the area of low acoustic impedance, the object shown on the monitor would appear shallower than its actual depth (A). During deep peroneal (fibular) nerve block; as the propagation speed of sound waves in the muscle is faster than that in the fat, the needle shaft in the fat pad will be seen bended toward the tibia bone (B). White arrow: refraction artifact; asterisks: injectate. AT: tibialis anterior muscle; EHL: extensor hallucis longus muscle; EDL: extensor digitorum longus muscle; N: deep peroneal (fibular) nerve. Blue arrows: the projected and reflected US beams.

Аберрации при наличии неоднородностей

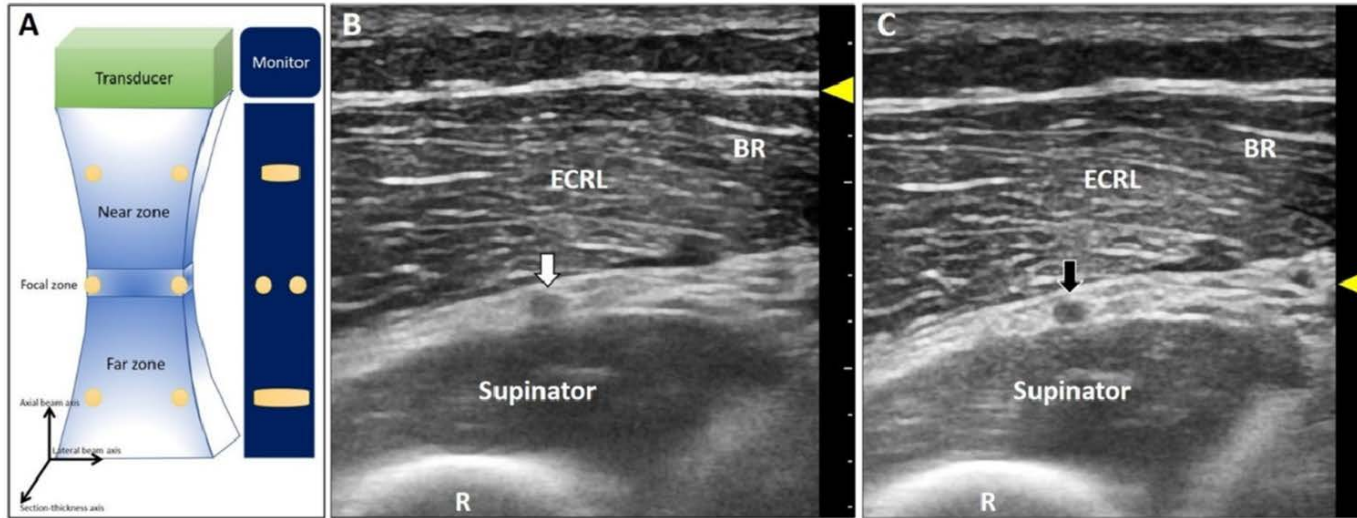


Figure 2. The US beam width is the narrowest at the focal zone with the best lateral resolution of two objects perpendicular to the beam (A). The deep radial nerve is blurred at the far zone (B) and becomes clearer when the focus has been set at the same depth as the nerve (C). White arrow: the blurred image of the deep radial nerve due to the improper location of the focal zone; black arrow: the clear image of the deep radial nerve after adjustment of the focal zone; yellow arrowheads: focal zone. ECRL: extensor carpi radialis longus muscle; BR: brachioradialis muscle; R: radius.

Аберрации при наличии неоднородностей

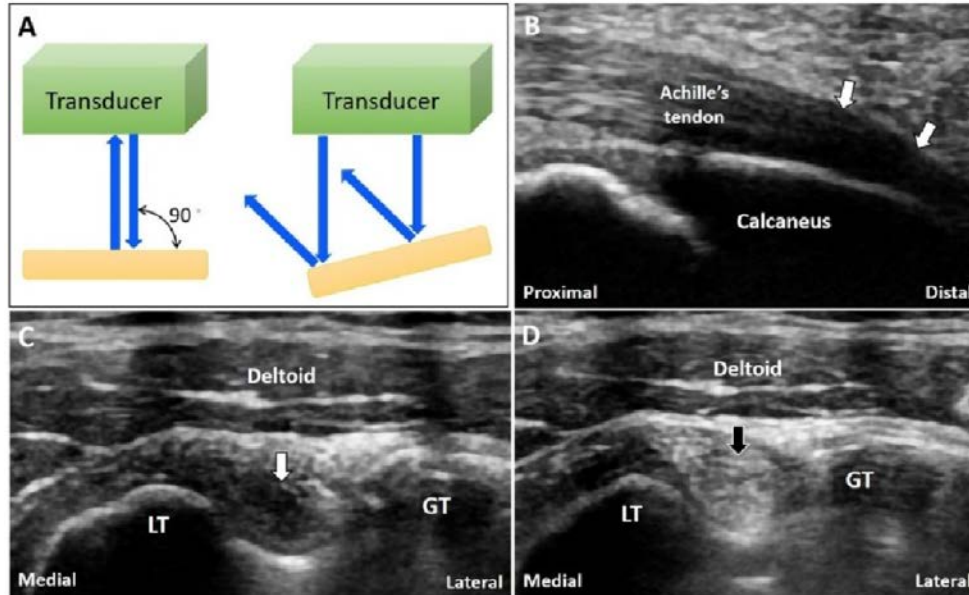


Figure 10. The US beam is totally reflected back when the transducer is perpendicular to the target while they are reflected away from the transducer if the object is not perpendicular to the US beam (A). The anisotropy is seen at the insertion of the Achilles tendon (B). A normal biceps long head tendon can be misinterpreted as tendinopathy due to anisotropy (C) and tilting the transducer to make it perpendicular to the bicipital groove can eliminate the artifact (D). White arrow: anisotropy artifact; black arrow: image after compensation. GT: greater tubercle; LT: lesser tubercle. Blue arrows: the projected and reflected US beams.

Система уравнений для вязкоупругой среды

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = c_{11} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{13} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{14} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{15} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{16} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{xx}}{\tau_0}$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} = c_{12} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{22} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{23} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{24} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{25} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{26} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{yy}}{\tau_0}$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = c_{13} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{23} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{33} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{34} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{35} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{36} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{zz}}{\tau_0}$$

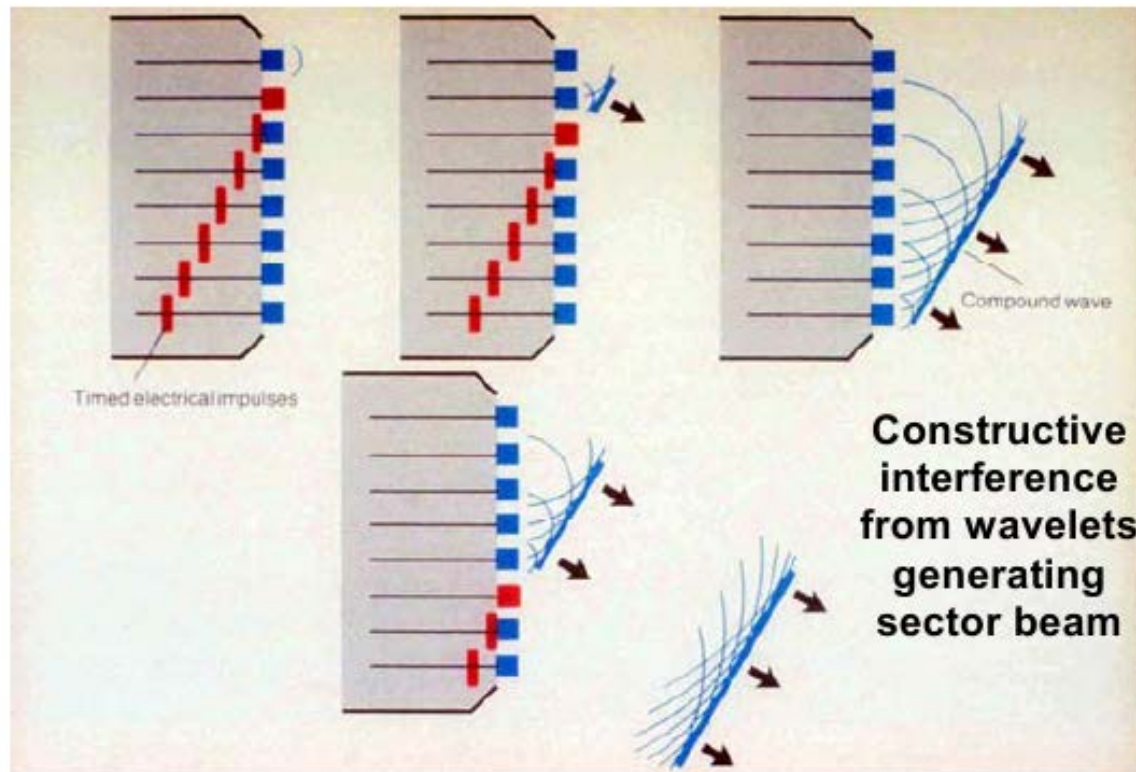
$$\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial t} = c_{14} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{24} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{34} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{44} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{45} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{46} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{yz}}{\tau_0}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = c_{15} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{25} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{35} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{45} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{55} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{56} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{xz}}{\tau_0}$$

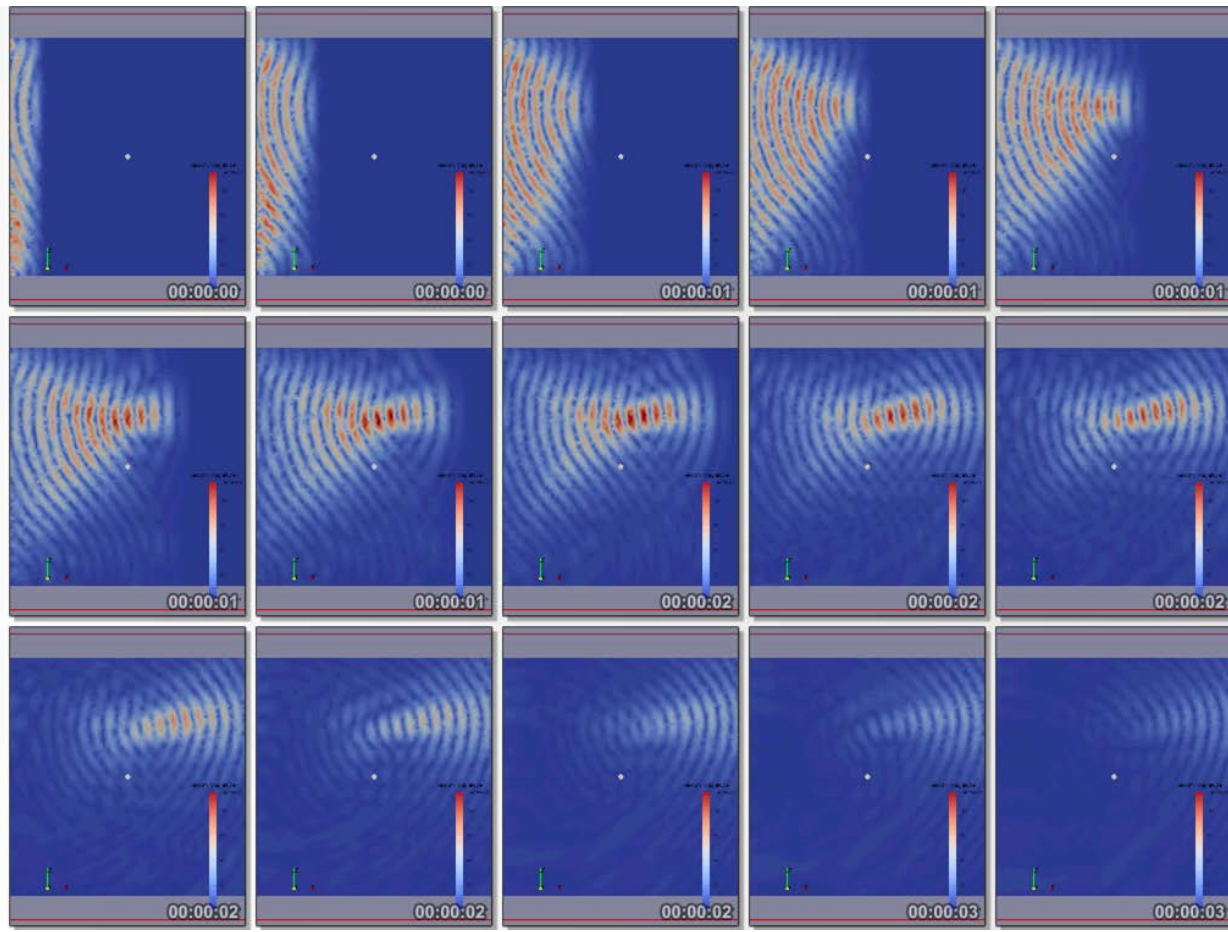
$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t} = c_{16} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{26} \frac{\partial v_y}{\partial y} + c_{36} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{46} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + c_{56} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + c_{66} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{xy}}{\tau_0}$$

Фазированная решетка: общий принцип

Each waveform merges to form a compound wave, generating a sector beam.



Фазированная решетка: расчет



Численный эксперимент: элементарная наклонная плоскость



Численный эксперимент: элементарная наклонная плоскость

