

# Моделирование грудной клетки пространственной упругой фермой

Алпатов Иван

Аспирант МГУ имени М.В.Ломоносова, кафедра теоретической механики и  
мехатроники

Институт механики МГУ

# План доклада

- Проблема – деформации грудной клетки
- Наш подход к моделированию грудной клетки
- Проблемы с Ansys
- Представление модели как системы со структурой дерева
- Реализация на pytorch
- Текущий результат и дальнейшие планы

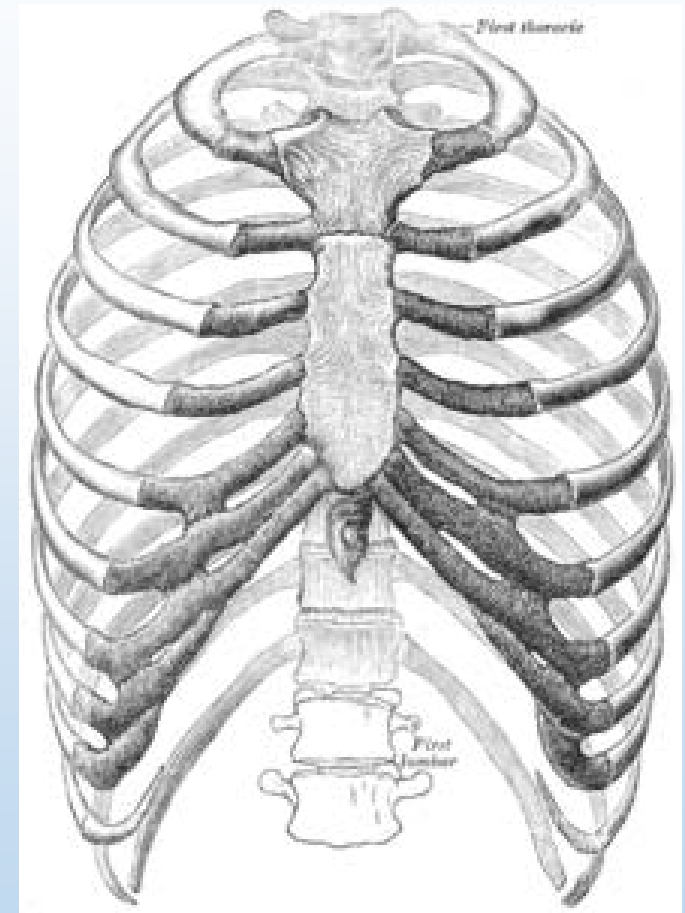
# Проблема

- Килевидная деформация – одна из наиболее распространённых деформаций грудной клетки
- Лечится специальными ортезами, оказывающими давление на киль



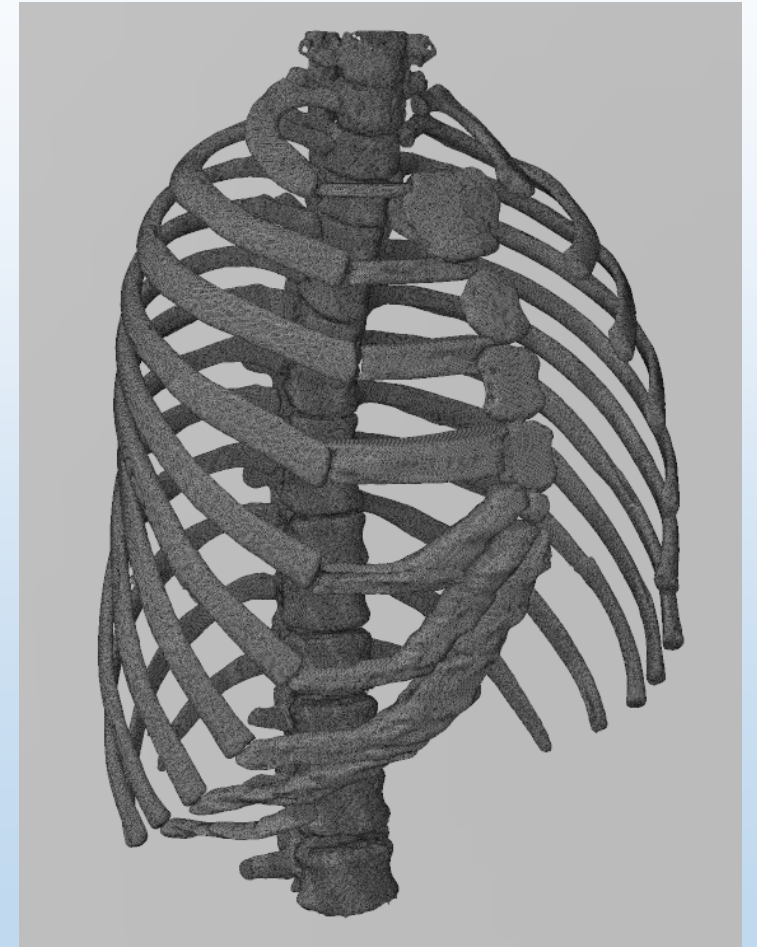
# Задача

- Смоделировать грудную клетку и найти деформацию модели под действием постоянной силы, действующей на киль
- Проблема – грудная клетка состоит из многих тел и связей: ребра, хрящи, грудина, позвонки, межпозвоночные диски, мышцы, связки, суставы



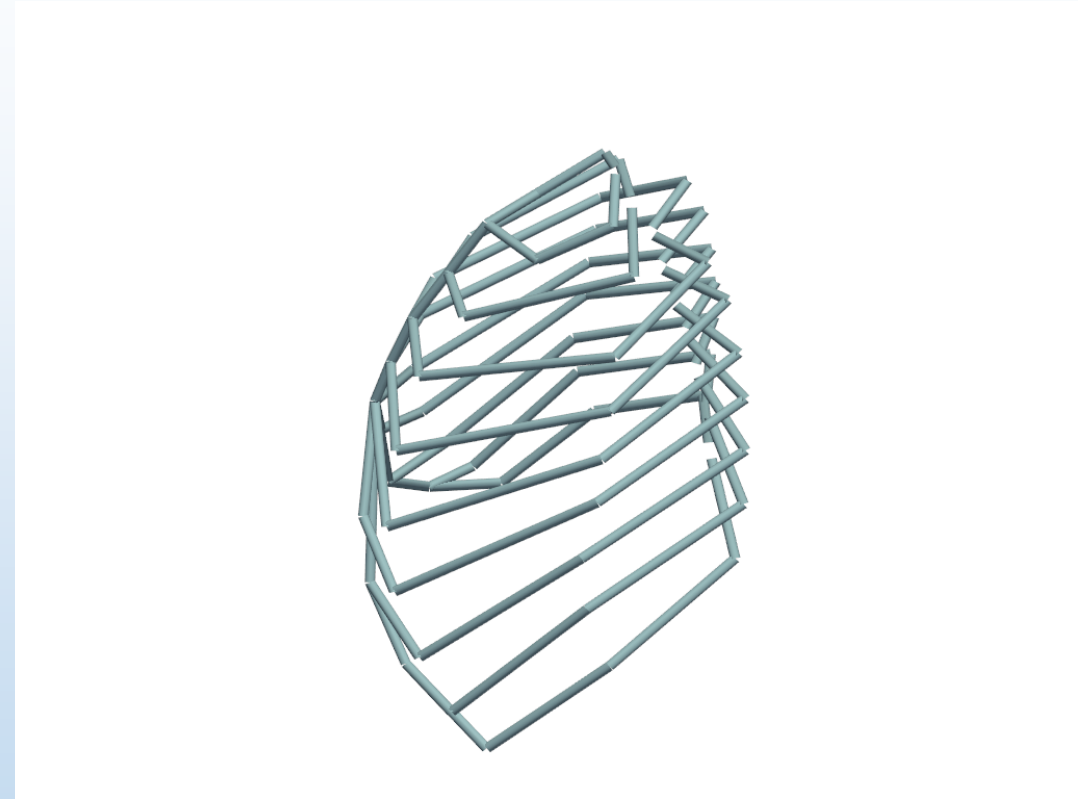
# Подзадача

- Сегментировать ребра, грудину, хрящи по КТ
- Ребра и грудина – просто, автоматически
- Хрящи – сложно, ручная разметка
- Предполагаемое решение – **разработка нейросети** для сегментации реберных хрящей на медицинских снимках

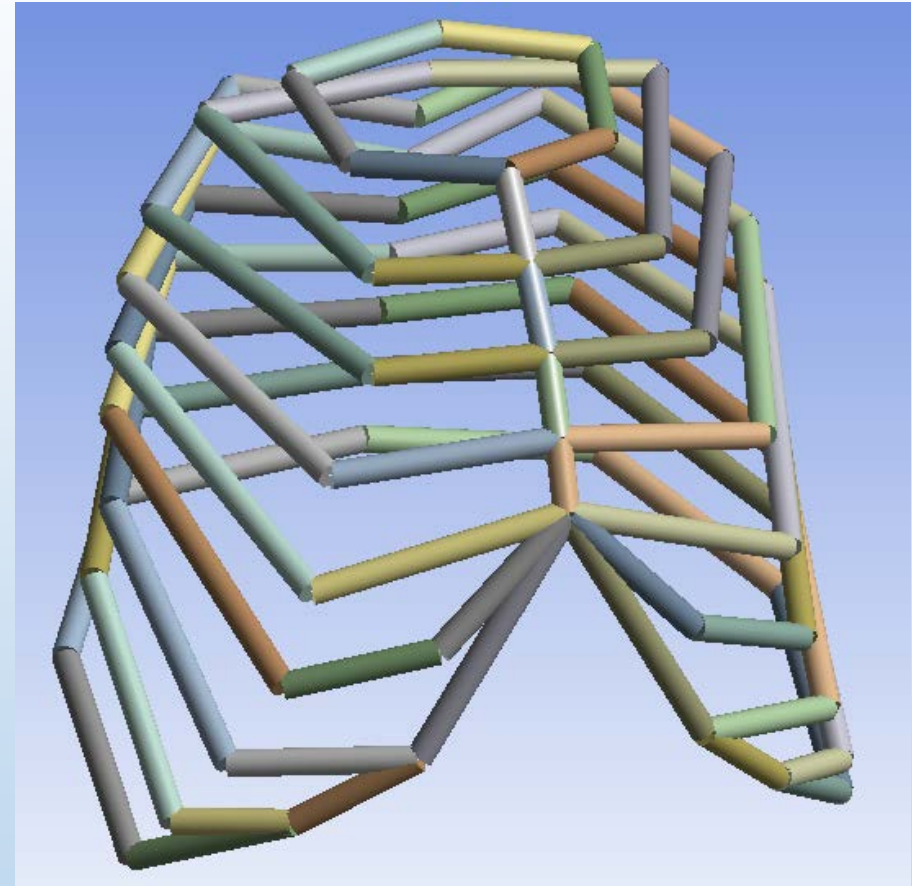
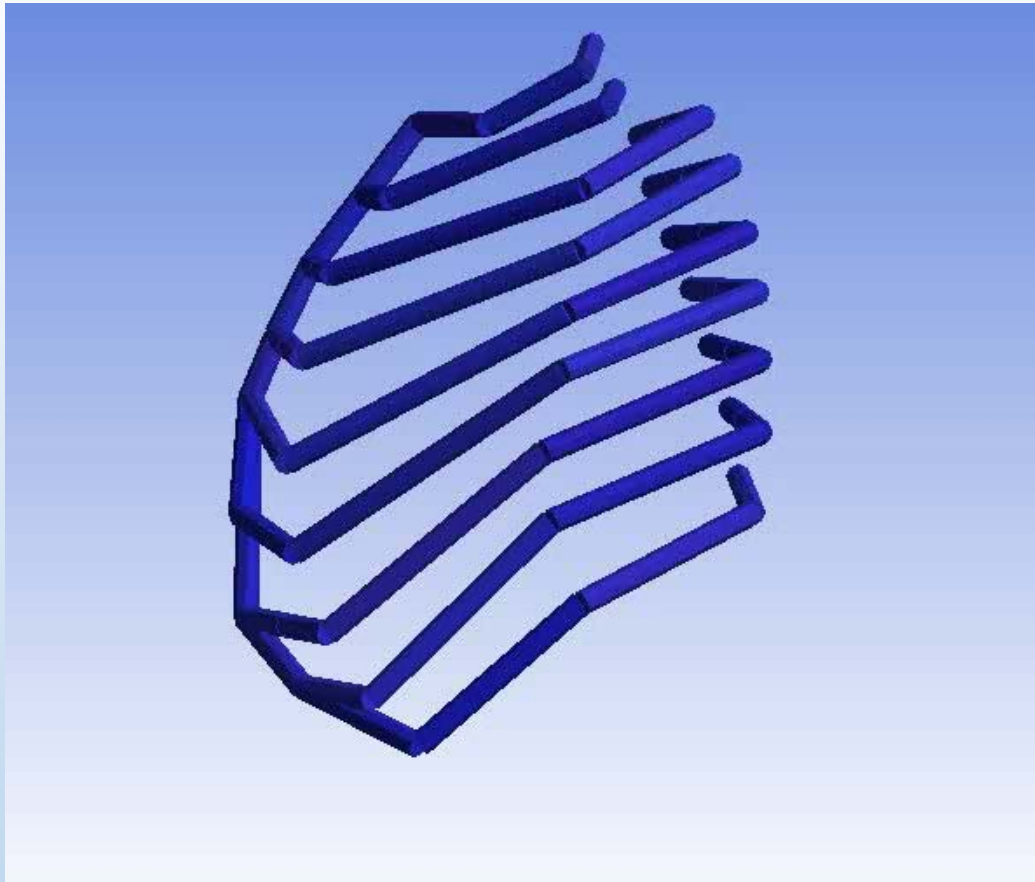


# Подход к моделированию

- Представляем грудную клетку как **набор абсолютно твердых стержней**, соединенных между собой **пружинами**, препятствующими **повороту стержней в пространстве** друг относительно друга



# Решение в Ansys



\*Stiff beams + Bushing joints (6 DOF, big stiffnesses for translational DOF)

# Проблемы с Ansys

- Решение почти никогда не сходится
- Почти нет контроля за применением численных методов
- Все происходит «под капотом» Ansys
- Автоматизация с помощью python не помогла(





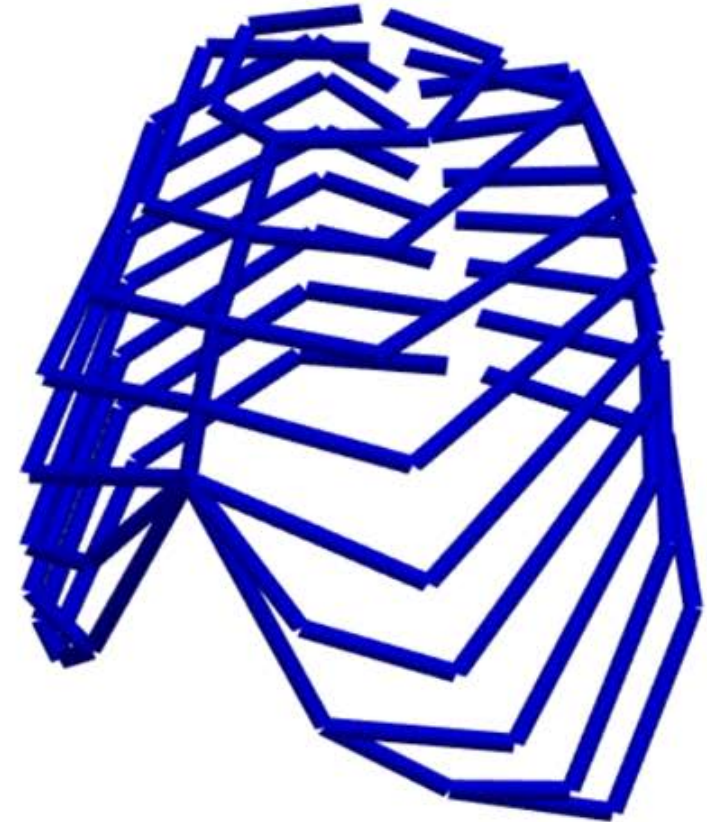
# Реализация на pytorch

- Решаем задачу поиска статического равновесия модели
- По сути – **задача минимизации функционала**  
(**потенциальной энергии**) в пространстве положений системы с **условием связей** (закрепление точек на позвоночнике)
- => можем воспользоваться методами детерминированной оптимизации с ограничениями => `torch.autograd` в помощь



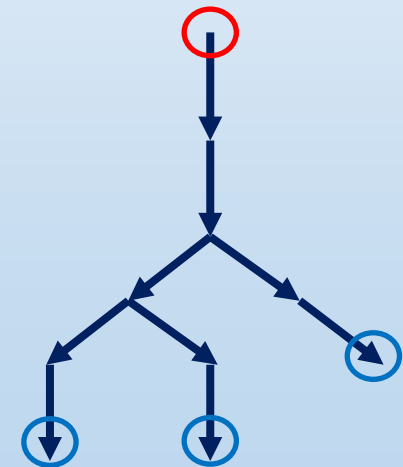
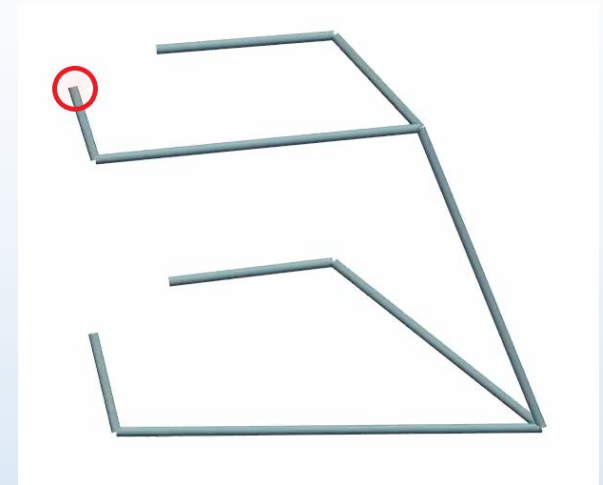
# Реализация на pytorch

- В данной реализации мы пока что упростили шарниры:  $\Pi_i = \frac{c_i(\alpha_i - \alpha_{i0})^2}{2}$ , где  $\alpha_i$  текущий угол между стержнями в шарнире  $i$ , а  $\alpha_{i0}$  - начальный угол в том же шарнире (для точек прикрепления к позвоночнику используются 2 сферических угла)



# Представление

- Модель системы твердых тел со структурой дерева
- Граф, соответствующий структуре взаимосвязей системы, является деревом
- Такое представление помогает удобно рассчитывать конфигурацию системы, начиная от «нулевого» тела – движение которого нам задано



# Представление

- Части представления:

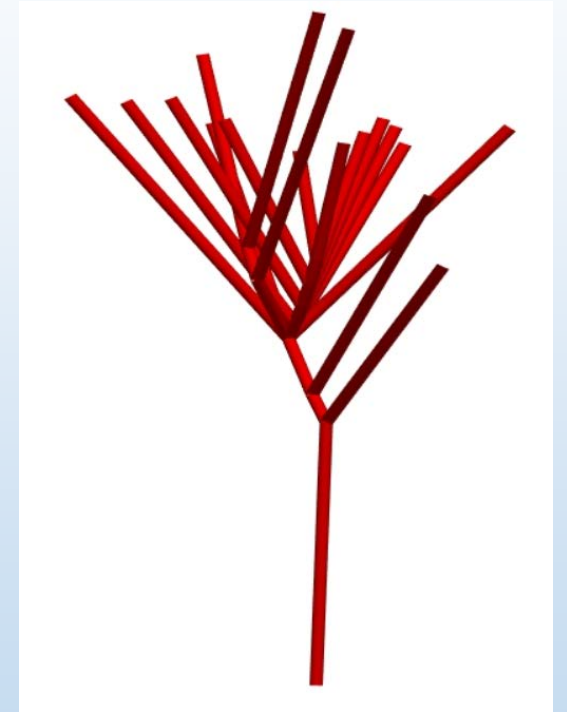
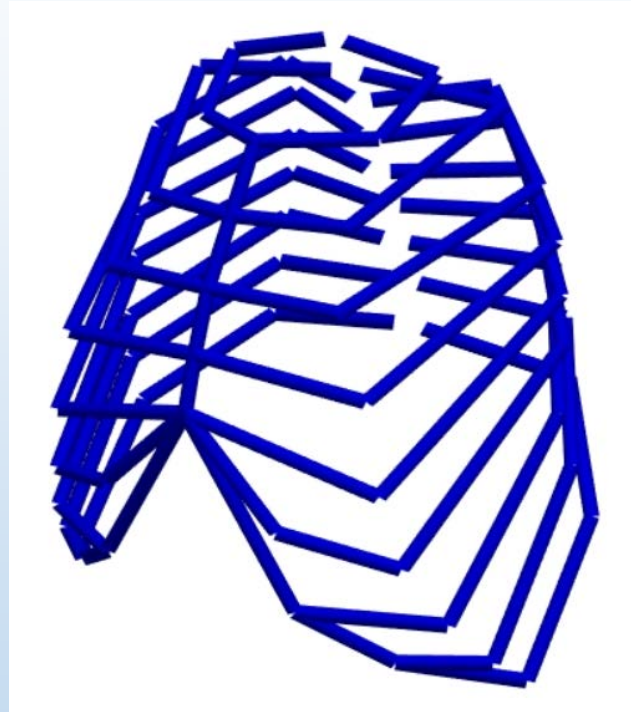
Node (вершины),

Edge (ребра),

Joint (шарниры)

Graph (механический граф, не зависящий от выбора вершины)

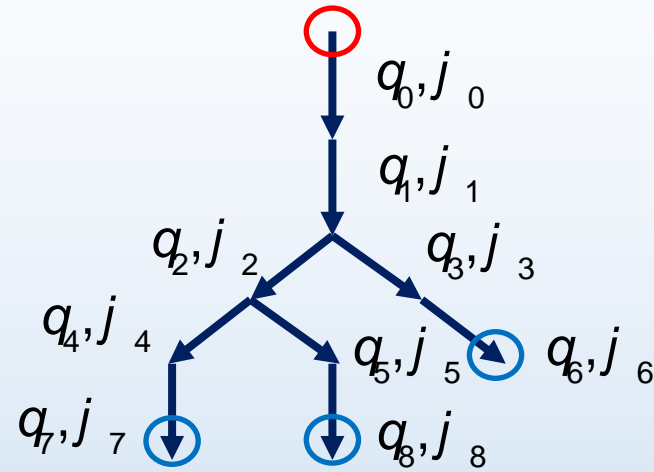
Tree (механическое дерево, получающееся из графа и определенной его вершины)



# Алгоритм

1. инициализируем углы

$$x = \{(q_i, j_i), i = 0, \dots, n - 1\}$$

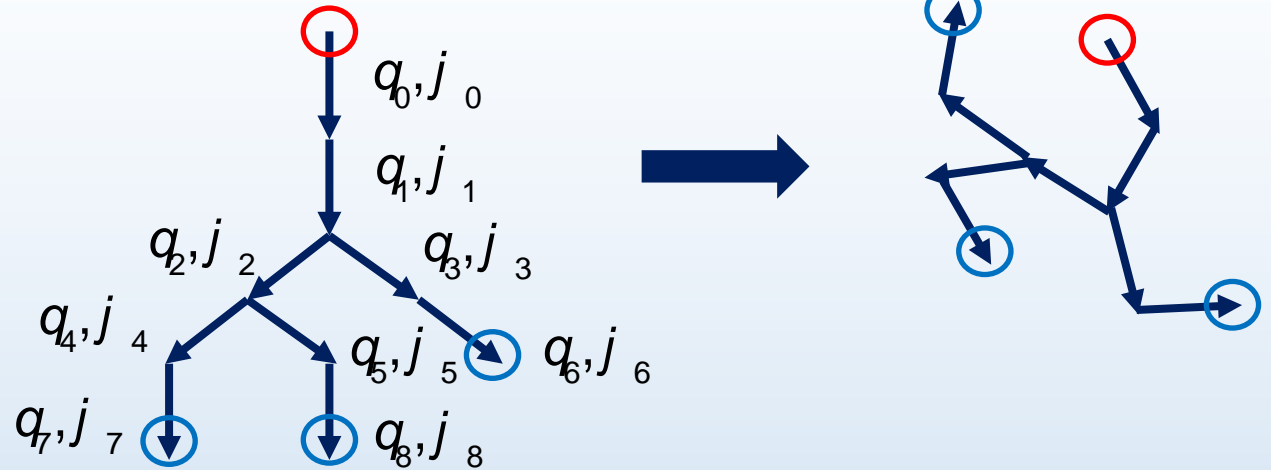


# Алгоритм

1. инициализируем углы

$$x = \{(q_i, j_i), i = 0, \dots, n - 1\}$$

2. Вычисляем единичные векторы для каждого ребра, обновляем координаты вершин



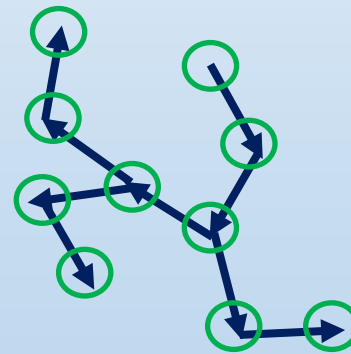
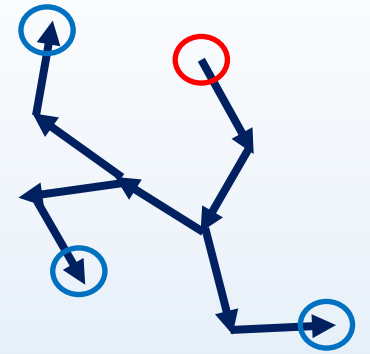
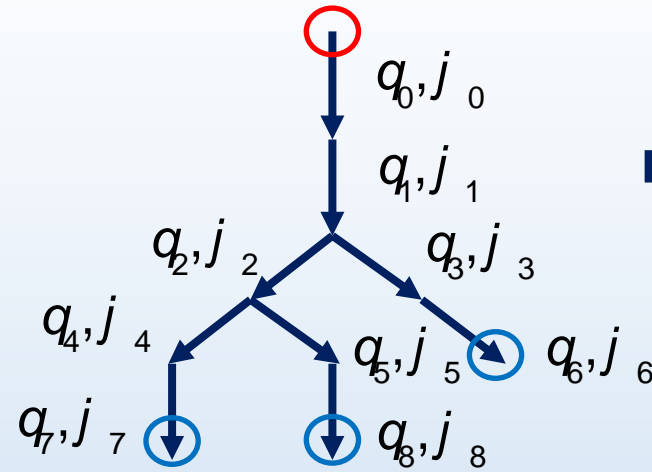
# Алгоритм

1. инициализируем углы

$$x = \{(q_i, j_i), i = 0, \dots, n - 1\}$$

2. Вычисляем единичные векторы для каждого ребра, обновляем координаты вершин

3. Вычисляем потенциальную энергию системы ○




# Алгоритм

1. инициализируем углы

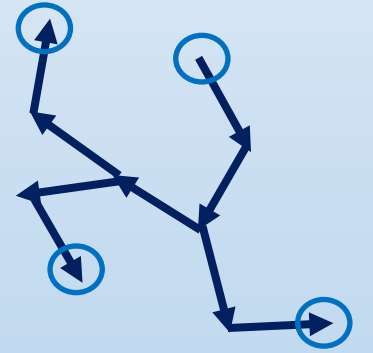
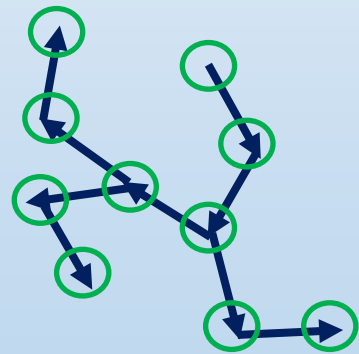
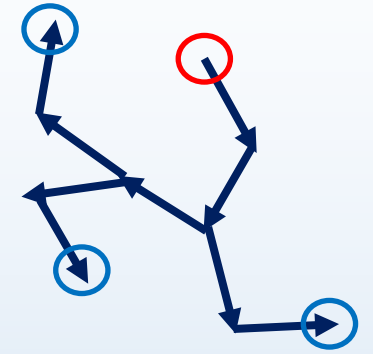
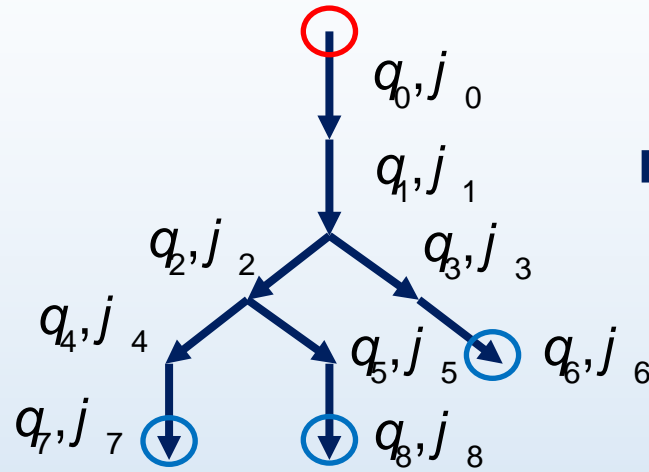
$$x = \{(q_i, j_i), i = 0, \dots, n - 1\}$$

2. Вычисляем единичные векторы для каждого ребра, обновляем координаты вершин

3. Вычисляем потенциальную энергию системы 

4. Вычисляем нарушение связей 

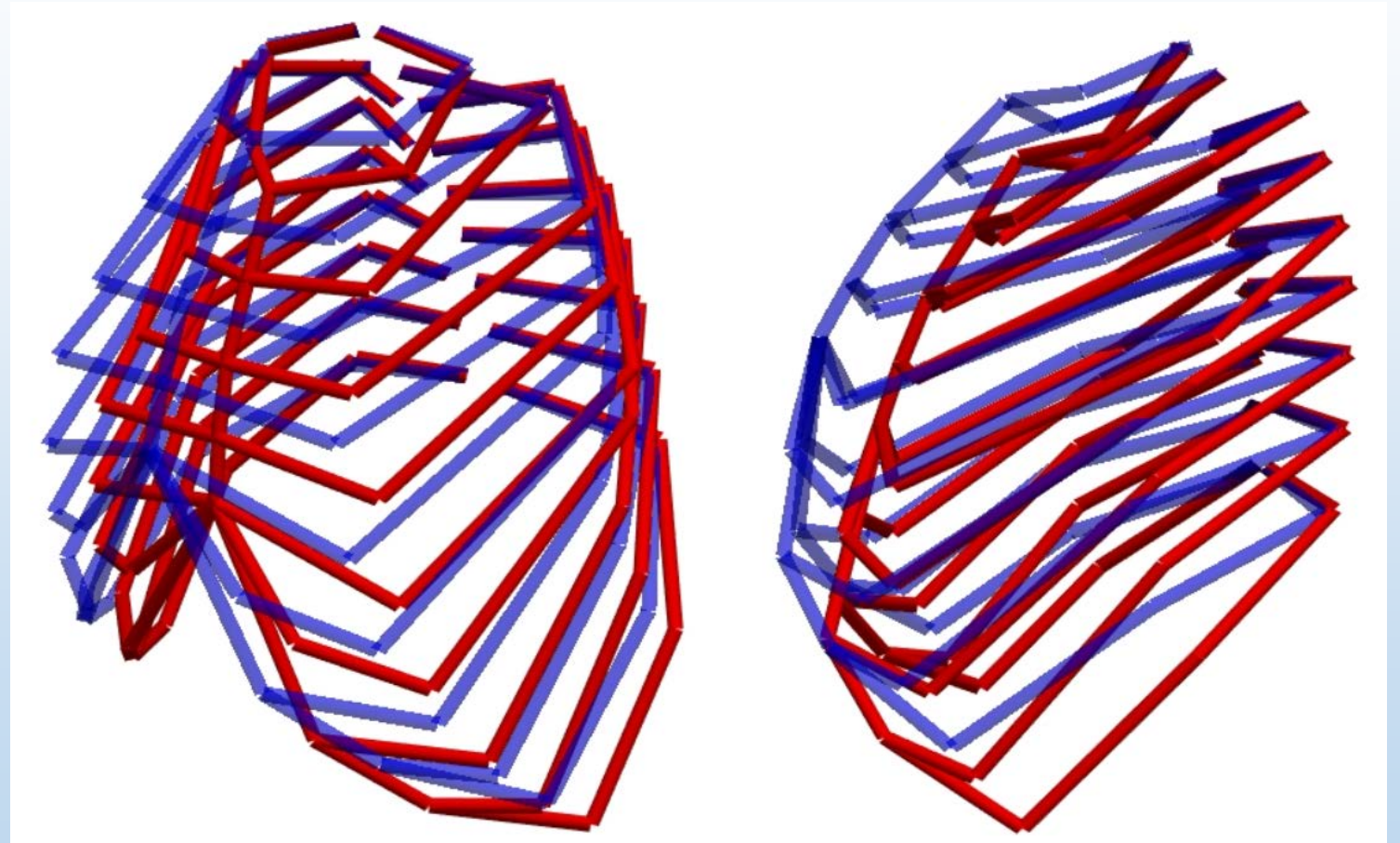
5. Оптимизационный шаг



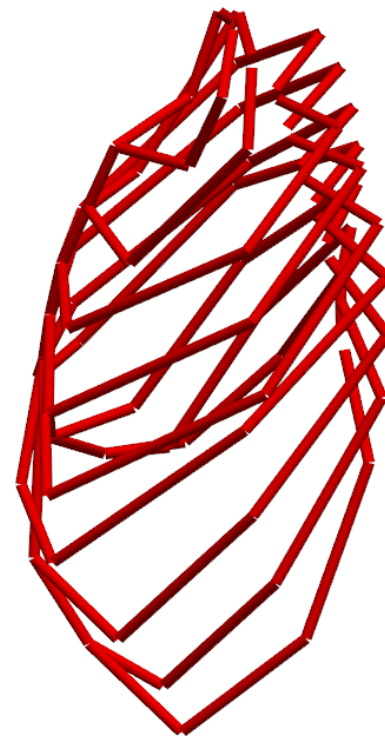
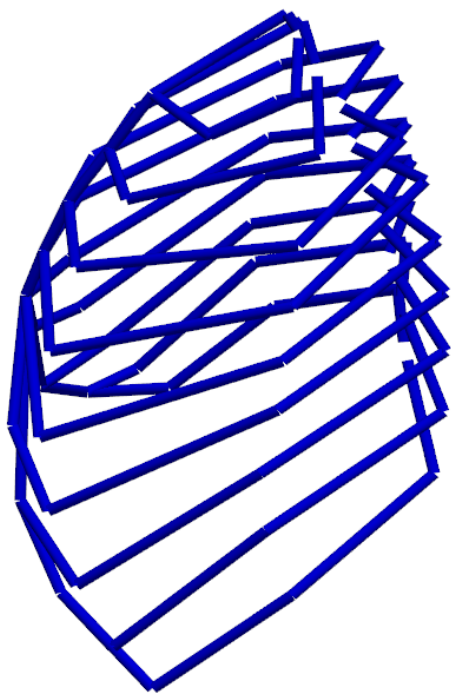


# Результаты реализации

- Можно получить  
сходящееся решение
- В основном, решение  
выглядит естественно  
(грудная клетка  
сжимается)

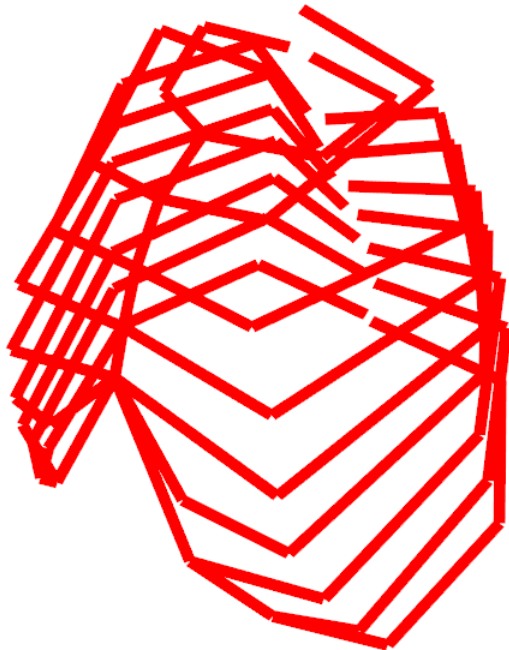


# Результаты реализации

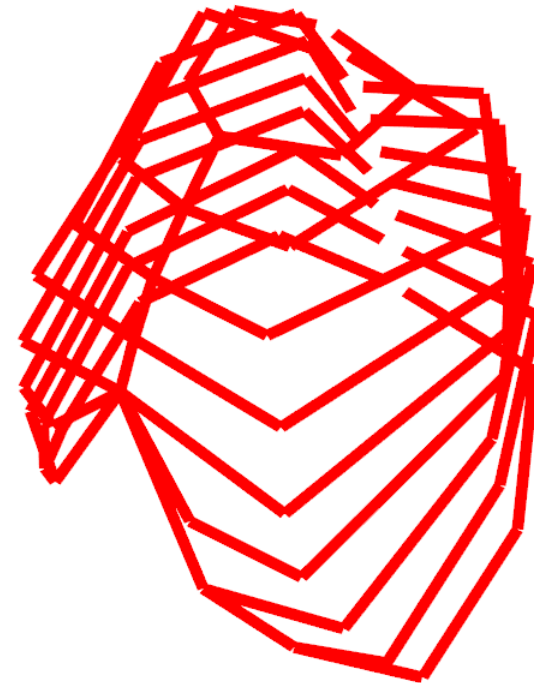


# Результаты реализации

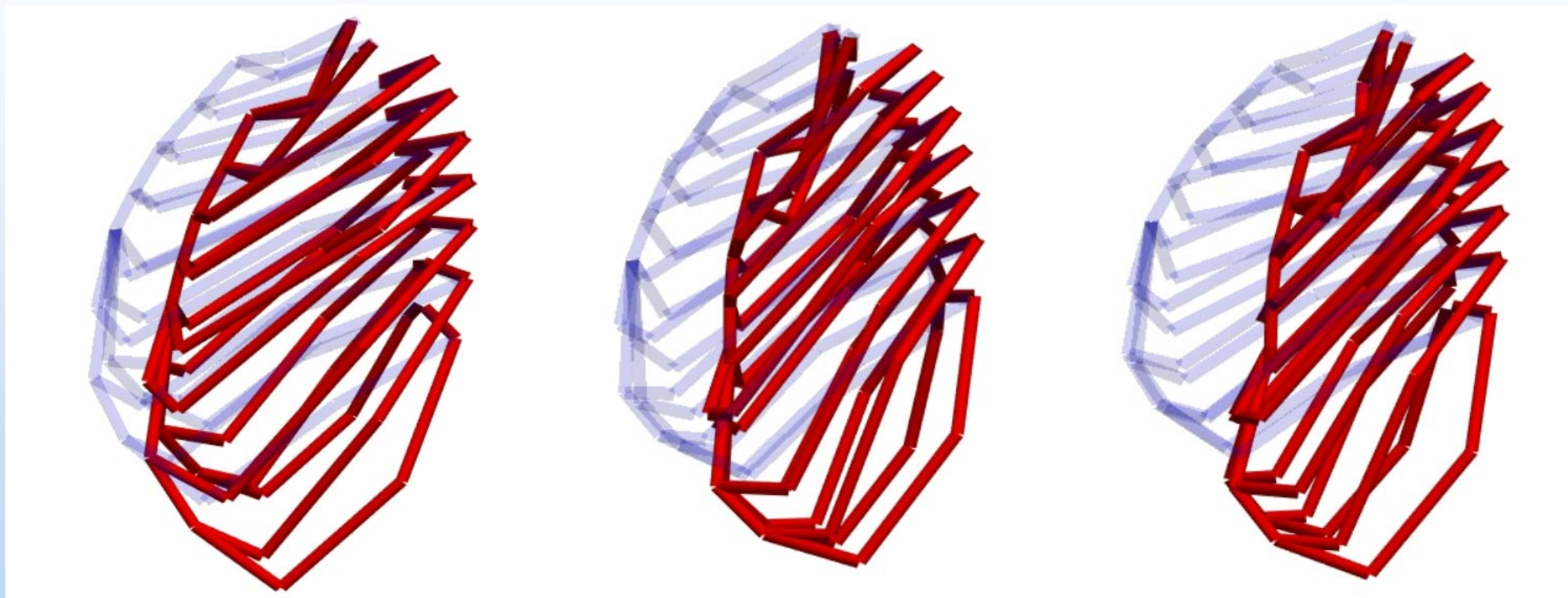
Frame 0



Frame 0



# Результаты реализации



# Проблемы реализации

- Зависимость от начального приближения
- Если в качестве начального приближения выбрать изначальную конфигурацию, то это не всегда приводит к естественному результату
- Зависимость решения и его сходимости от выбора вершины дерева
- Проблемы с NaN в градиентах (пока непонятно, откуда) для некоторых вершин
- Изменение масштаба модели не всегда приводит к такому же изменению результата

# Результат

- Пространственная упругая модель грудной клетки представлена как модель твердого тела со структурой дерева
- Данная модель реализована на языке python с использованием фреймворка pytorch (оптимизационный алгоритм Byrd-Omojokun Trust Region из `scipy.optimize`)

# Планы

- уделить больше внимания методам численной оптимизации
- исследовать влияние жесткостей на деформацию килля
- продемонстрировать корректность решения на простых задачах
- исследовать зависимость решения задачи от начальных условий
- решить обратную задачу: с какой силой нужно надавить на киль, чтобы сдвинуть его на заданное расстояние
- рассмотреть дополнительные точки приложения сил

# Спасибо за внимание!

Алпатов Иван

Аспирант МГУ имени М.В.Ломоносова, кафедра теоретической механики и  
мехатроники

Институт механики МГУ

[alpatov.ivan@list.ru](mailto:alpatov.ivan@list.ru)