

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭПИДЕМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
С УЧЕТОМ ЛОКАЛЬНЫХ ПО ВРЕМЕНИ И МЕСТОПОЛОЖЕНИЮ
КОНТАКТОВ ИНДИВИДУУМОВ**

К.К. Логинов, Н.В. Перцев

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

**Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН,
проект FWNF-2022-0003**

Москва, ИВМ РАН, 2024.

Введение.

Две ключевые проблемы моделирования эпидпроцесса:

- детальное описание контактов восприимчивых и заразных индивидуумов с учетом разнообразных факторов,
- реальные данные по числу заболевших индивидуумов представлены, как правило, на уровне регионов или крупных городов, но не всегда имеются данные по отдельным городам или районам того или иного региона.

В настоящей работе приведен один из возможных подходов к решению указанных проблем.

1. Уравнения модифицированной SEIRS модели.

Примем, что контакты восприимчивых и заразных индивидуумов могут происходить при посещении ими некоторых общедоступных объектов W_1, \dots, W_m . Обозначим:

S_k, I_k – когорты восприимчивых и заразных индивидуумов, находящихся на объекте W_k , $1 \leq k \leq m$,

S_0, I_0 – когорты восприимчивых и заразных индивидуумов, находящихся вне объектов W_1, \dots, W_m , и не участвующие в контактах,

E – когорта латентно-инфицированных индивидуумов,

R – когорта изолированных больных и переболевших индивидуумов, сформировавших иммунитет к инфекции.

$$\frac{dS_k(t)}{dt} = \alpha_k \rho_{S_0} S_0(t) - (\lambda_S + \mu_k + \gamma_k I_k(t)) S_k(t), \quad 1 \leq k \leq m, \quad (1)$$

$$\frac{dI_k(t)}{dt} = \beta_k \rho_{I_0} I_0(t) - (\lambda_I + \nu_k) I_k(t), \quad 1 \leq k \leq m, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_0(t)}{dt} = & f_{S_0}(t) + \sum_{k=1}^m \mu_k S_k(t) - (\lambda_S + \rho_{S_0}) S_0(t) \\ & + e^{-\lambda_R \omega_R} \eta_{I_0} I_0(t - \omega_R), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_0(t)}{dt} = & \sum_{k=1}^m \nu_k I_k(t) + e^{-\lambda_E \omega_E} \sum_{k=1}^m \gamma_k S_k(t - \omega_E) I_k(t - \omega_E) \\ & - (\lambda_I + \rho_{I_0} + \eta_{I_0}) I_0(t), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & \sum_{k=1}^m \gamma_k S_k(t) I_k(t) - \lambda_E E(t) \\ & - e^{-\lambda_E \omega_E} \sum_{k=1}^m \gamma_k S_k(t - \omega_E) I_k(t - \omega_E), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \eta_{I_0} I_0(t) - \lambda_R R(t) - e^{-\lambda_R \omega_R} \eta_{I_0} I_0(t - \omega_R), \quad (6)$$

$$t \geq 0.$$

Система (1)–(6) дополняется неотрицательными, непрерывными начальными функциями для запаздывающих переменных и неотрицательными константами для остальных переменных:

$$(\dots), \quad t \leq 0. \quad (7)$$

Задача Коши (1)–(7) имеет единственное решение на промежутке $t \in [0, \infty)$, компоненты решения неотрицательны.

2. Вычислительный эксперимент.

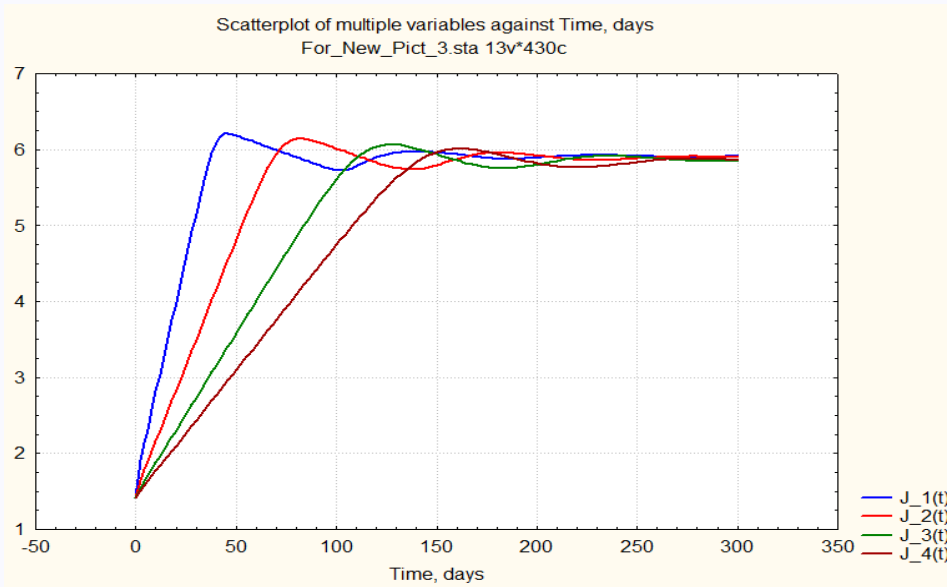
Для численного решения модели использована полунеявная схема Эйлера с постоянным шагом интегрирования h , который кратен запаздываниям ω_E, ω_R .

В качестве изучаемой переменной рассматривалась «инфекционная» компонента решения

$$J(t) = \log_{10}(I_0(t) + I_1(t) + \dots + I_m(t) + E(t) + 1), \quad t \in [0; T_{mod}],$$

отражающая в логарифмической форме численность всех когорт I и E .

Эксперимент 1. Показано влияние параметров α_k , определяющих распределение индивидуумов по посещаемости объектов W_k , $1 \leq k \leq m$.



Динамика переменных $J_1(t), \dots, J_4(t)$

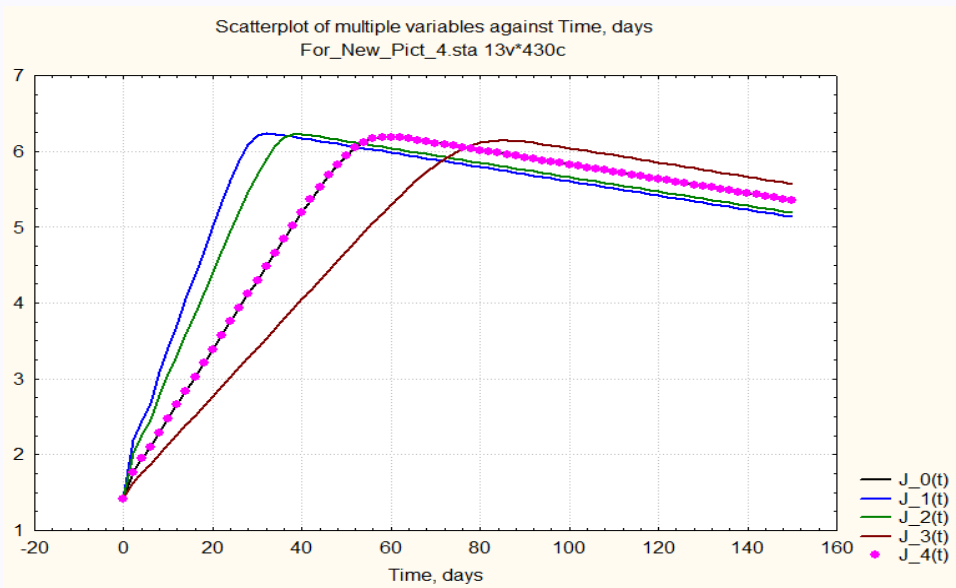
для четырех вариантов вариации параметров α_k .

Эксперимент 2. Рассмотрен вариант построенной модели, в которой переболевшие индивидуумы больше не могут быть заражены, а именно – нет перехода $R \rightarrow S$, т.е. изучается высокоразмерный аналог SEIR модели.

В модели взят $m = 8$, и результаты выч. эксперимента интерпретируются как «Реальные данные».

Полученные «Реальные данные» приближаются с помощью построенной SEIR модели для $m = 1$ – фактически это аналог классической SEIR модели.

На рисунке приведены результаты приближения «Реальных данных» – переменная $J(t) = J_0(t)$ ($m = 8$, $\widehat{R}_0 = 1.2455$) с помощью построенной модели при $m = 1$; сделано 4 итерации – прямой счет, только вариация некоторых параметров.



Динамика переменных $J_1(t), \dots, J_4(t)$ при «подгонке»
динамики переменной $J_0(t)$.

Переменная $J_4(t)$ практически полностью совпадает с $J_0(t)$.

Литература.

1. Cooke K., Van Den Driessche P. Analysis of an SEIRS epidemic model with two delays // J. Math. Biol. 1996. No. 35. P. 240–260.
2. Huang G., Takeuchi Y. Global analysis on delay epidemiological dynamic models with nonlinear incidence // J. Math. Biol. 2011. No .63. P. 125–139.
3. Yuan Y., Belair J. Threshold dynamics in an SEIRS model with latency and temporary immunity // J. Math. Biol. 2014. No. 69. P. 875–904.
4. Перцев Н.В., Логинов К.К. Численное моделирование эпидемического процесса с учетом локальных по времени и местоположению контактов индивидуумов // Сиб. электр. матем. изв. 2024. Т. 21. No. 2. С. 702–728.

Спасибо за внимание !