



RUDN  
university

# Нейросетевые подходы к решению задач гемодинамики

Докладчик: Мылышев Виктор Александрович

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы

Новосибирск, 24 октября, 2024

# Ведение

- Симуляции тока крови используются в медицинской практике для предсказания и анализа развития сердечно-сосудистых патологий
- Наиболее распространенные модели тока крови сформулированы через системы УрЧП
- Методы вычислительной гидродинамики (ВГД) широко применяются в решении различных дифференциальных уравнений (напр. Метод конечных элементов)
- Набирают популярность другие подходы, такие как машинное обучение. К ним относятся и активно исследуемые **PINN** модели.

# Система уравнений Навье-Стокса для стационарного двумерного случая несжимаемой ньютоновской жидкости

$$\frac{\partial p}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{1}{Re} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{1}{Re} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{1}{Re} - \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \frac{1}{Re} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$Re = \frac{L\rho}{\mu}.$$

$$\begin{aligned} \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \mu &= 0.0032 \text{ Pa s} \\ L &= 0.01 \text{ m} \end{aligned}$$

# Почему PINN ?

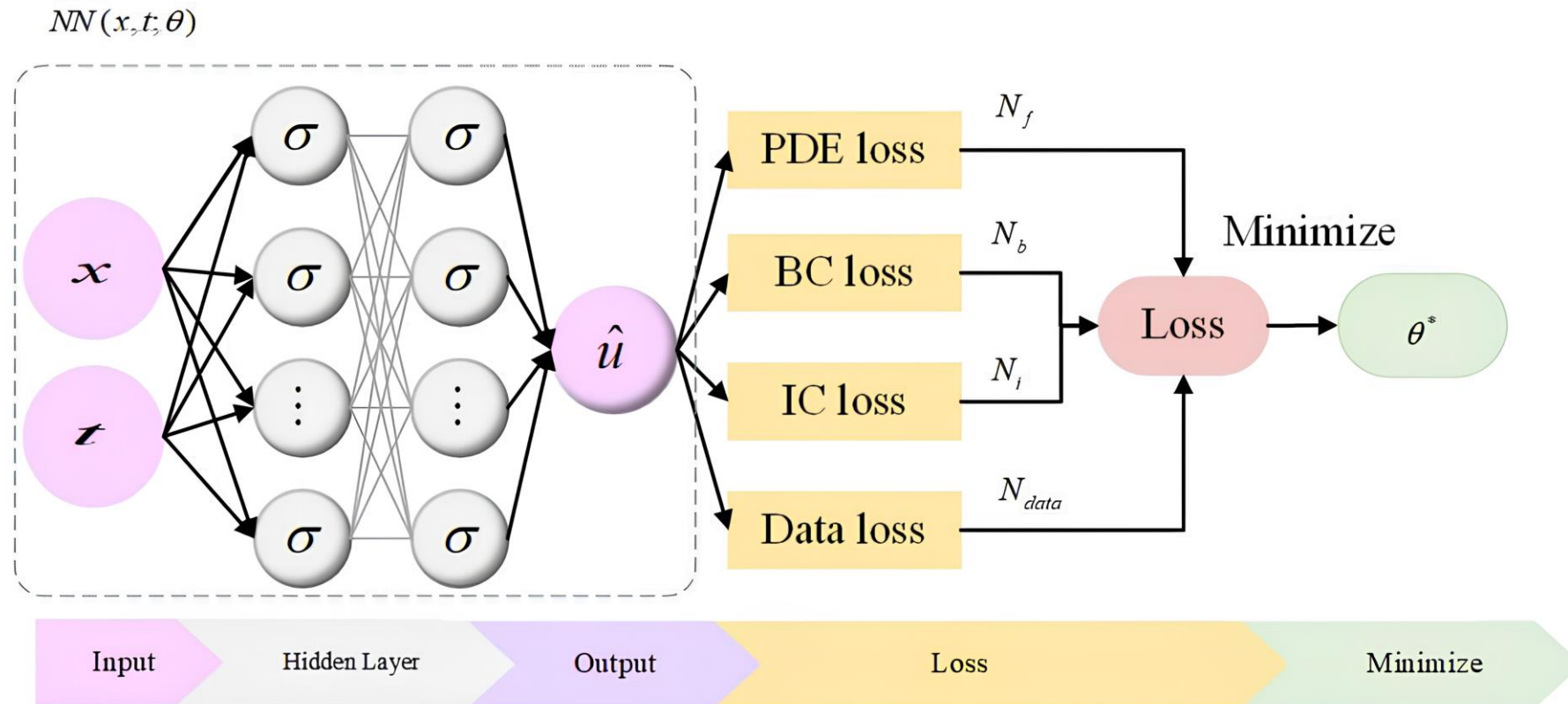
- Решение прямой и обратной задачи с одной моделью.
- Возможность выбора произвольных условий для УрЧП (случайные измерения в области) .
- Полученное решение определено в каждой точки области.
- Не нужно строить сетку (как в случае МКЭ).
- Легко реализовать, изменить.

# Основные PINN понятия

$$\mathcal{N}_{\mathbf{x},t}[u(\mathbf{x},t)] = f(\mathbf{x},t), \quad \mathbf{x} \in \Omega, t \in (0, T], \quad (1)$$

$$\mathcal{B}_{\mathbf{x},t}[u(\mathbf{x},t)] = g(\mathbf{x},t), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega, t \in (0, T], \quad (2)$$

$$u(\mathbf{x},0) = h(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{\Omega}. \quad (3)$$



# Формула функции ошибки

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{w}) = \mathcal{L}_s(\boldsymbol{w}) + \mathcal{L}_r(\boldsymbol{w}) + \mathcal{L}_b(\boldsymbol{w}) + \mathcal{L}_0(\boldsymbol{w}), \quad (4)$$

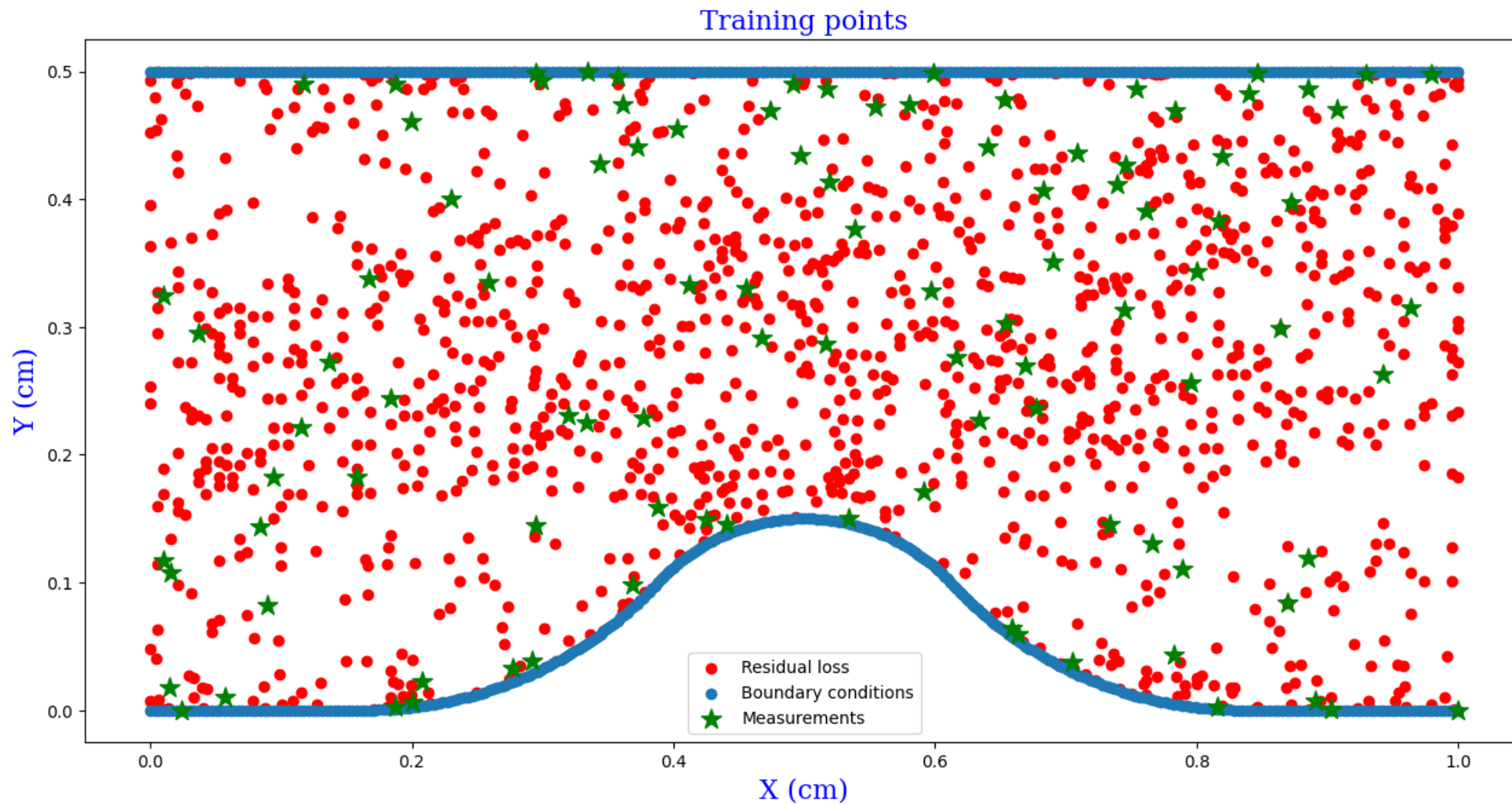
$$\mathcal{L}_s(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} |u(\boldsymbol{x}_s^i, t_s^i; \boldsymbol{w}) - y_s^i|^2, \quad (5)$$

$$\mathcal{L}_r(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} |\mathcal{N}_{\boldsymbol{x},t}[u(\boldsymbol{x}_r^i, t_r^i; \boldsymbol{w})] - f(\boldsymbol{x}_r^i, t_r^i)|^2, \quad (6)$$

$$\mathcal{L}_b(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_b} |\mathcal{B}_{\boldsymbol{x},t}[u(\boldsymbol{x}_b^i, t_b^i; \boldsymbol{w})] - g(\boldsymbol{x}_b^i, t_b^i)|^2, \quad (7)$$

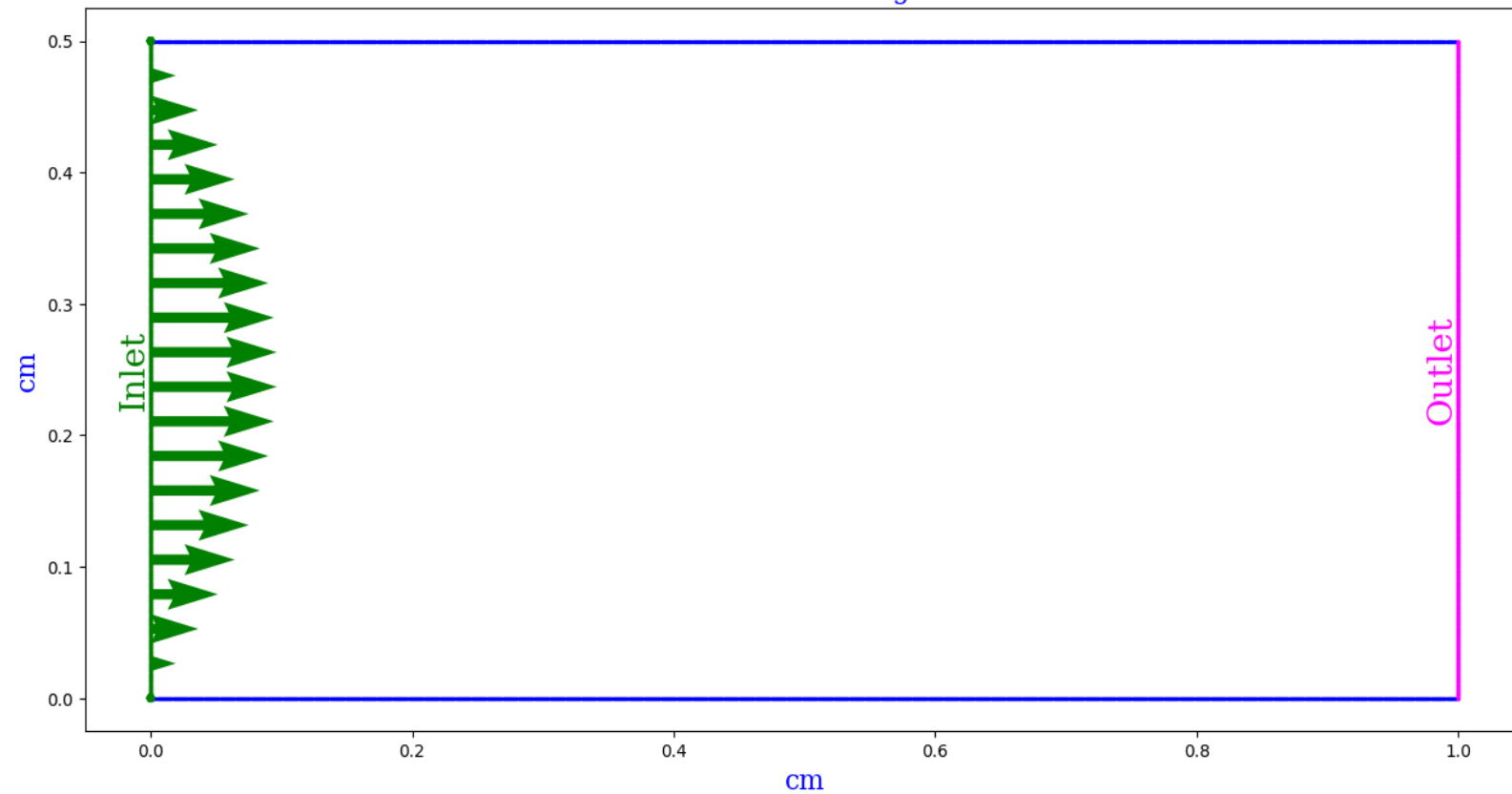
$$\mathcal{L}_0(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_0} |u(\boldsymbol{x}_0^i, 0; \boldsymbol{w}) - h(\boldsymbol{x}_0^i)|^2. \quad (8)$$

# Пример обучающей выборки

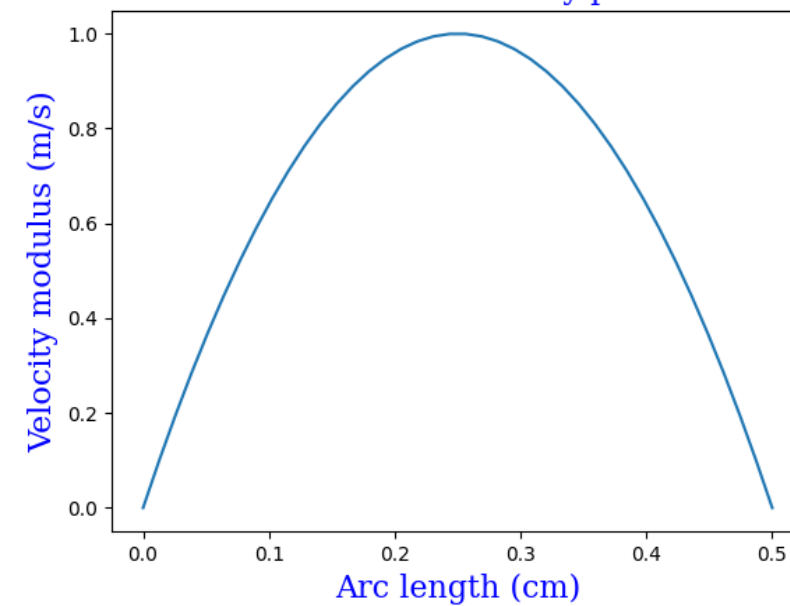


# Общая постановка задачи

General setting

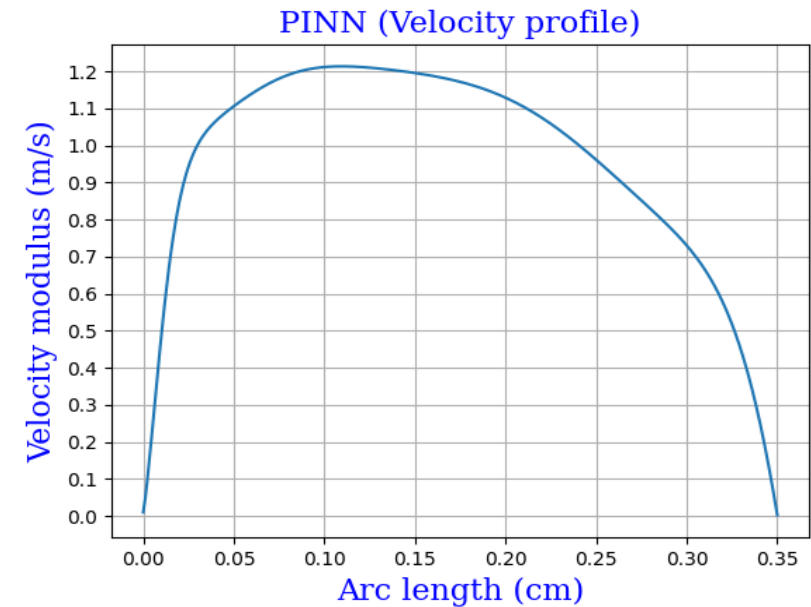
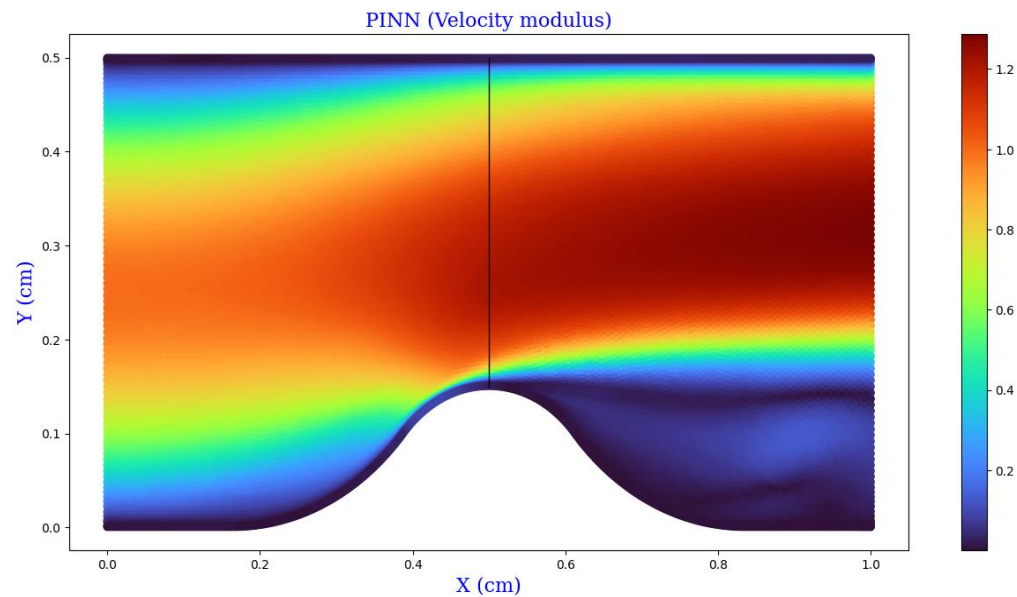
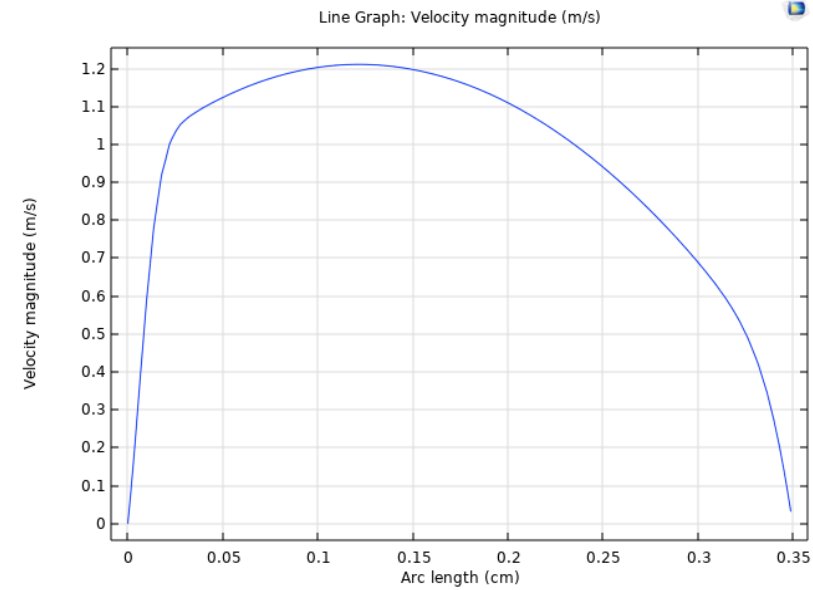
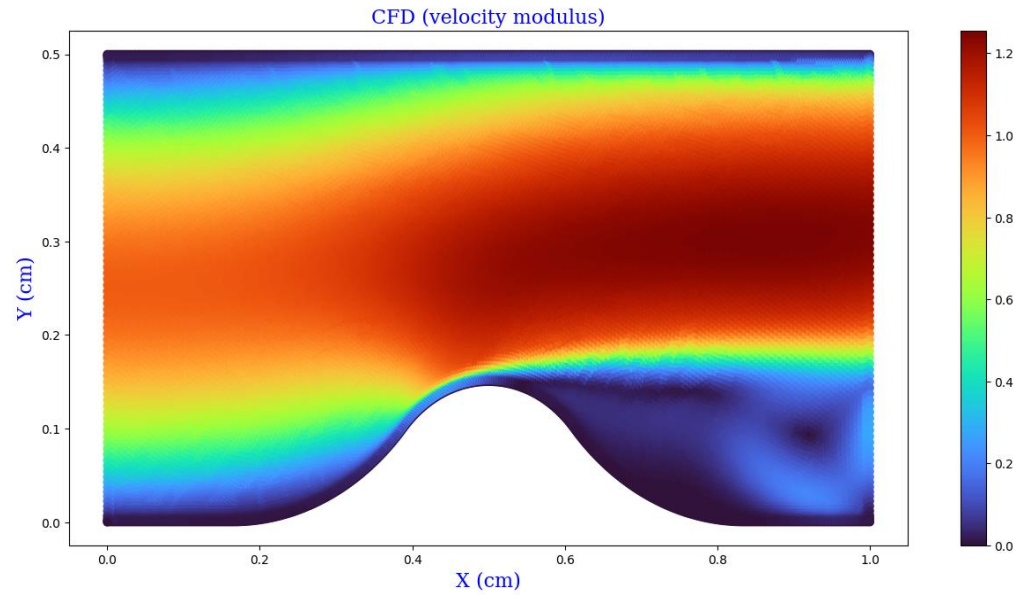


Normal inflow velocity profile

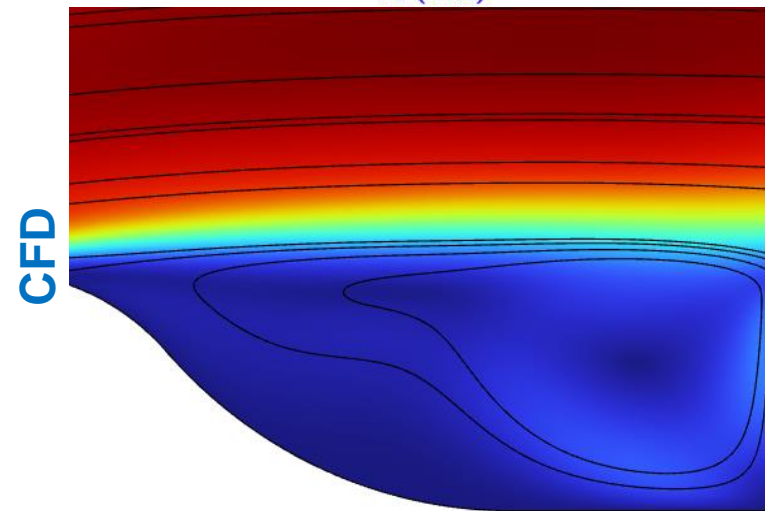
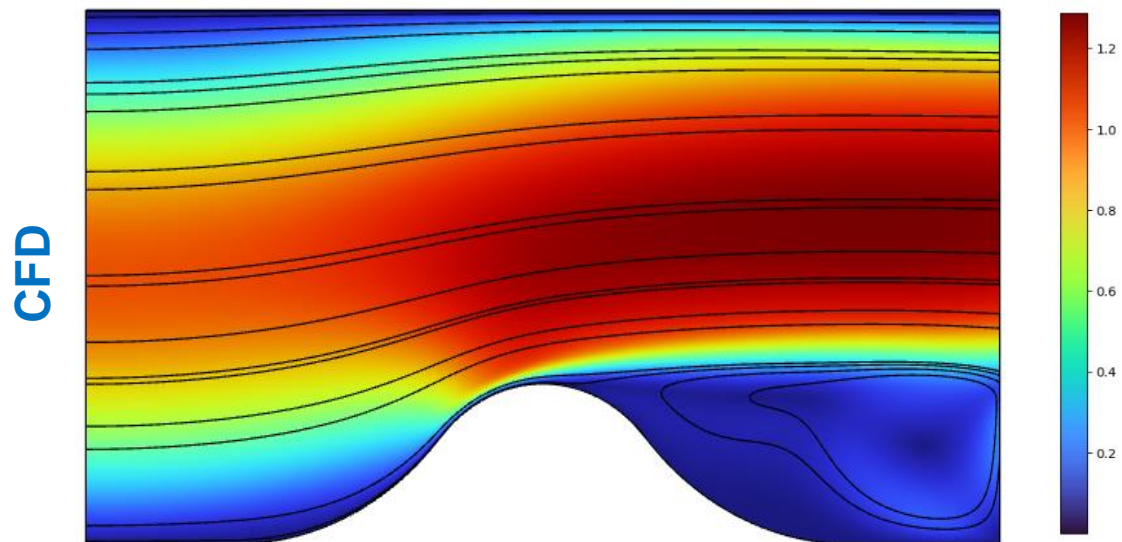
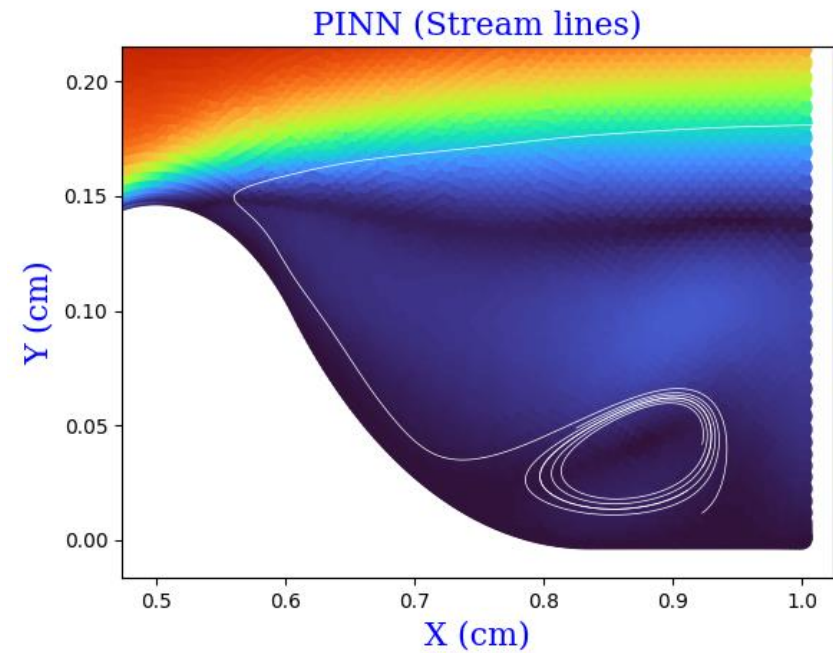
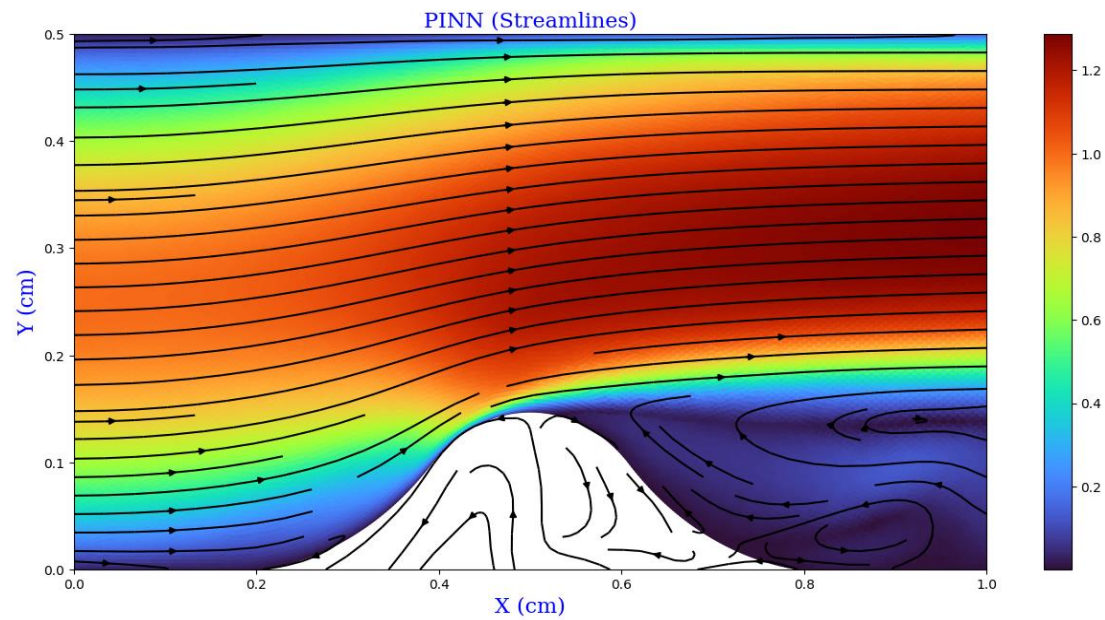




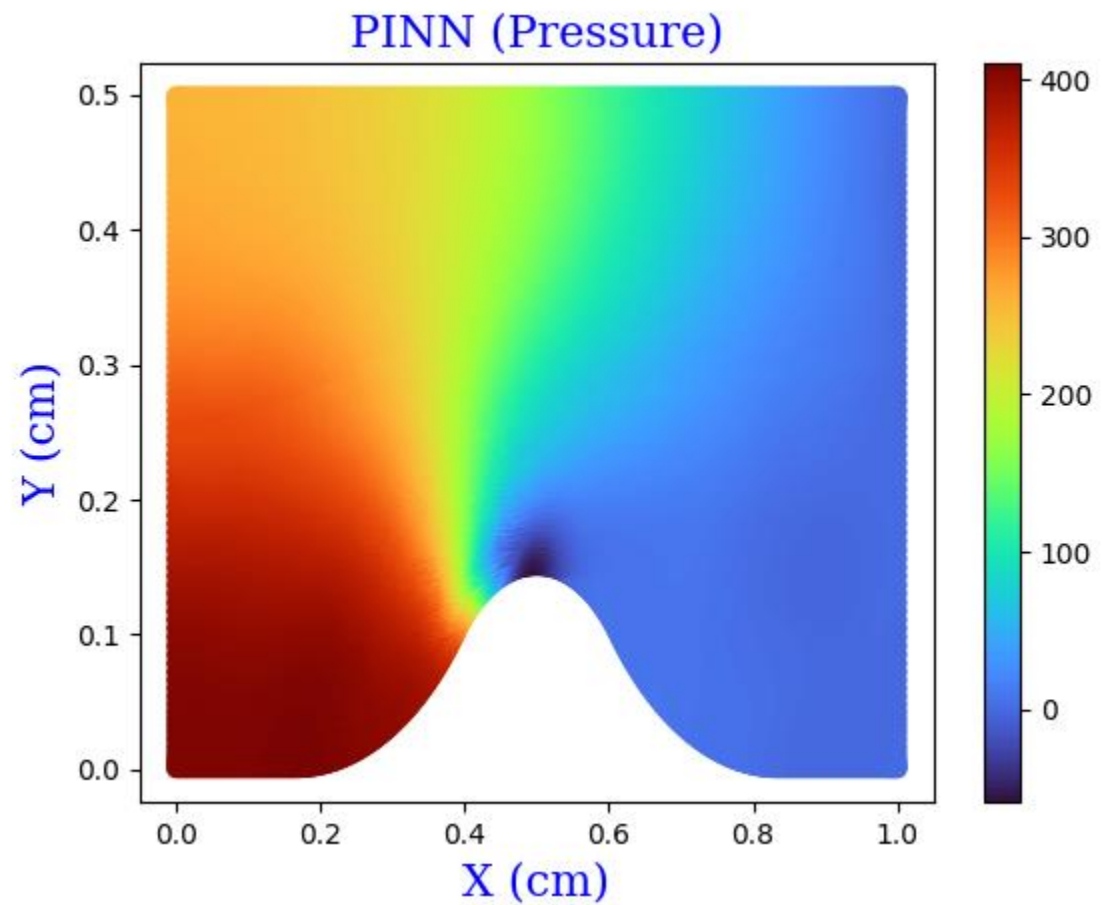
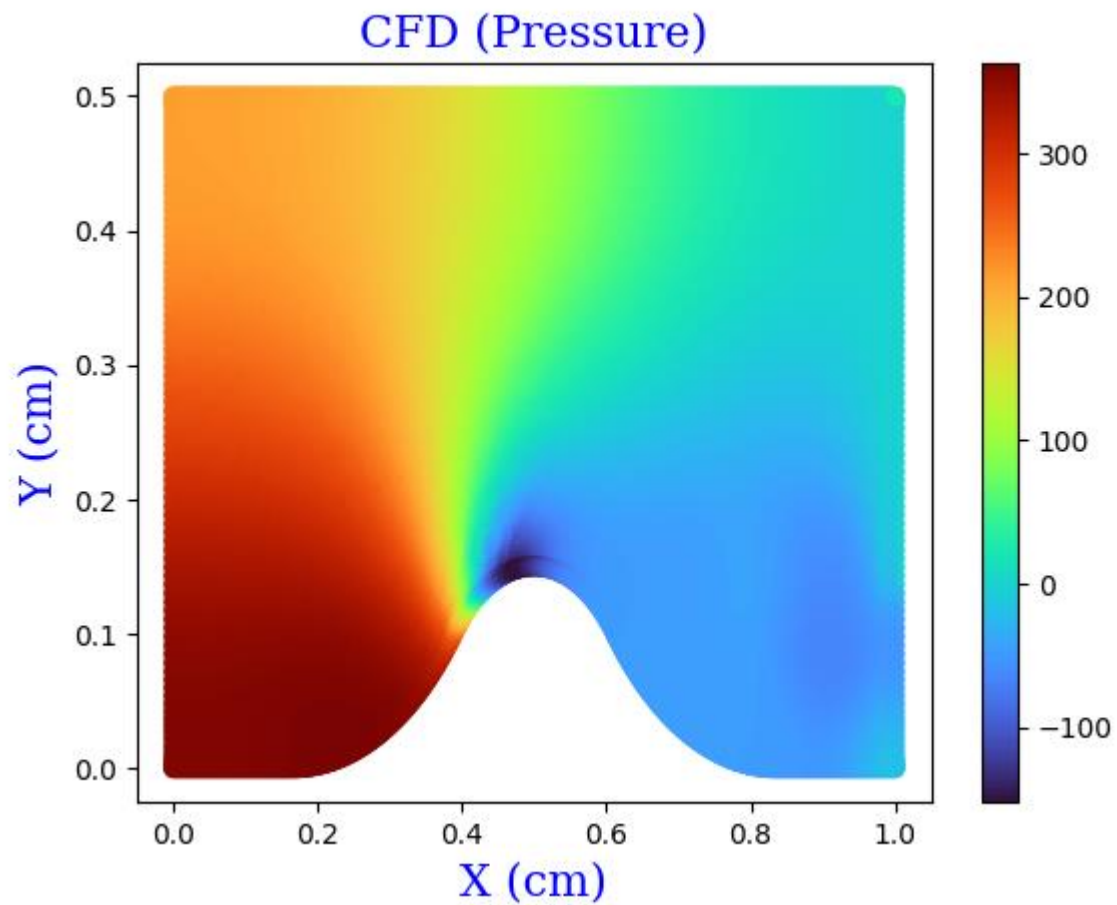
# Графики решений, полученных с PINN моделью



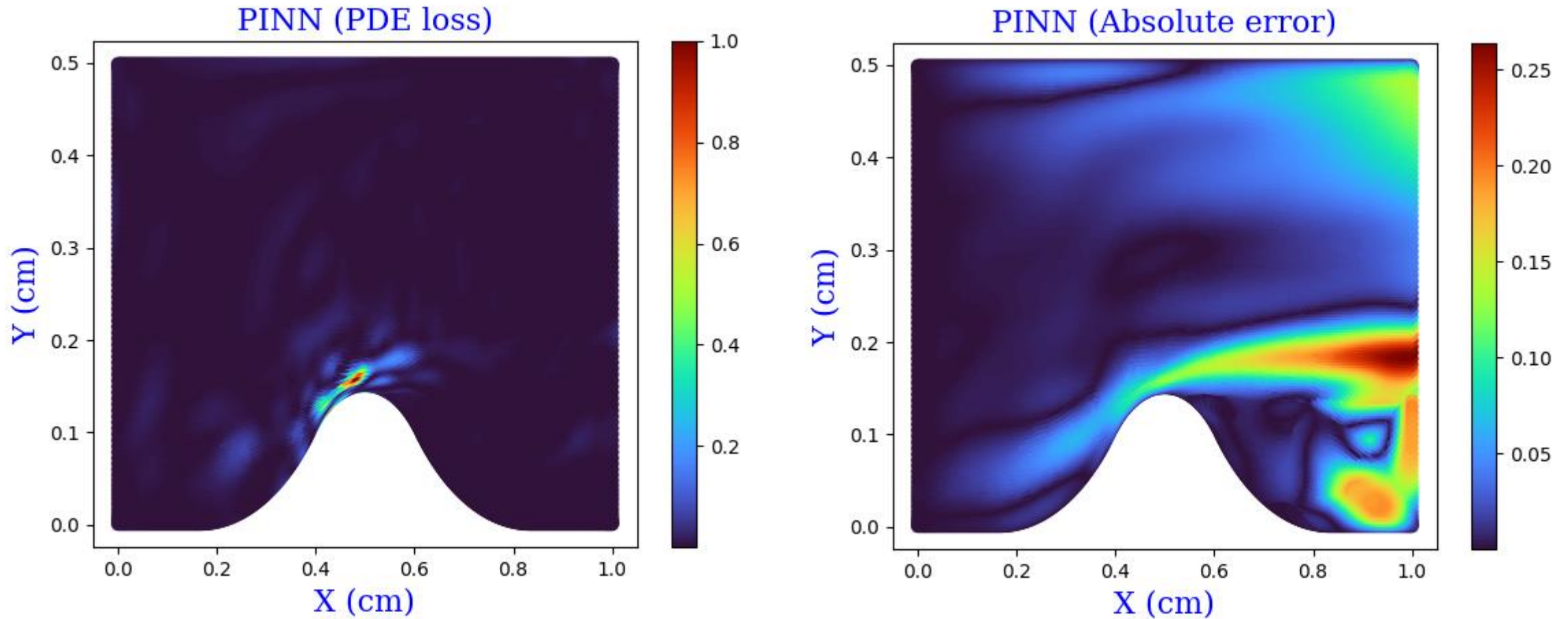
# Линии тока



# Поле давления



# Графики поточечной ошибки PINN

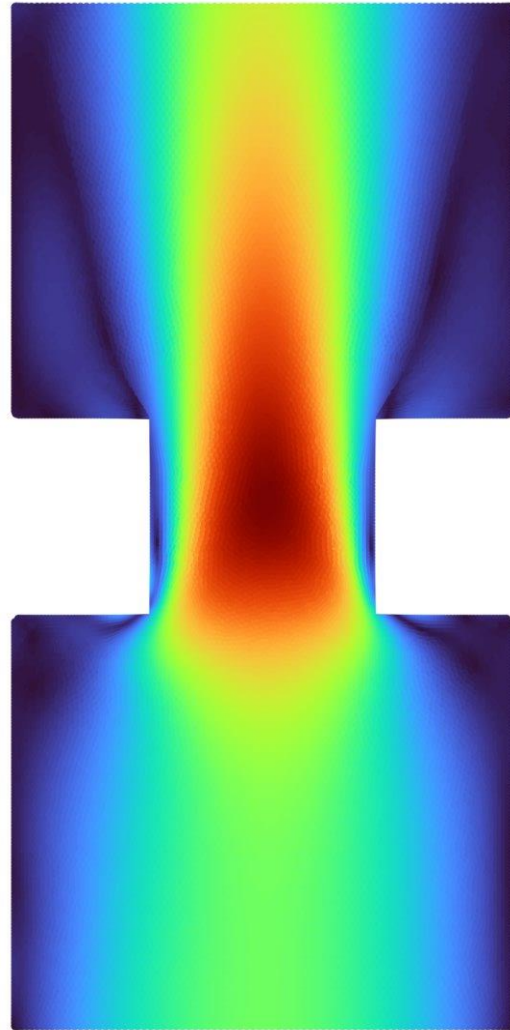


# На этом всё?

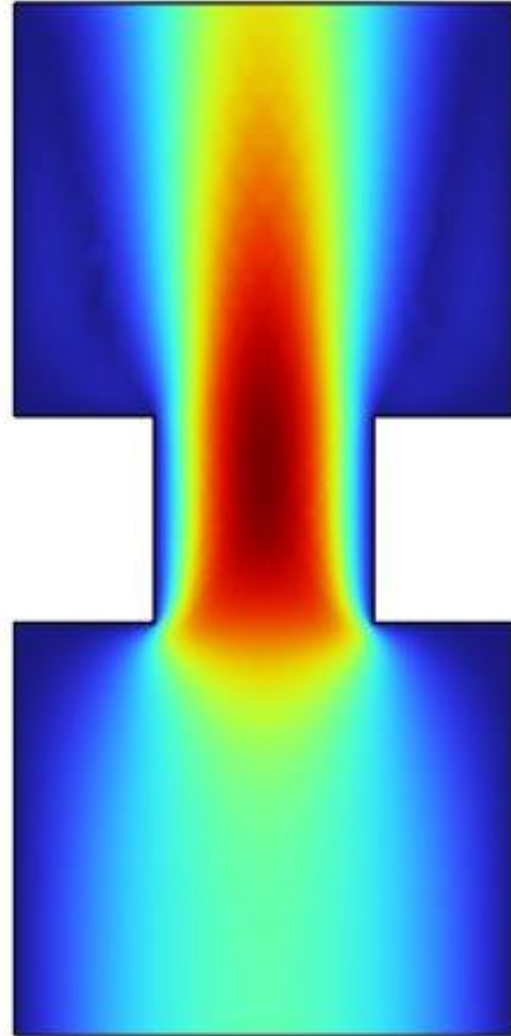
Имея достаточно данных измерений, взятых в области, возможно восстановить:

- распределение скорости на входе (нужны дополнительные предположения);
- параметры УрЧП (напр. Динамическая вязкость);
- параметры геометрии области (напр. Радиус тромба).

# Сравнение результатов: негладкий стеноз

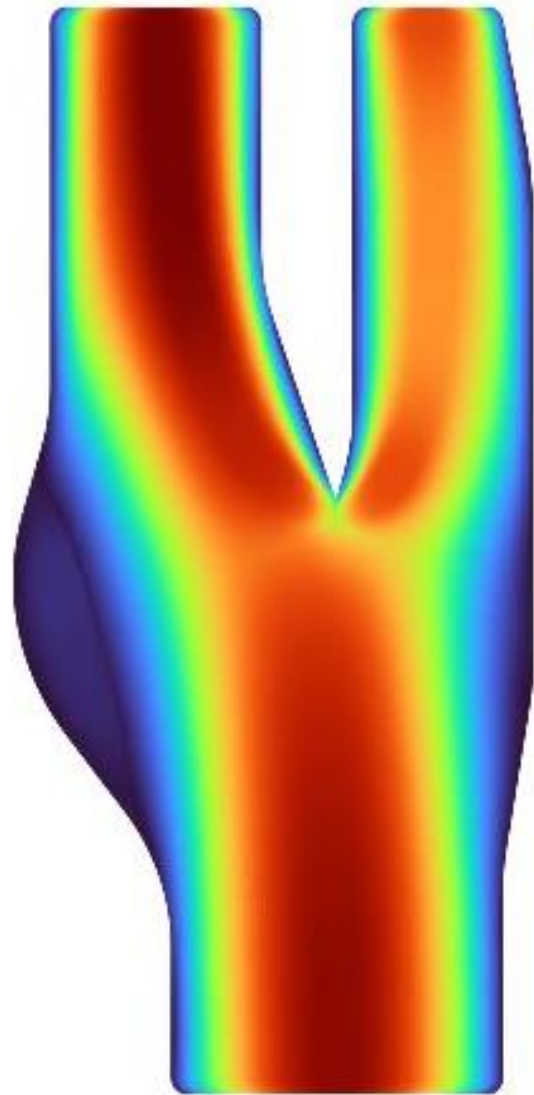


PINN

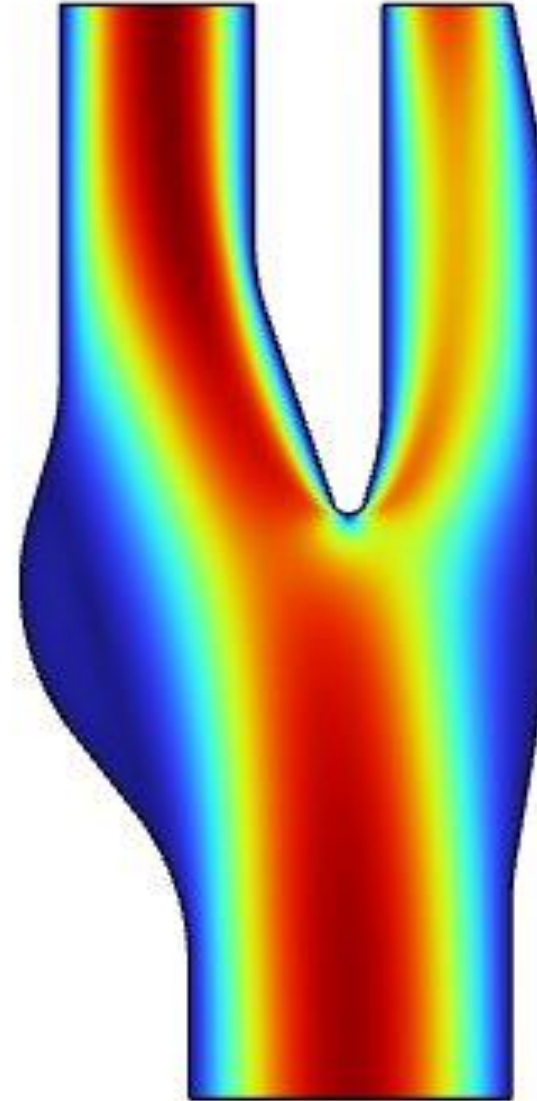


CFD

# Сравнение результатов: раздвоение артерии

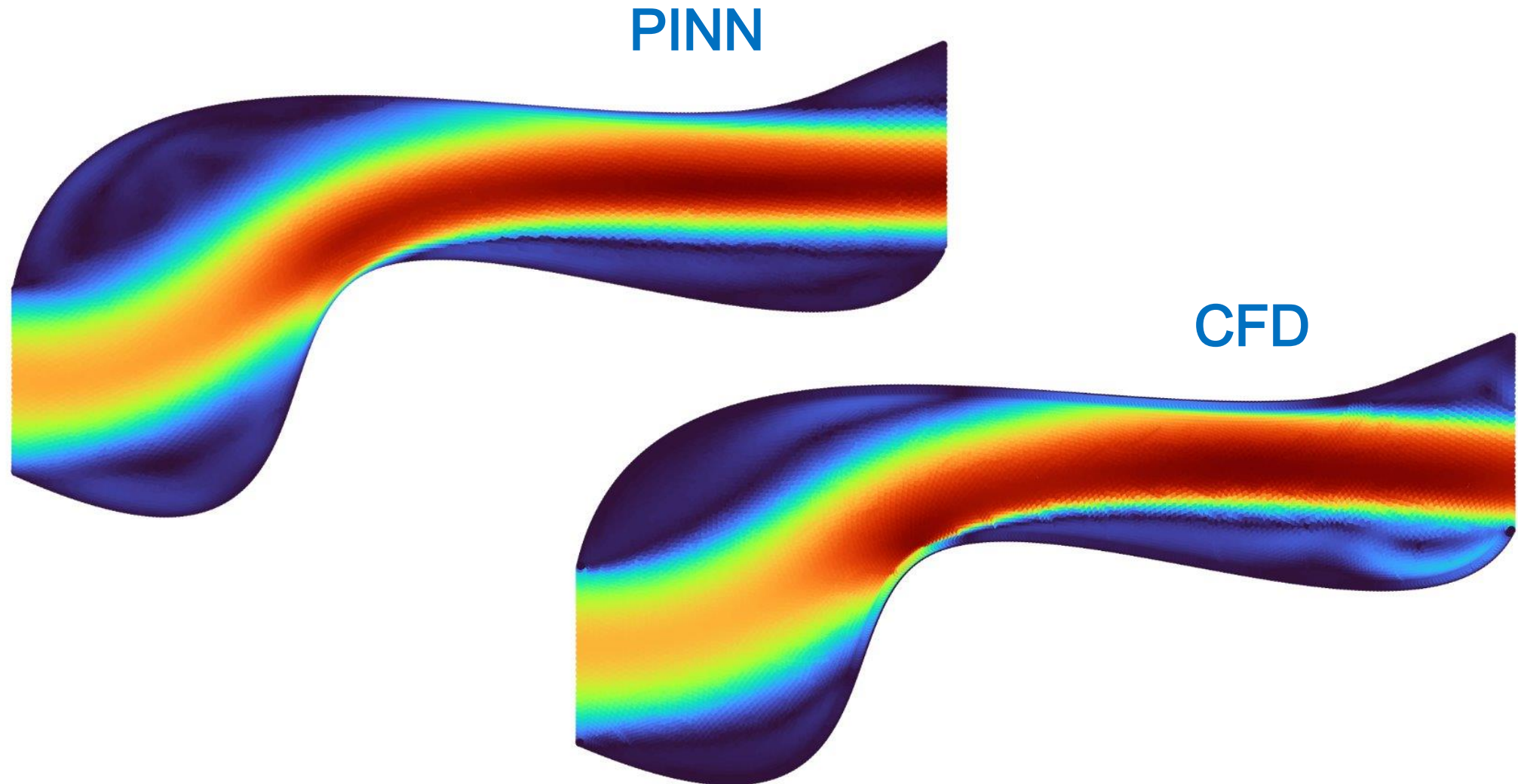


PINN



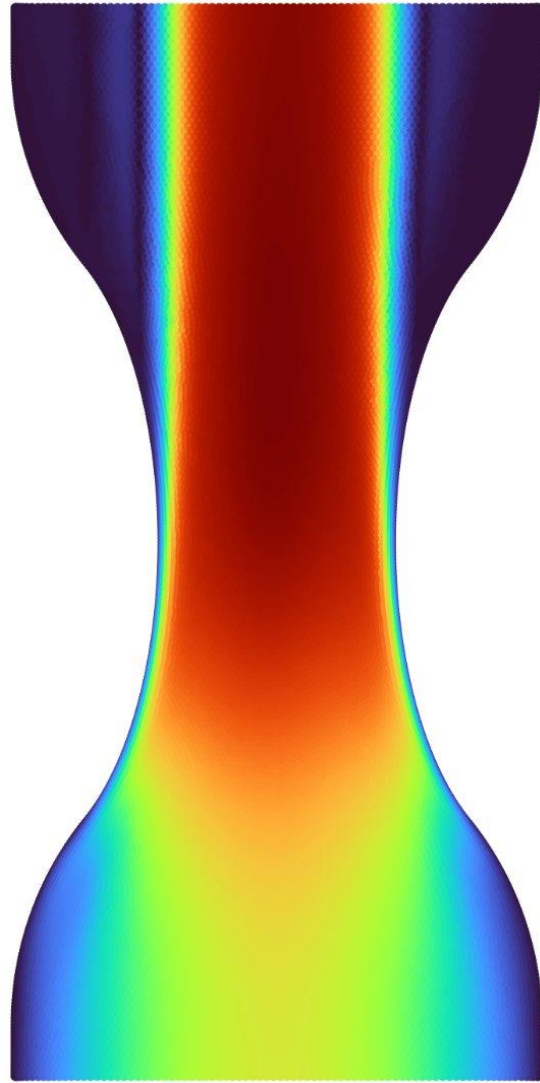
CFD

# Сравнение результатов: произвольная геометрия

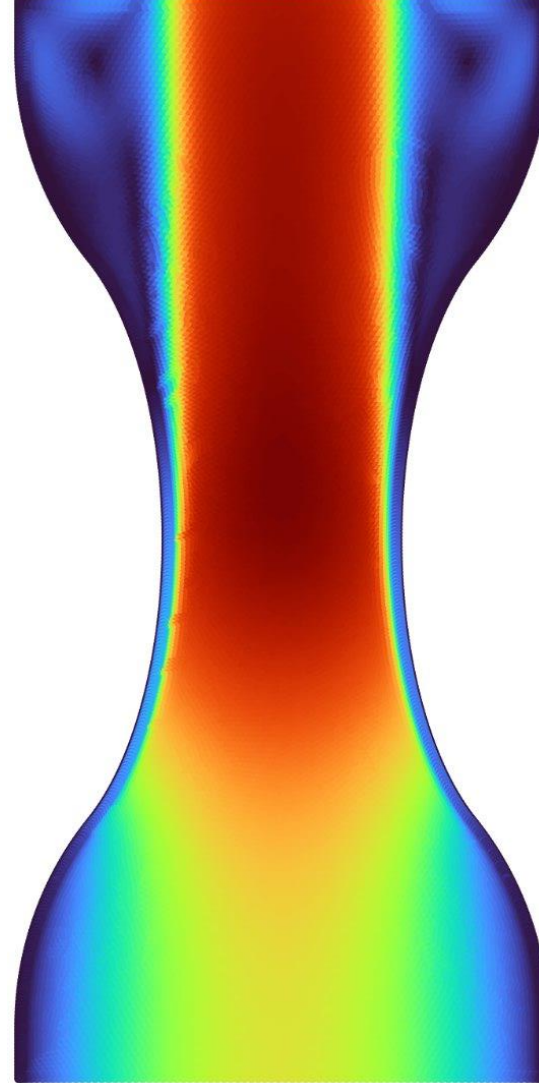




# Сравнение результатов: гладкий стеноз

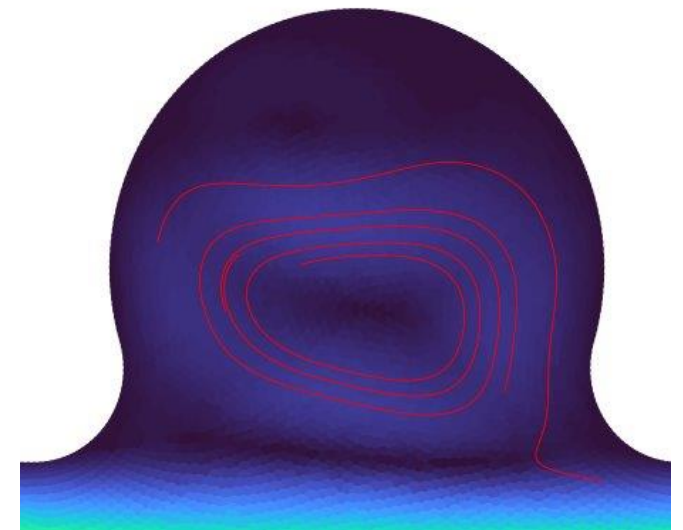
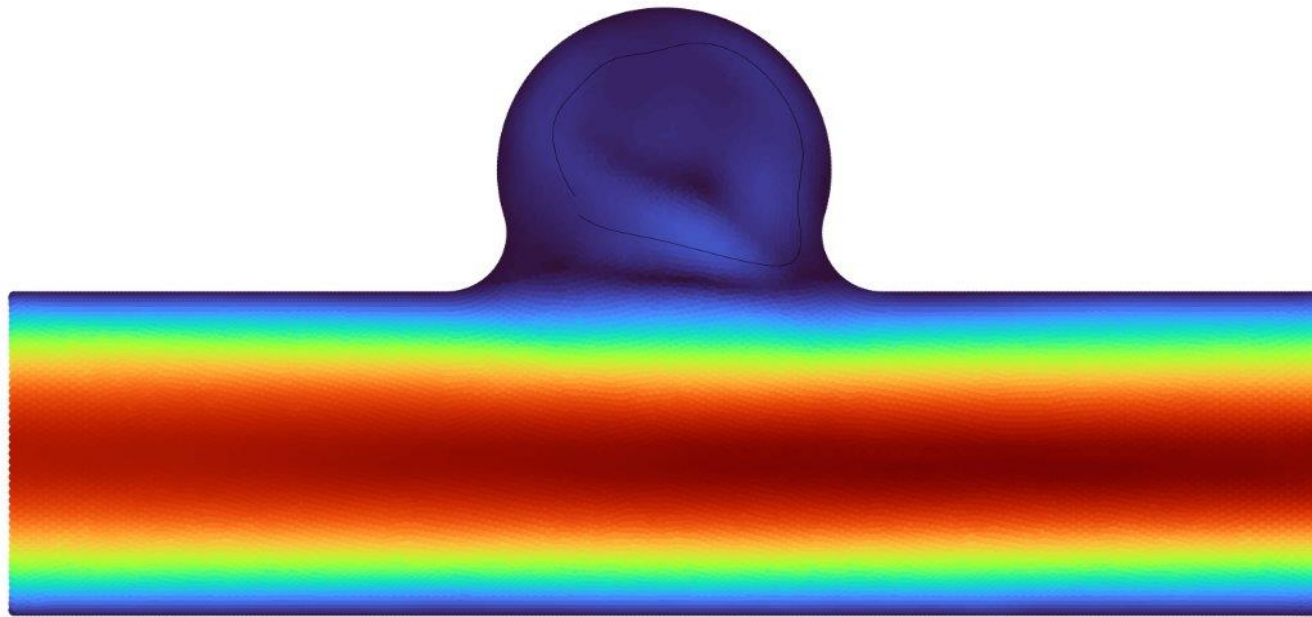


PINN



CFD

# Аневризма. Решение PINN модели



# Заключение

- Исследования продолжаются. Предлагается множество перспективных идей.
- PINN модели предоставляют новый подход к решению сложных УрЧП.
- Существует класс задач, для которых эффективно применение PINN.
- Для решения разных задач предпочтительны разные архитектуры.
- PINN менее эффективны в задачах с областью без гладкой границы, или с бифуркациями.

# Литература

- 1) Xuelan Zhang, Baoyan Mao, Yue Che, et al. Physics-informed neural networks (PINNs) for 4D hemodynamics prediction: An investigation of optimal framework based on vascular morphology, *Computers in Biology and Medicine*, Volume 164, 2023, 107287, ISSN 0010-4825.
- 2) Sifan Wang, Hanwen Wang, Paris Perdikaris, On the eigenvector bias of Fourier feature networks: From regression to solving multi-scale PDEs with physics-informed neural networks, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 384, 2021, 113938, ISSN 0045-7825.
- 3) Taebi, Amirtahà. 2022. "Deep Learning for Computational Hemodynamics: A Brief Review of Recent Advances" *Fluids* 7, no. 6: 197.
- 4) M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *Journal of Computational Physics*, Volume 378, 2019, Pages 686-707, ISSN 0021-9991.

Спасибо за внимание!