

Численный алгоритм виртуального размещения шаблонов лепестков аортального клапана внутри аорты

Легкий А.А.^{1,2,3}

¹ИВМ РАН

²Сеченовский университет

³Университет "Сириус"

XIV конференция

«Математические модели и численные методы в биологии и медицине»

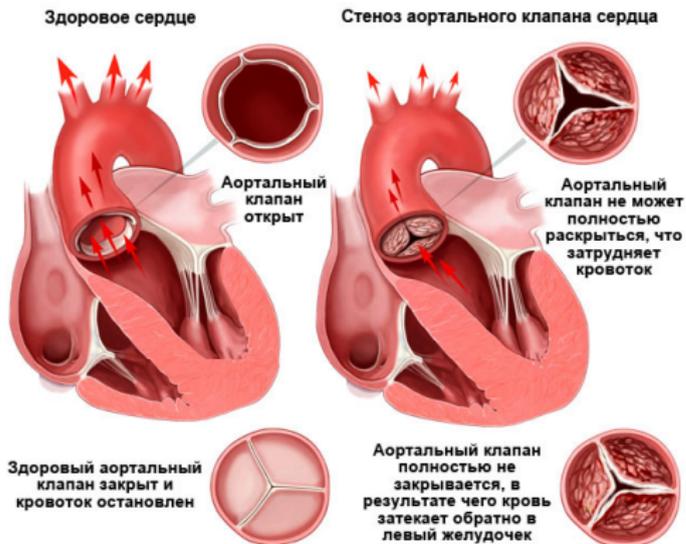


Сеченовский университет

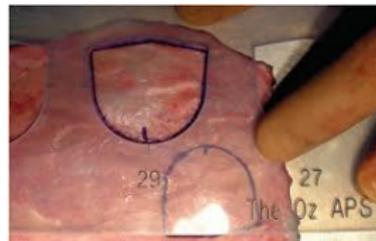


Аортальный клапан

Расположен на границе левого желудочка и аорты, препятствуя обратному току крови из аорты в левый желудочек



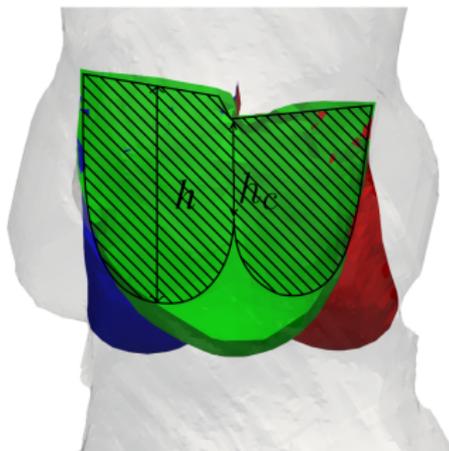
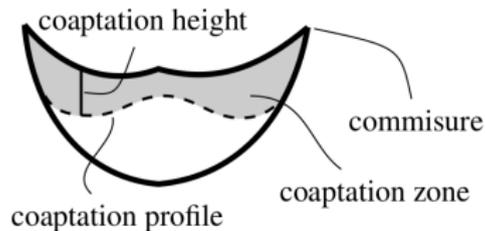
Стент аортального клапана



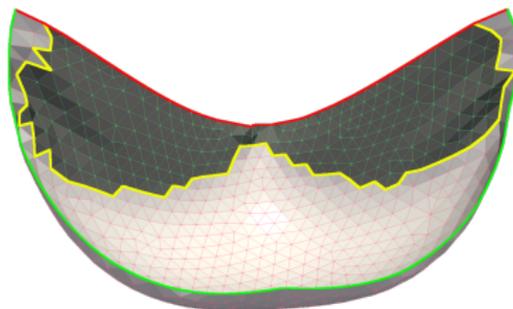
Шаблоны створок клапана на ткани перикарда

Коаптация как мера пригодности клапана

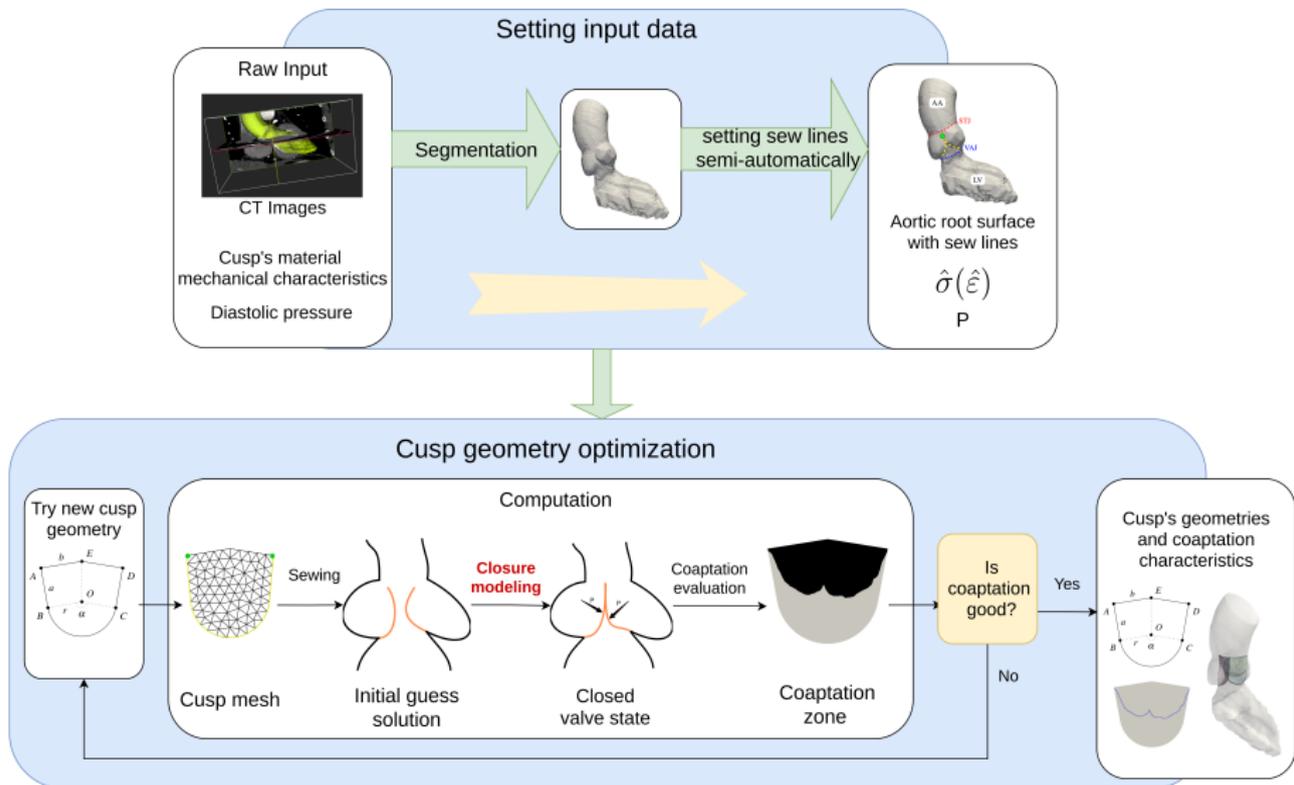
- Площадь коаптации
- Высота коаптации
- Центральная коаптация



Три коаптирующие створки,
 h - высота коаптации,
 h_c - центральная коаптация



Зона коаптации на одной створке
(выделена тёмно-серым цветом)



Задача об отыскании закрытого состояния клапана

Физические положения:

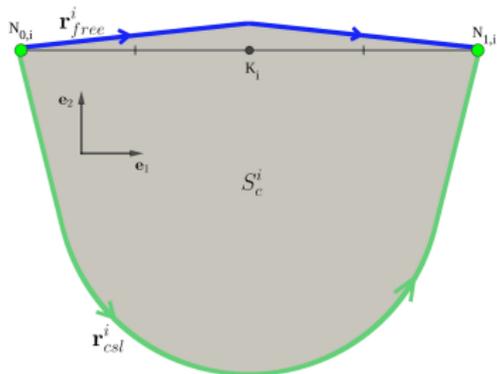
- 1 На клапан оказывается давление со стороны крови
- 2 Клапан состоит из нескольких отдельных тел (лепестков)
- 3 Лепестки не должны пересекаться между собой и самопересекаться
- 4 Мех. св-ва лепестка заданы через известные определяющие соотношения
- 5 Динамика лепестка описывается уравнениями движения при усл. 3

Требуется отыскать установившееся решение (закрытое состояние)

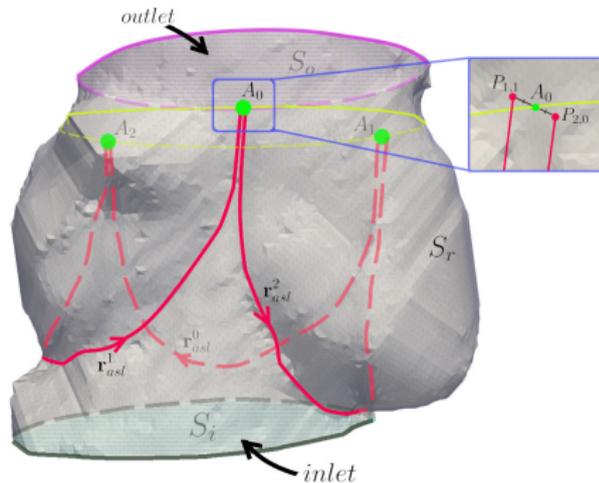
Модельные предположения:

- 1 "Сухая" модель для диастолического давления
- 2 Лепестки тонкие, описываются своей срединной поверхностью
- 3 Инерционные эффекты игнорируются
- 4 Столкновения тел разрешаются штрафными методами
- 5 Решение ищется квазистатически

Стартовая геометрия



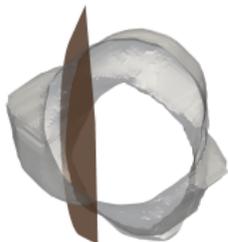
Шаблон лепестка. Синим отмечена свободная граница, а зелёным пришиваемая



Поверхность аорты пациента с заданной на ней линией пришивания лепестков. Зелёным отмечены точки комиссуры, а жёлтым сечение аорты плоскостью комиссуры

Проблема размещения шаблонов лепестков

- Лепестки должны находиться внутри полости аорты
- Лепестки не должны пересекаться между собой
- Закреплённая граница лепестков должна удовлетворять гран. условиям
- Положение клапана не должно иметь пролапса
- Желательно: лепестки не слишком сильно деформированы



Размеры аорты и крупного лепестка

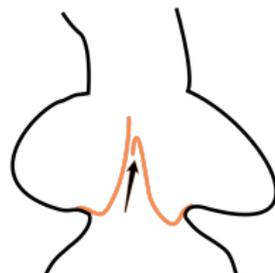
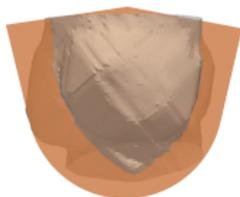


Схема пролапса

Подходы к решению проблемы

Для моделирования операций по неокуспидизации:

- Метод контактных плоскостей симметрии - **только для идеализированных геометрий**
- Метод виртуальных контактных плоскостей - **только для не слишком крупных лепестков**

Общая идея методов:

- 1 Гарантировать отсутствие пересечения между лепестками априори, ограничив их допустимые положения
- 2 Поставить некоторую статическую задачу, которая приведёт к допустимому начальному положению

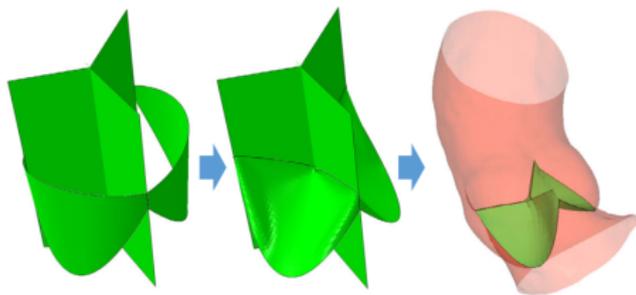
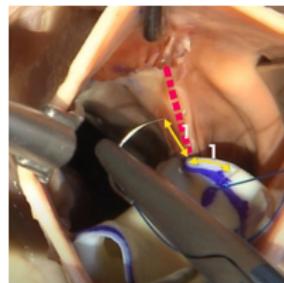
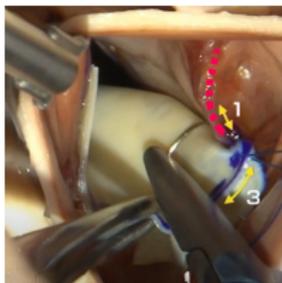
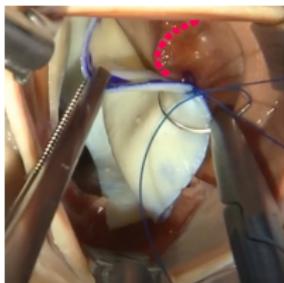


Схема метода виртуальных контактных плоскостей

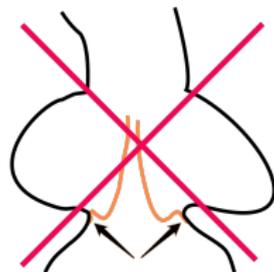
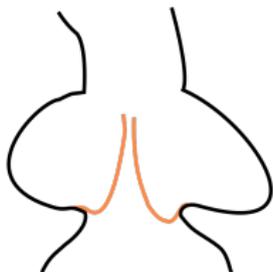
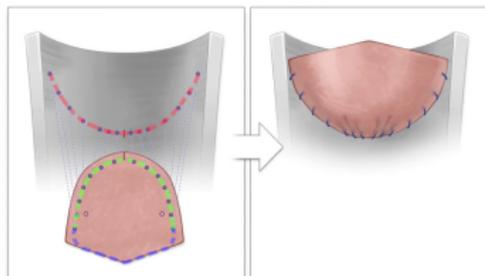
Особенности хирургического вшивания лепестков при неокуспидизации

- 1 Нелинейное по длине отображение пришиваемой границы лепестка к линии пришивания на поверхности аорты



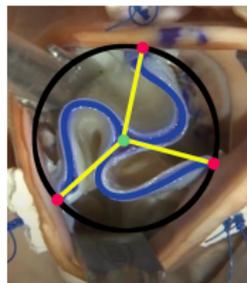
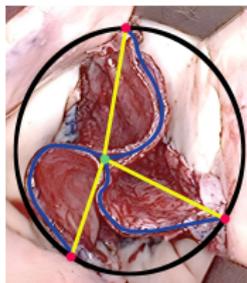
Особенности хирургического вшивания лепестков при неокуспидизации

- 1 Нелинейное по длине отображение пришиваемой границы лепестка к линии пришивания на поверхности аорты
- 2 Поджатие нитями границы пришивания таким образом, чтобы поверхности аорты касалась внешняя сторона лепестка (сторона, которая коапотирует с другими лепестками)



Особенности хирургического вшивания лепестков при неокуспидизации

- 1 Нелинейное по длине отображение пришиваемой границы лепестка к линии пришивания на поверхности аорты
- 2 Поджатие нитями границы пришивания таким образом, чтобы поверхности аорты касалась внешняя сторона лепестка (сторона, которая коаптирует с другими лепестками)
- 3 Регулировка конфигурации пришитых лепестков чтобы устранить пролапс и добиться лучшей коаптации
- 4 Неплоская поверхность контакта лепестков



Дискретная формулировка статической задачи

- Внутренние упругие силы F_n^e для тонкой гиперупругой оболочки задаваемой потенциалом :

$$\hat{\psi}_{SVK}(I_1, J) = \frac{1}{8}E((I_1 - 1)^2 - 2J^2 + 1), \quad I_1 = \text{tr} \mathbb{C}_{2d}, \quad J^2 = \det \mathbb{C}_{2d}$$

- Сила давления F_n^p

Дискретная формулировка статической задачи

- Внутренние упругие силы F_n^e для тонкой гиперупругой оболочки
- Сила давления F_n^p
- Сила отталкивания $F_n^{r,a}$ от поверхности аорты
- Сила отталкивания $F_n^{r,c}$ от контактной поверхности
- Искусственная сила F_n^{fb} на свободной границе, штрафующая провал свободной границы ниже плоскости комиссур

$$F_n^e + F_n^p + F_n^{r,a} + F_n^{r,c} + F_n^{fb} = 0, \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

Дискретная формулировка статической задачи

- Внутренние упругие силы F_n^e для тонкой гиперупругой оболочки
- Сила давления F_n^p
- Сила отталкивания $F_n^{r,a}$ от поверхности аорты
- Сила отталкивания $F_n^{r,c}$ от контактной поверхности
- Искусственная сила F_n^{fb} на свободной границе, штрафующая провал свободной границы ниже плоскости комиссур

$$F_n^e + F_n^p + F_n^{r,a} + F_n^{r,c} + F_n^{fb} = 0, \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

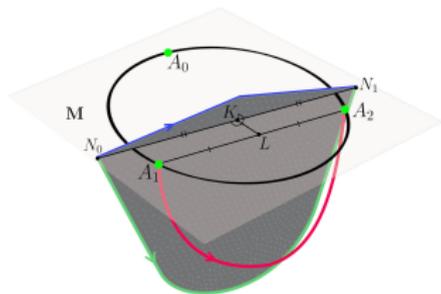
Необходимо устранить самопересечения!

Алгоритм решения:

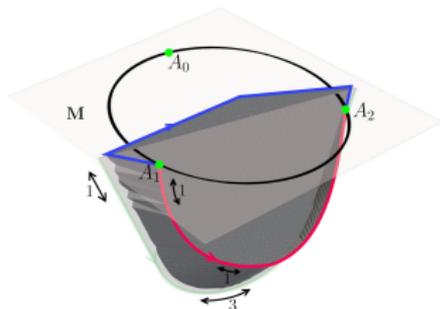
- 1 Решаем систему \mathcal{F} с нач. приближением G : $Q^* = \text{NonLinSolver}(\mathcal{F}, G)$.
- 2 Разрешаем самопересечения¹: $Q^{**} = \text{ResolveSelfIntersections}(Q^*, G)$

¹R. Bridson, R. Fedkiw, and J. Anderson, Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation

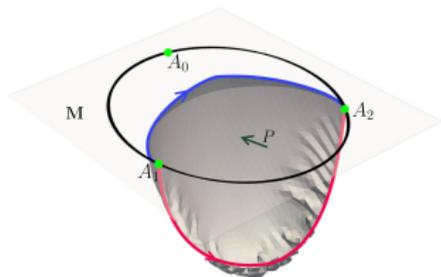
Процесс решения системы без контактной поверхности



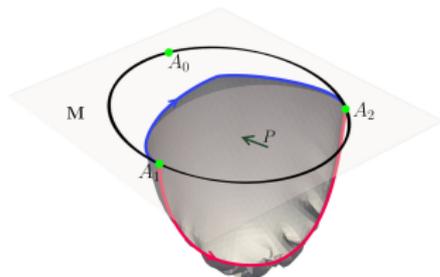
(1) Помещаем вблизи линии пришивания ортогонально плоскости комиссур



(2) Отображаем закрепляемую границу на линию пришивания



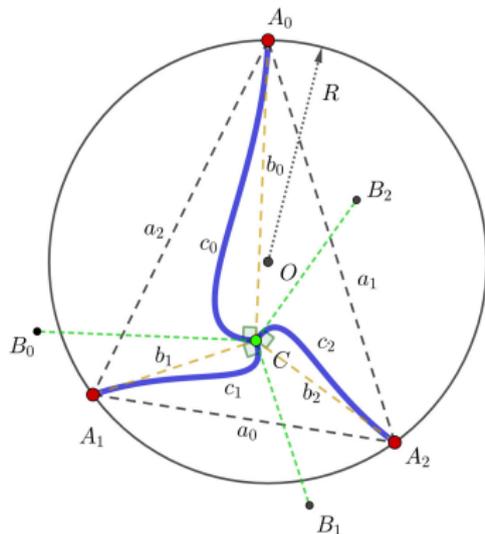
(3) Решаем с использованием мембранной модели



(4) Решаем с использованием оболочечной модели

Общая точка контактных поверхностей C

- Ширина шаблонов лепестков l_0, l_1, l_2 ; $p = (l_0 + l_1 + l_2)/2$, $c_i = p - l_i$
- Комиссуральный треугольник $\triangle A_0A_1A_2$ со сторонами a_0, a_1, a_2



Общая точка контактных поверхностей C

- Ширина шаблонов лепестков l_0, l_1, l_2 ; $p = (l_0 + l_1 + l_2)/2$, $c_i = p - l_i$
- Комиссуральный треугольник $\triangle A_0A_1A_2$ со сторонами a_0, a_1, a_2

Определение т. C и степени контакта ν

Пусть K_i делит сторону A_jA_k в соотношении $c_j : c_k$ и $\nu_i = \frac{\|A_jA_k\|}{l_i}$, тогда пара (C, ν) определяются как

- 1 если $\exists i : \|A_iK_i\| < \nu_i c_i$ тогда $\nu = \nu_i$ и $C = K_i$
- 2 в противном случае пара (C, ν) определяется как единственное внутри $\triangle A_0A_1A_2$ решение тройного равенства:

$$\frac{\|A_0C\|}{c_0} = \frac{\|A_1C\|}{c_1} = \frac{\|A_2C\|}{c_2} = \nu$$

Смысл ν :

- $\nu \leq 1 \Rightarrow$ геометрической ширины лепестков достаточно для тройного контакта в т. C
- $\nu > 1 \Rightarrow$ геометрической ширины лепестков недостаточно для плотного закрытия клапана при малых давлениях

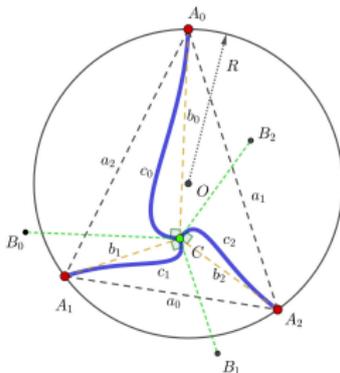
"Квази-оптимальная" ширина шаблонов лепестков

Следствие

Если $l_i = \alpha a_i$, т.е. ширина шаблонов взята пропорциональной длине стороны комиссурального треугольника, то

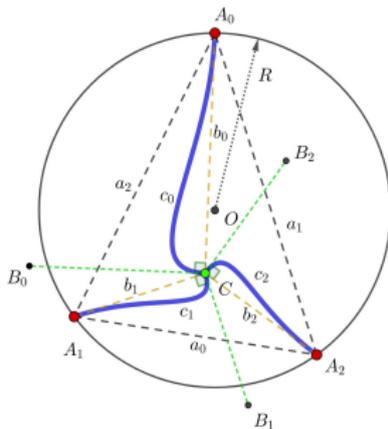
- 1 C не зависит от α и является 1-ым центром растяжения треугольника $X(3513)$ ^a
- 2 Если $\alpha \geq 2/\sqrt{3}$ то $\nu \leq 1$, причём для $\alpha = 2/\sqrt{3}$ линии контакта оказываются близки к прямым линиям

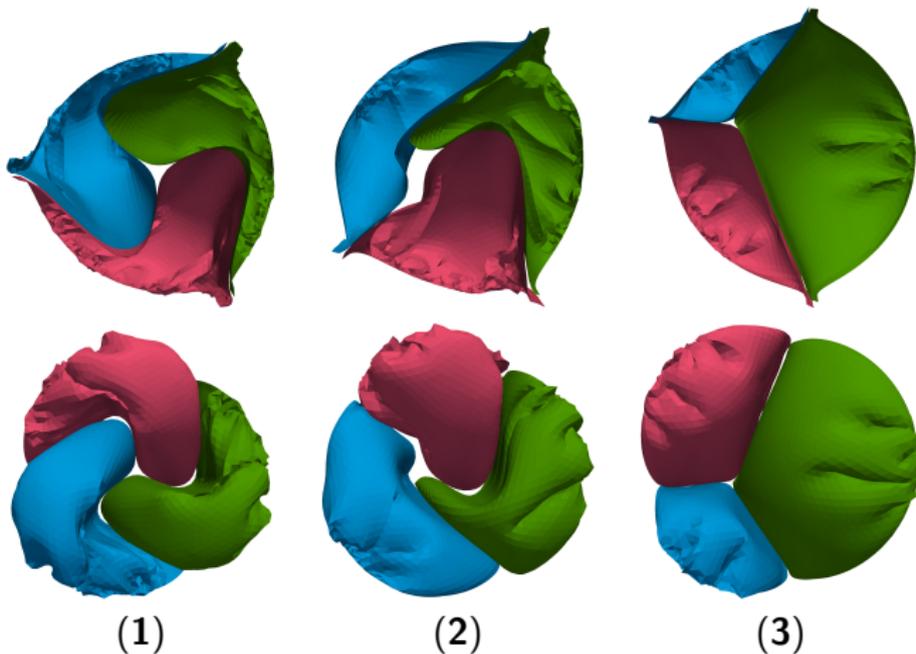
^aC. Kimberling, Encyclopedia of triangle centers (2022).



Виртуальные контактные поверхности

- Контактная поверхность это цилиндрическая поверхность перпендикулярная плоскости коммиссур
- Направляющие выходят из точки C
- т. B_i определяется из $\|CB_i\| = \min(R, \|CA_j\|)$, $\angle B_iCA_i = \min(\frac{\pi}{2}, \angle A_jCA_i)$, $CB_i \in$ угловому сектору A_jCA_i , где $j = (i + 1)\%3$
- Направляющие аппроксимируются кривыми Безье $y_i(t)$ на точках: $Y_i^0 = C$, $Y_i^1 = C + \sigma(B_i - C)$, $Y_i^2 = C + \frac{2\sigma}{1+2\sigma}(A_i - C)$, $Y_i^3 = A_i$, где σ определяется из требования на длину кривой $L(y_i) = c_i$





Виртуальное размещение на цилиндрической аорте (1) больших одинаковых лепестков для правильного комиссурального треугольника (ком. тр-а), (2) лепестков разных размеров несогласованных с размерами сторон разностороннего ком. тр-а, (3) лепестков с квази-оптимальными для заданного ком. тр-а размерами

- Предложен алгоритм виртуального начального размещения неолепестков внутри аорты методом виртуальных контактных поверхностей, причём неоклапан в результате размещения не имеет пересечений с поверхностью аорты или самопересечений, не имеет пролапса и его закреплённая граница удовлетворяет требуемым граничным условиям
- Численные эксперименты демонстрируют превосходство предложенного метода над методом виртуальных контактных плоскостей
- Показана способность метода размещать шаблоны лепестков, чьи размеры не согласованы с размерами линии их пришивания на аорте

Изложенные результаты были опубликованы в работе:

Liogky A. Computational mimicking of surgical leaflet suturing for virtual aortic valve neocuspidization // Russ. J. Numer. Anal. Math. Model. 2022. Vol. 37, No. 5. P. 263-277.

Спасибо за внимание!