

Персонализированный вычислительный анализ коронарного кровотока с учетом данных о перфузии миокарда

Симаков С.С.¹, Гамилов Т.М., Данилов А.А.

¹Московский физико-технический институт

²Сеченовский университет

³Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН

- Повторные ишемические события после проведения чрезкожного коронарного вмешательства (ЧКВ, PCI) в отдаленной перспективе в 30 – 50% случаев.
- Влияние состояния микроциркуляторного русла на основные гемодинамические коэффициенты (FFR, iFR, CFR), характеризующие функциональную значимость области стеноза для коронарного кровотока.

Одномерная модель кровотока

1D и 0D объекты в физиологии



Figure: Камеры сердца, аневризмы, лимфатические узлы, альвеолы

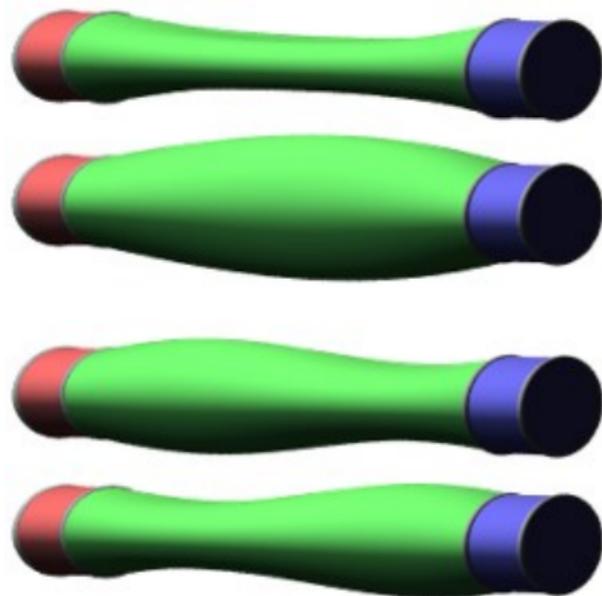


Figure: Артерии и вены, лимфатические сосуды, бронхиолы

Одномерная (1D) модель кровотока в одном сосуде

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{V})}{\partial x} = \mathbf{G}(t, x, \mathbf{V}), \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} S \\ u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} Su \\ \frac{u^2}{2} + \frac{P(t, S)}{\rho} \end{pmatrix}$$

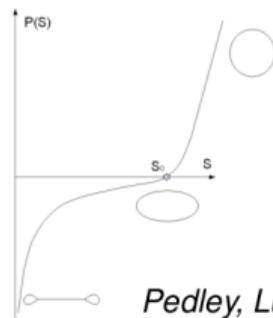
Упругость материала стенки

Analytic approximation

$$P(S) = P^{ext}(t, x) + \rho c^2 f(S)$$

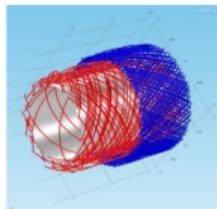
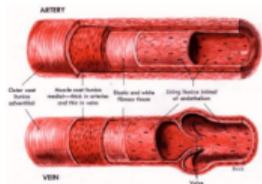
$$f(S) = \begin{cases} \exp(S/S_0) - 1, & S > S_0 \\ \ln(S/S_0), & S \leq S_0 \end{cases}$$

Kholodov, 2001



Pedley, Luo, 1998

Modelling



$$T = \sigma_{\xi}^{\vec{\xi}} \left(\xi^{\vec{\xi}} = \frac{\partial \vec{X}}{\partial s} \right)$$

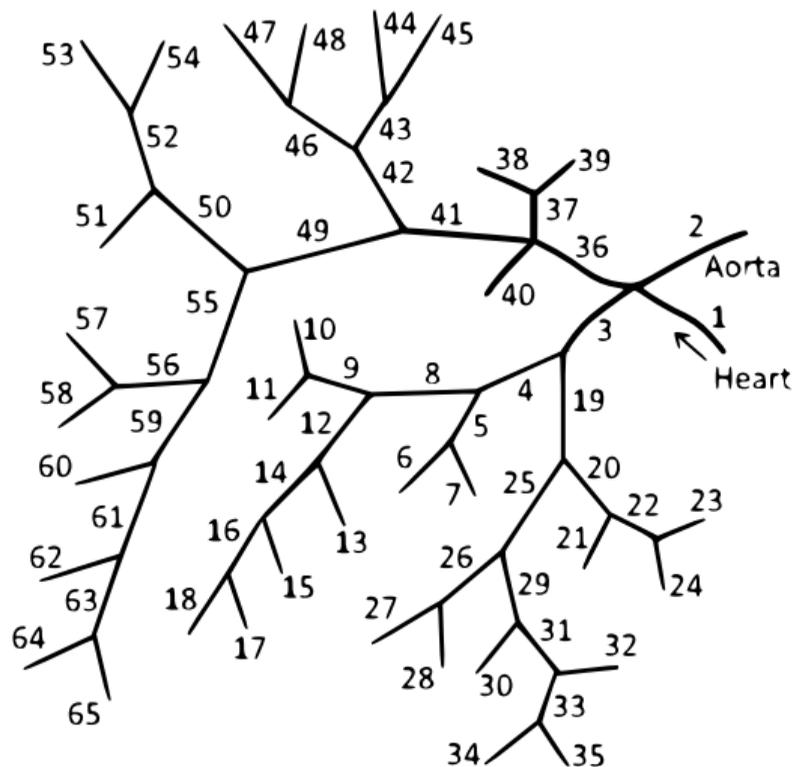
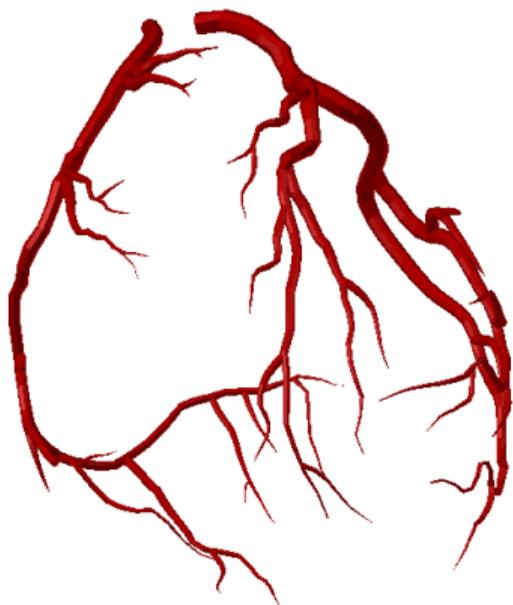
$$\vec{f} = \frac{\partial}{\partial s} (T \vec{\tau}), \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{\xi}}{|\vec{\xi}|}$$

$$p = (\vec{f}, \vec{n}) h$$

$$\sigma(\xi^{\vec{\xi}}) = \begin{cases} T_* (|\xi^{\vec{\xi}}| - R_*), & |\xi^{\vec{\xi}}| > R_* \\ 0, & |\xi^{\vec{\xi}}| \leq R_* \end{cases}$$

Особенности коронарного кровотока

Граничные условия



Граничные условия

1

$$\sum_{k=k_1, k_2, \dots, k_M} \varepsilon_k S_k(t, \tilde{x}_k) u_k(t, \tilde{x}_k) = 0,$$

2

$$p_k(S_k(t, \tilde{x}_k)) + \frac{\rho u^2(t, \tilde{x}_k)}{2} = p_{k+1}(S_{k+1}(t, \tilde{x}_{k+1})) + \frac{\rho u^2(t, \tilde{x}_{k+1})}{2}$$

3 Сердечный выброс (CO)

$$Q_H(t) = u(t, 0) S(t, 0)$$

4 Терминальные концы

$$p_k(A_k(t, \tilde{x}_k)) - p_{veins} = R_k(t) S_k(t, \tilde{x}_k) u_k(t, \tilde{x}_k).$$

Выброс из левого желудочка (CO):

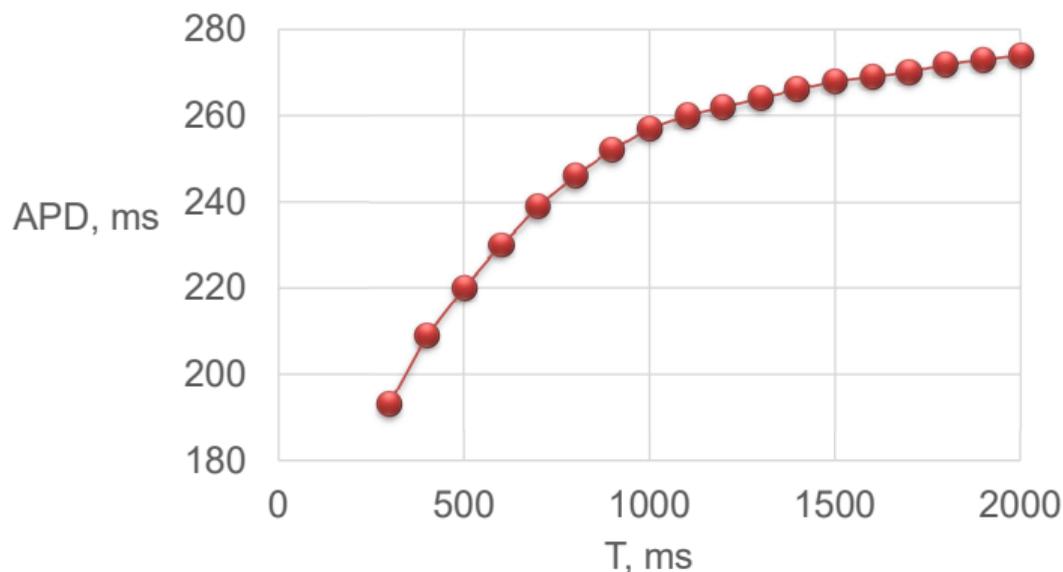
$$Q_H(t) = \begin{cases} SV \frac{\pi}{2\tau} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \tau < t \leq T \end{cases}$$

SV — ударный объем левого желудочка

$$SV = \int_0^T Q_H(t) dt$$

Модель О'Хара-Руди: длительность потенциала действия при реполяризации 80% (APD80)

$$\tau = 287.09[ms] - \frac{30685.24[ms^2]}{T[ms]},$$



Сердечный выброс:

$$Q_{CO} = SV (HR) \cdot HR$$

$$SV = 112[ml] - \frac{HR[bpm]}{2[bpm/ml]}.$$

$$40 bpm < HR < 160 bpm$$

Сжатие терминальных коронарных артерий миокардом во время систолы

Терминальные сопротивления:

$$R_k(t) = \begin{cases} R_k + (R_k^{max} - R_k) \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & 0 \leq t \leq \tau, \\ R_k, & \tau < t \leq T, \end{cases}$$

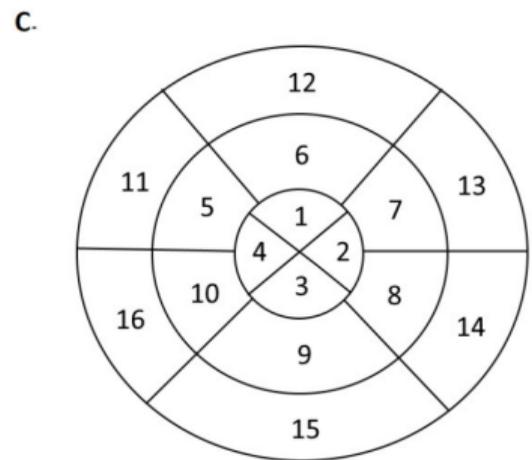
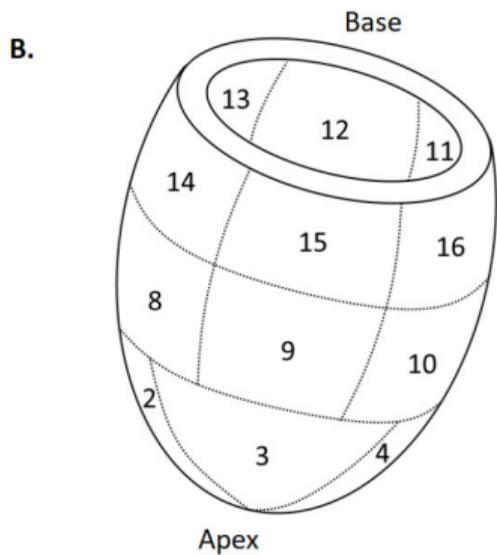
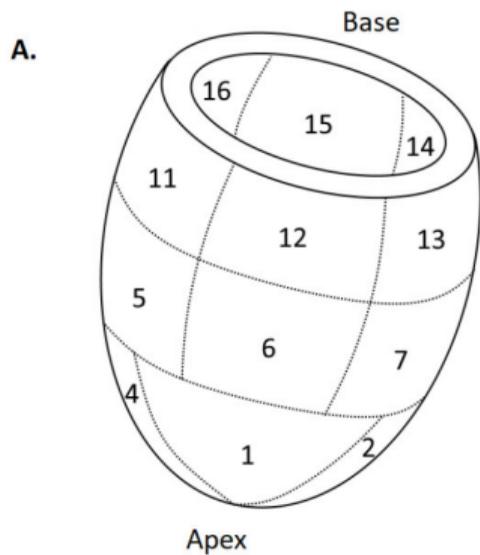
$$R_k^{max} = 3R_k$$

Оценка терминального сопротивления R_k

Полное системное сопротивление

$$R_{total} = \frac{\Delta P}{Q_{CO}}, \Delta P = 100 \text{ mmHg}$$

- 1 Полное коронарное сопротивление $\frac{R_{cor}}{R_{total}} = 5 \cdot 10^{-2}$
 $\left(\frac{Q_{CBF}}{Q_{CO}} \approx 3 - 6\% \right)$
- 2 3-н Мюррея: $R_{RCA} \sim (d_{RCA})^{2.27}$, $R_{LCA} \sim (d_{LCA})^{2.27}$
- 3 3-н Мюррея для концевых точек (рекурсивно)

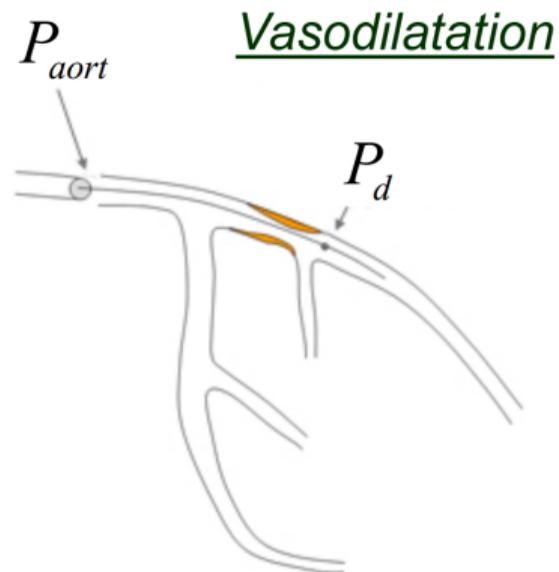


$$TPR = \frac{AD_{endocard}}{AD_{epicard}}$$

$$\alpha = \begin{cases} 1, & TPR \geq 1 \\ \exp a (1 - TPR), & TPR < 1 \end{cases}$$

$$a = 11.6 \quad \alpha = 2 \quad TPR = 0.94$$

Фракционный резерв кровотока (ФРК, FFR)



$$FFR = \frac{\text{pressure distal to the lesion } (P_d)}{\text{aortic pressure } (P_{aort})}$$

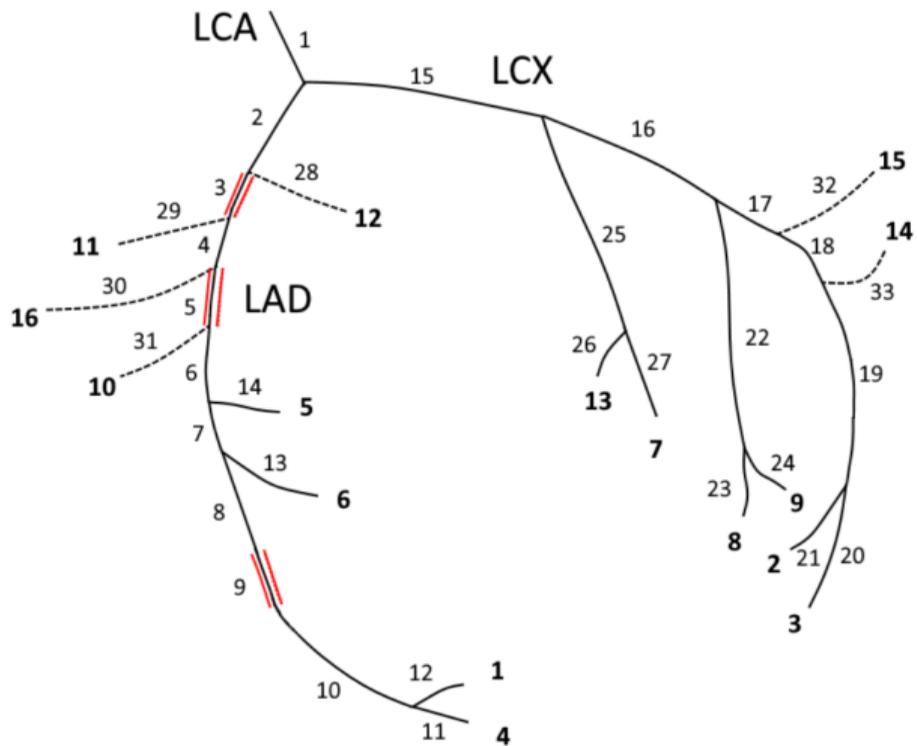
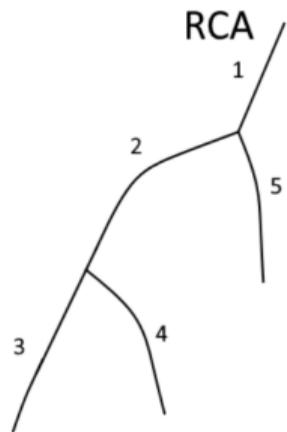
$FFR = 1 \longrightarrow$ healthy subject

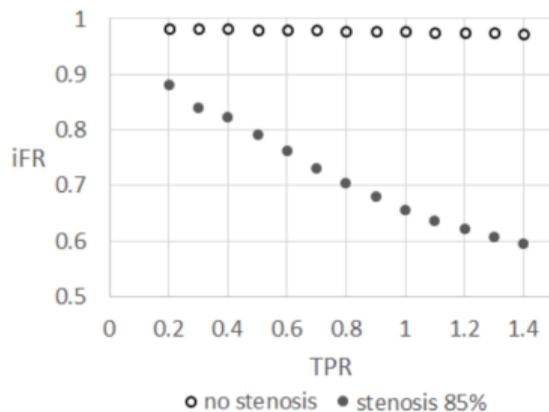
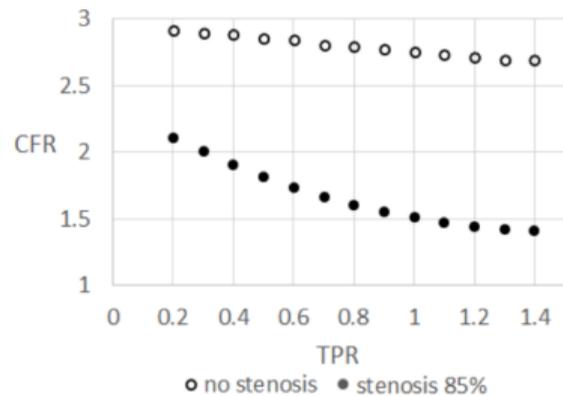
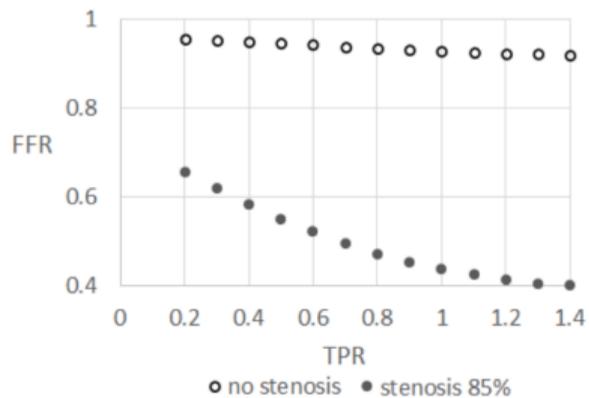
$FFR \leq 0.75 \longrightarrow$ surgical treatment

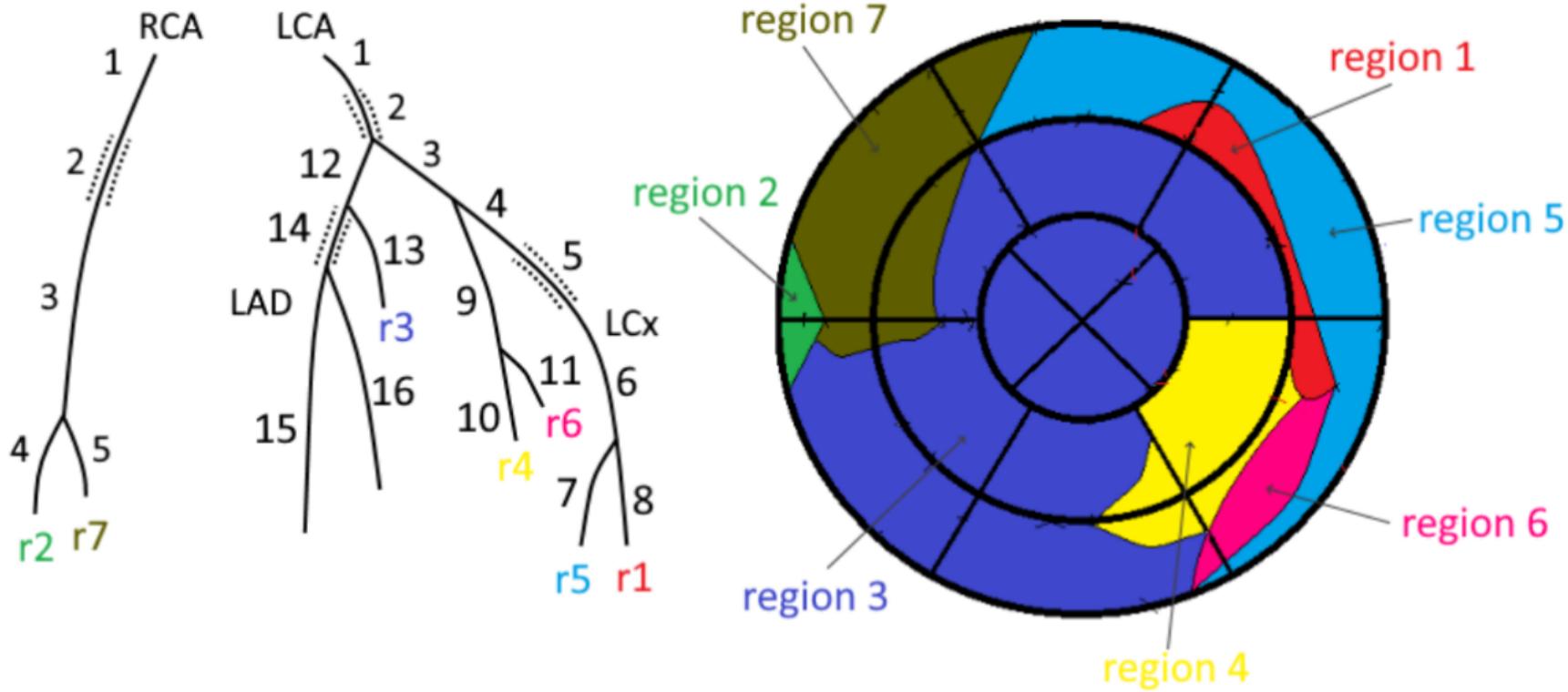
Гемодинамические индексы

$$FFR = \frac{P_{dist}^{hyp}}{P_{ao}^{hyp}} \quad CFR = \frac{Q_{hyp}}{Q_{res}} \quad iFR = \frac{P_{dist}^w}{P_{ao}^w}$$

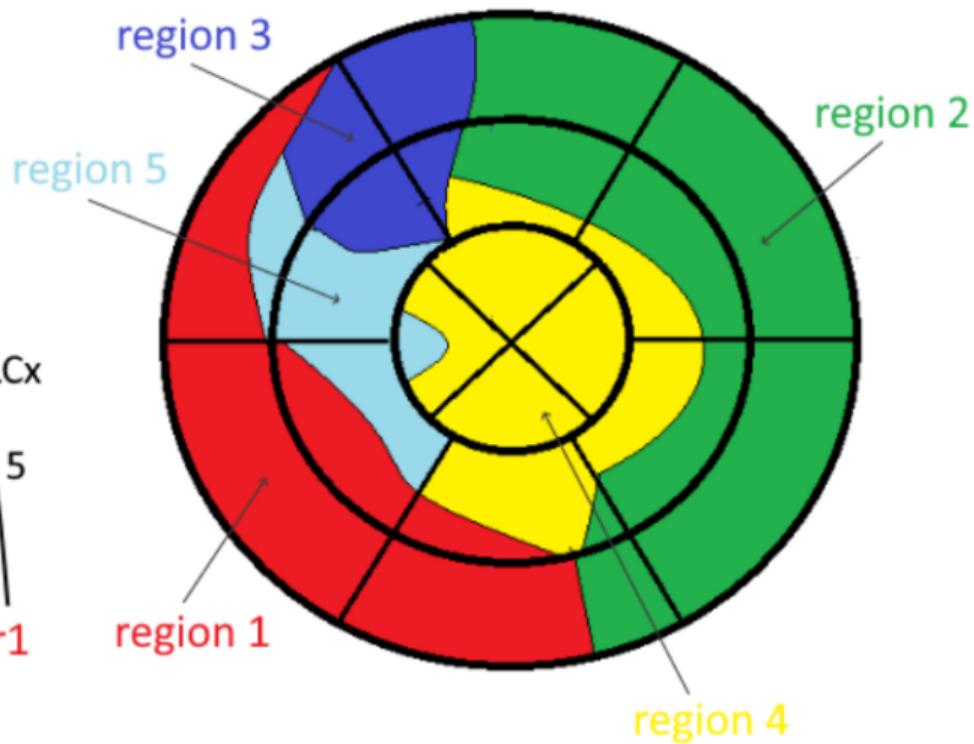
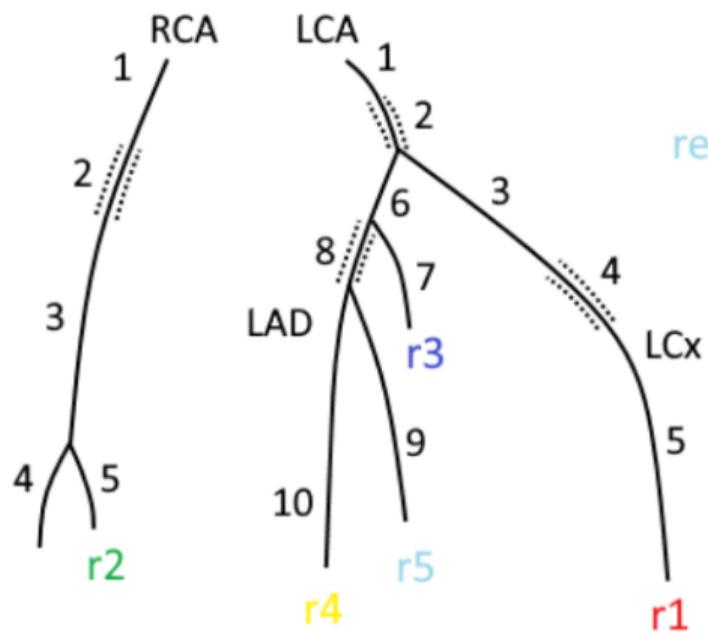
P^w — среднее давление в диастолический безволновой интервал



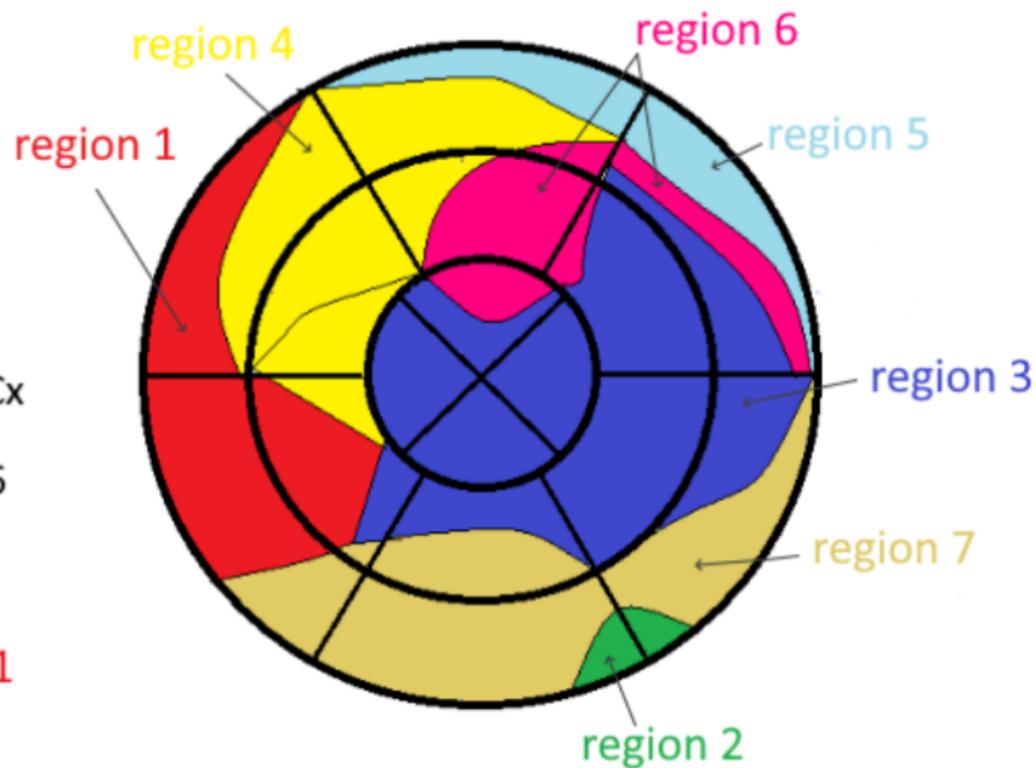
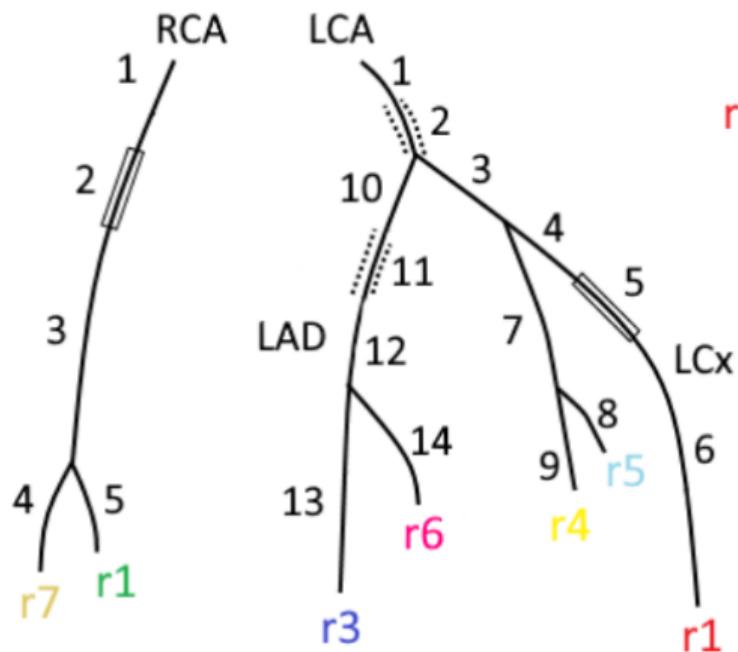




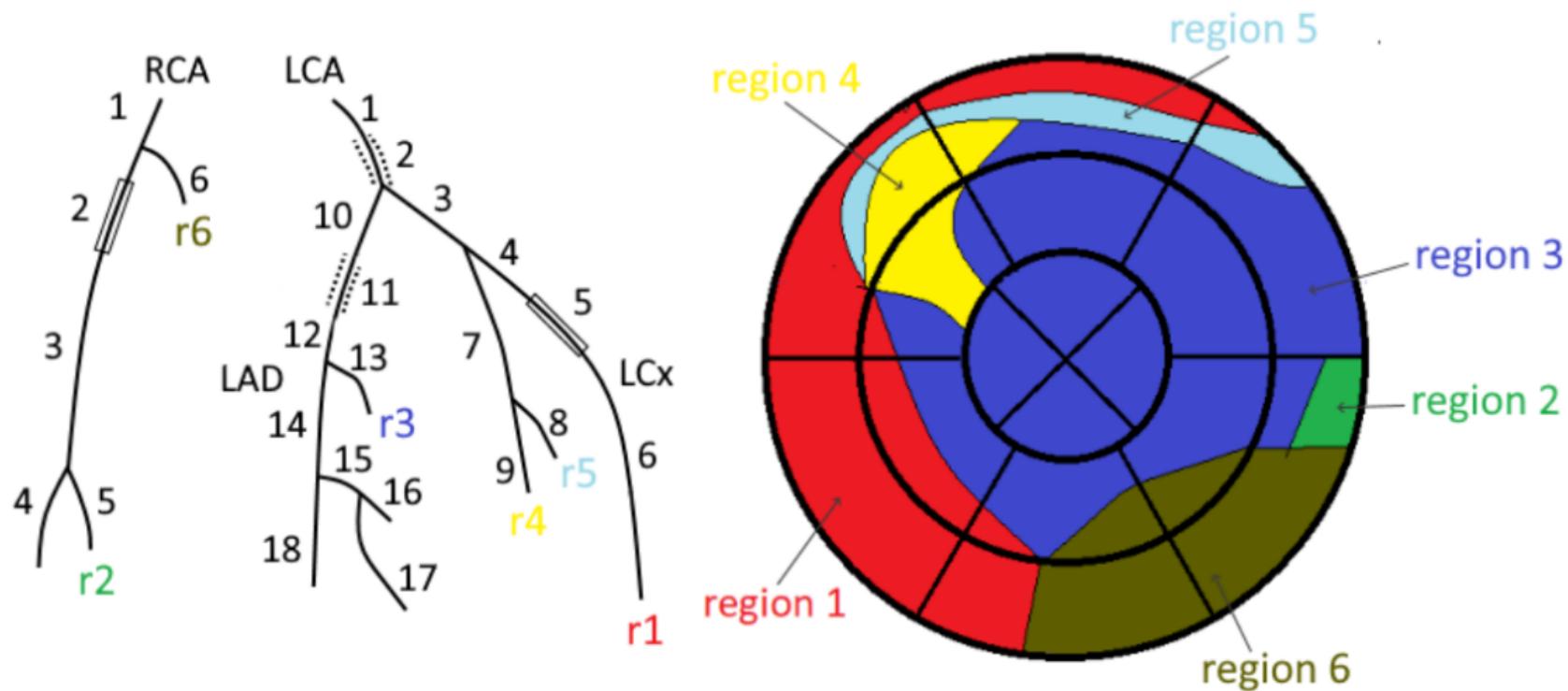
Patient 1, before/after PCI, rest



Patient 1, before/after PCI, stress

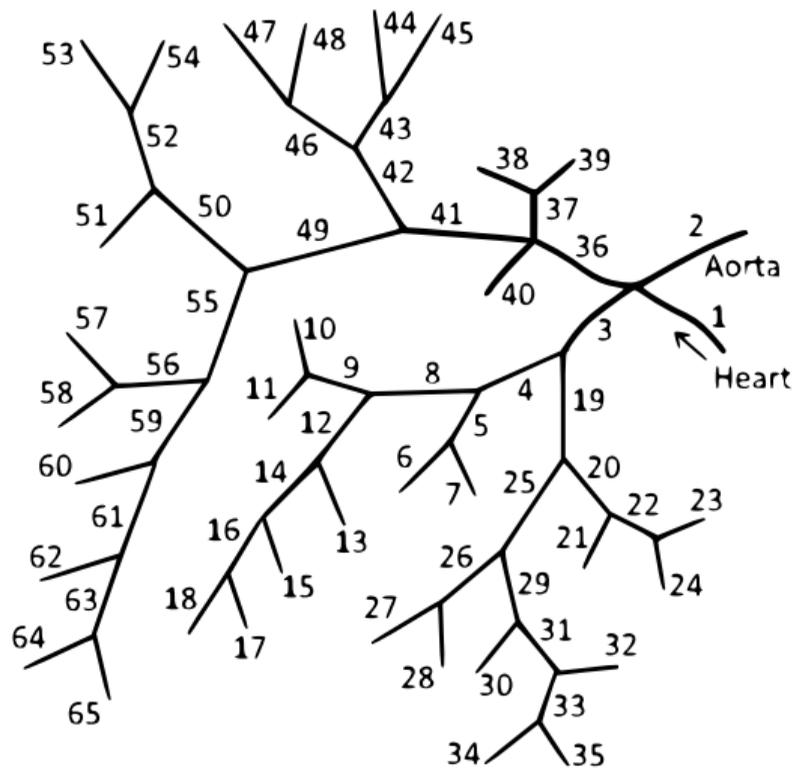
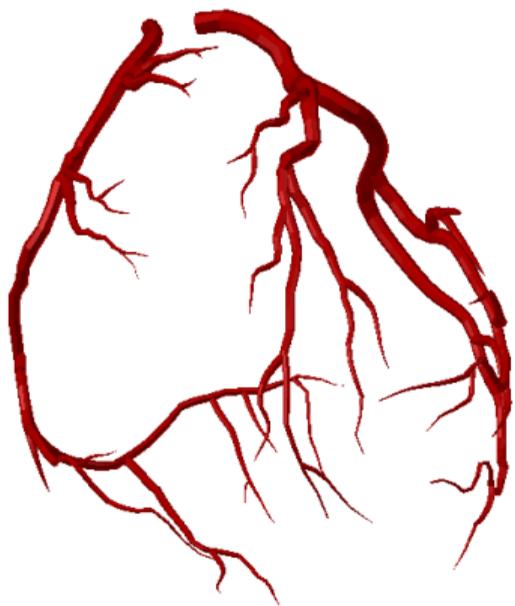


Patient 1, after PCI (long-term), rest



Patient 1, after PCI (long-term), stress

Artery	Period	FFR	iFR	CFR	Q_{rest} , ml	Q_{hyp} , ml
RCA	Before PCI	0.12	0.23	1.70	0.03	0.06
	After PCI	0.99	1.00	2.8	1.07	3.00
	Long-term	0.98	0.99	2.69	1.4	3.76
LCx	Before PCI	0.11	0.38	1.82	0.03	0.05
	After PCI	0.99	0.99	3.70	0.33	1.22
	Long-term	0.99	0.99	2.36	0.39	0.91
LAD	Before PCI	0.76	0.95	1.72	0.08	0.14
	After PCI	0.76	0.96	2.10	0.06	0.13
	Long-term	0.65	0.98	70	0.01	0.7



Спасибо за внимание!

