

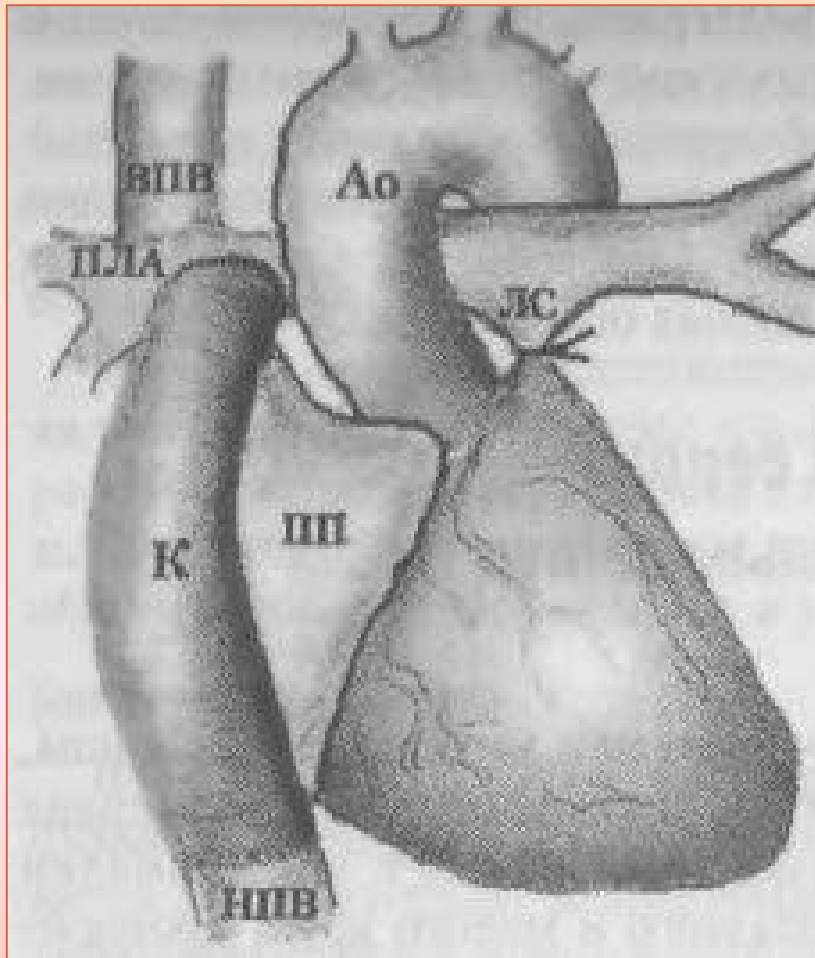
**XIII конференция «Математические модели и численные  
методы в биологии и медицине»  
2-3 ноября 2021 г.**

# **Двумасштабное моделирование кровообращения Фонтена**

**Т.К.Добросердова (ИВМ РАН), Ю.В. Василевский, С.С.Симаков,  
Т.М.Гамилов (ИВМ РАН, МФТИ, Сеченовский унив.),  
А.А.Свободов, Л.А.Юрпольская (НМИЦ ССХ им. А.Н. Бакулева)**

**Работа поддержана грантом РФФ 21-71-30023**

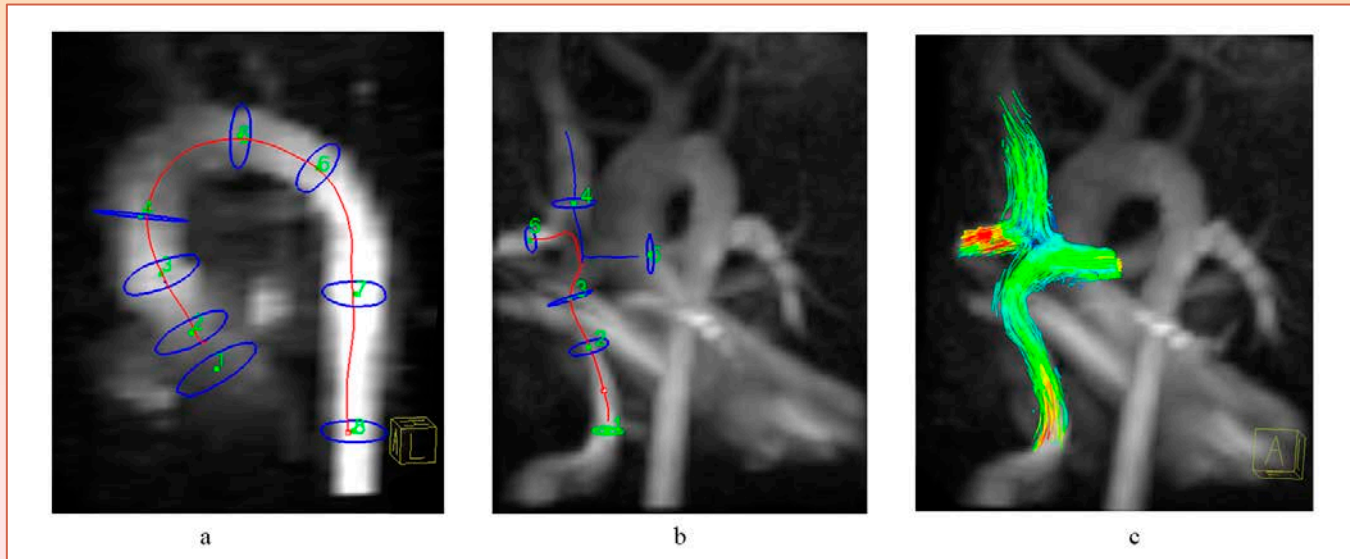
# Операция Фонтена



Параметры оптимизации для снижения постоперационных осложнений

- Минимизация сопротивлений легочного круга и полного кавапульмонального соединения
- Минимизация диссипации энергии
- Равномерное распределение потоков в правую и левую легочные артерии
- Отсутствие областей с повышенным или пониженным напряжением на стенке
- Смешивание крови, приходящей из верхней и нижней полых вен

# Медицинские данные

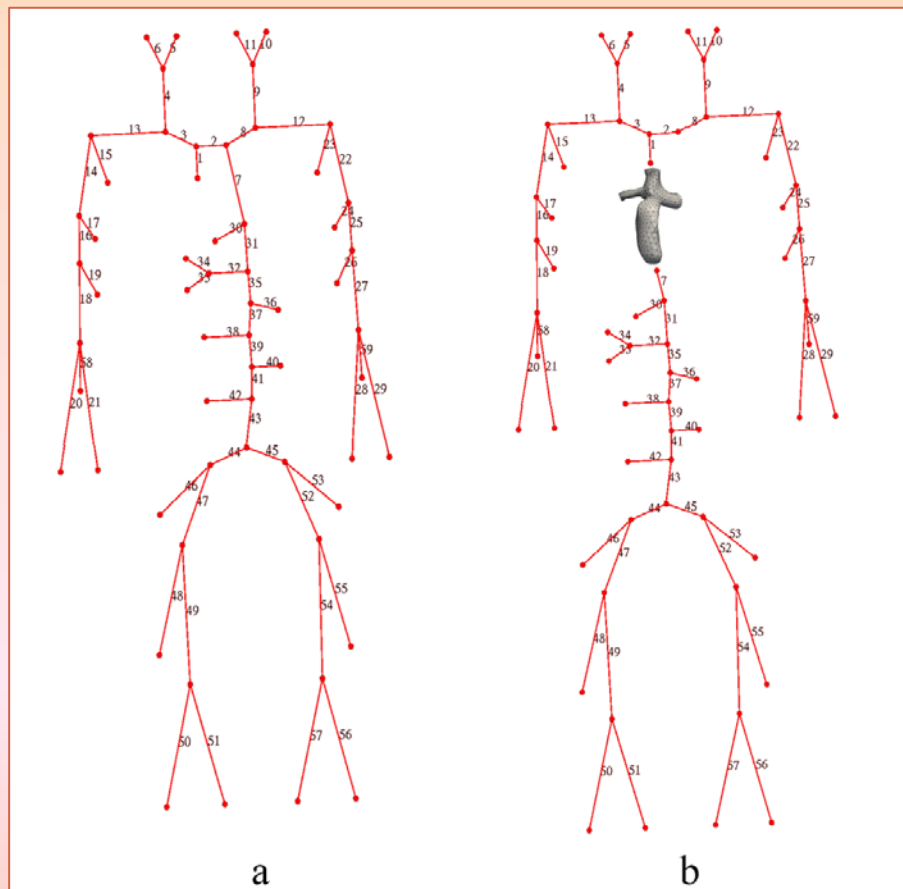


- КТ или МРТ
- 4D flow МРТ данные
- Измерение давления внутрисосудистым датчиком (не всегда)
- Антропометрические данные, давление на руки и т.п.

# 4D flow MPT данные

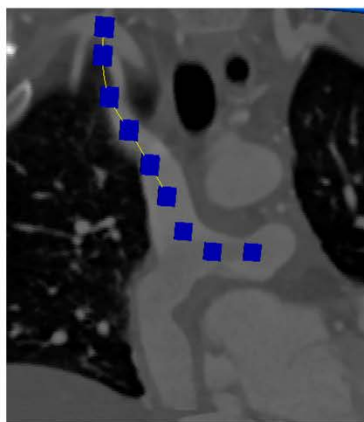
- Не выполняется закон сохранения массы
- Измеренные данные свидетельствуют о пульсации крови в кавапульмональном соединении. Есть ли она на самом деле?
- Площадь сечения измеряется не верно.

# Двумасштабная модель течения крови

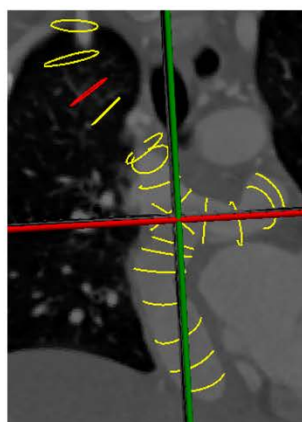


T. Dobroserdova, M. Olshanskii, S. Simakov. Multiscale coupling of compliant and rigid walls blood flow models // International journal for numerical methods in fluids. — 2016. — V. 82, no. 12. — P. 799–817.

# Сегментация КТ данных и построение расчетной сетки



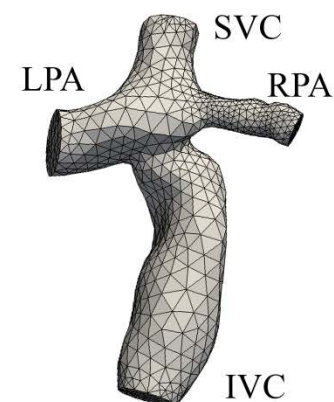
a



b



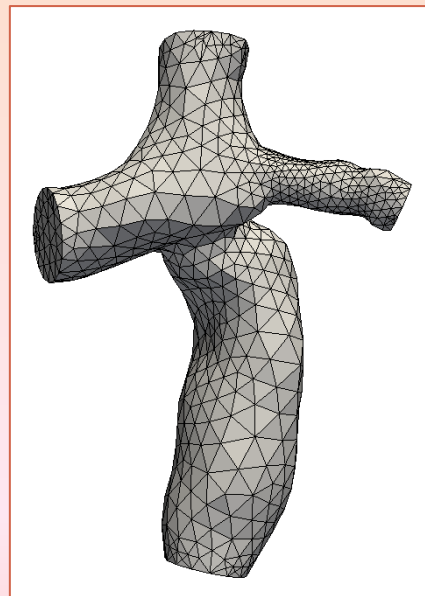
c



d

# Постановка граничных условий в легочных артериях (3D)

↓  $\bar{Q}^{SVC}$  (4D flow MPT)



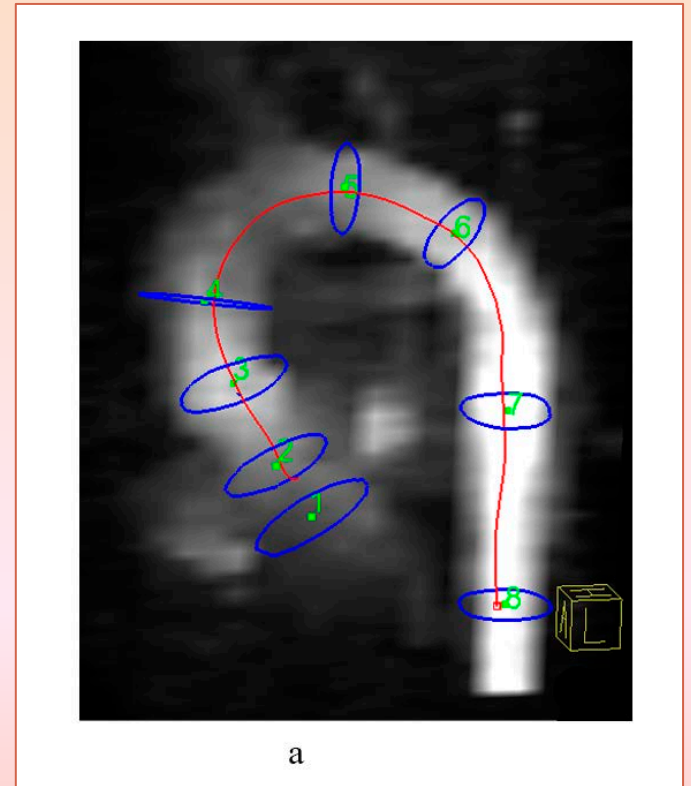
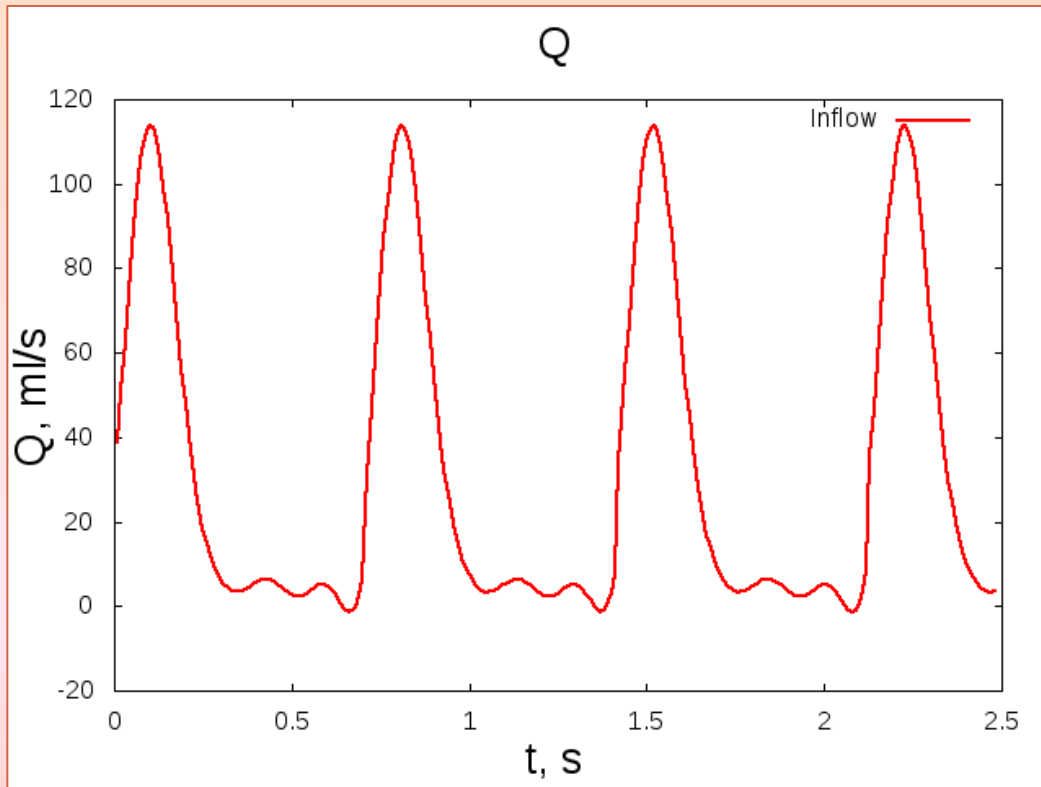
$$\gamma = p_{out} + R_{LPA} \int_{\Gamma_{out}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{ds} \quad \leftarrow$$

$$\rightarrow \gamma = p_{out} + R_{RPA} \int_{\Gamma_{out}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{ds}$$

↑  $\bar{Q}^{IVC}$  (4D flow MPT)

Найти  $R_{LPA}$  и  $R_{RPA}$ , чтобы обеспечить  $\bar{Q}^{RPA}$  и  $\bar{Q}^{LPA}$  (4D flow MPT)

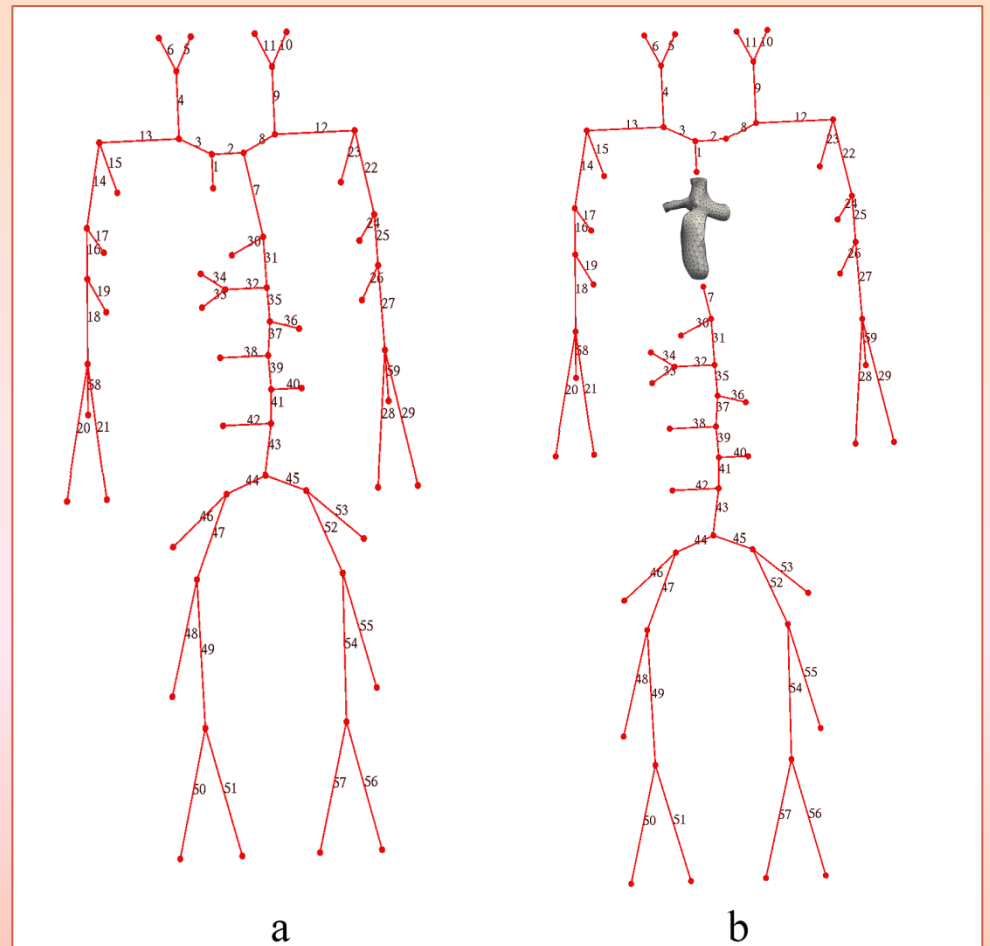
# Постановка граничного условия в аорте (1D)



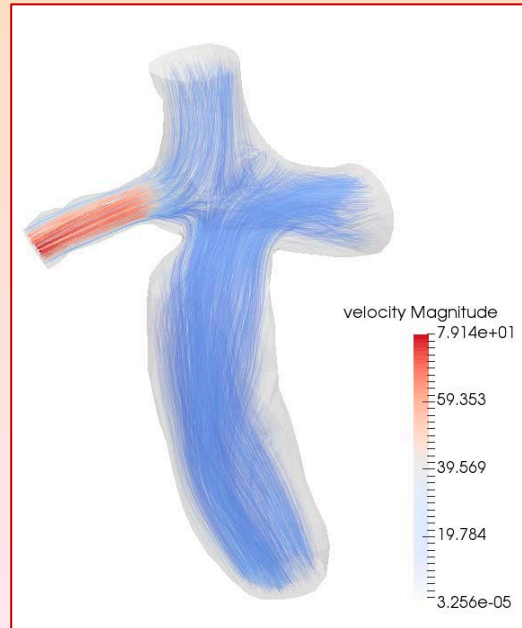
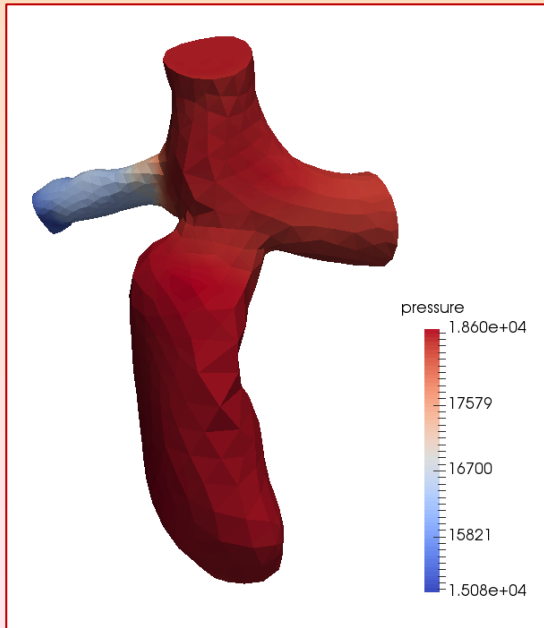


# Идентификация параметров 1D модели

- Сопротивления в точках стыковки сосудов
- Скорости распространения малых возмущений в стенках сосудов
- Терминальные сопротивления для сосудов верхних и нижних конечностей

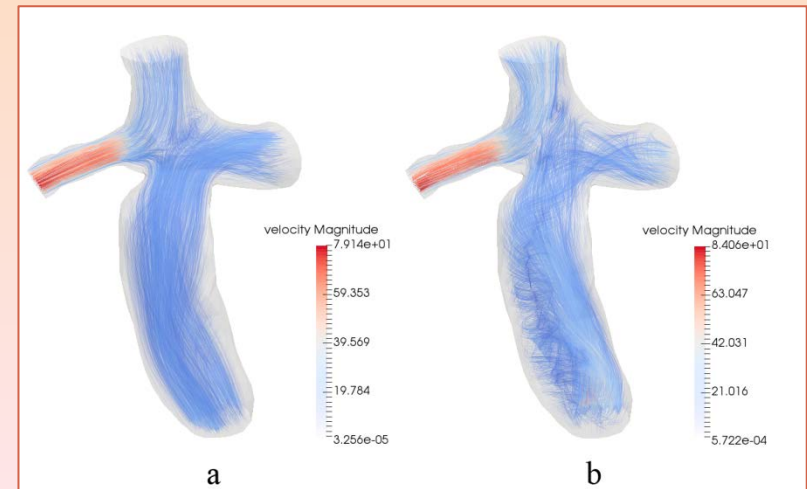
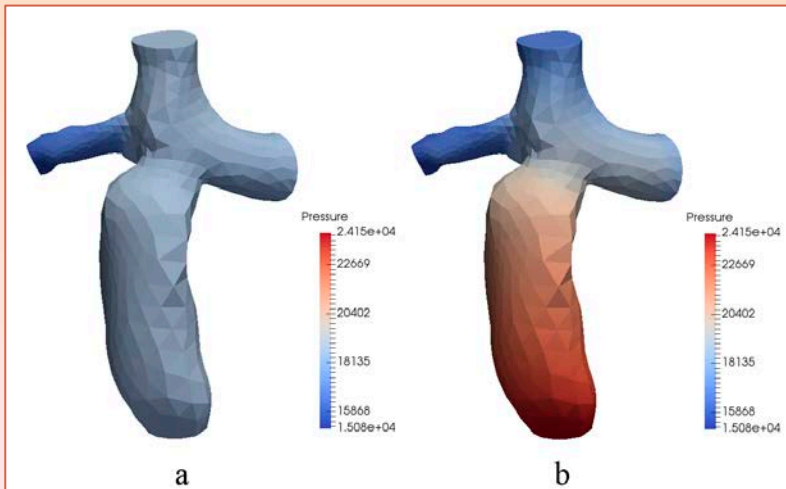


# Результаты расчета



Vessel name	$P_{av}$ (mmHg)	$Q_{av}$ (mL/sec)	$Q_{av}/Q_{in}$
IVC	13.90	15.88	55.0%
SVC	13.88	13.01	45.0%
LPA	13.77	13.59	47.0%
RPA	11.53	15.30	53.0%

# Сравнение гемодинамики в положении стоя и лежа



Vessel name	(a) Horizontal position			Vessel name	(b) Standing position		
	$P_{av}$ (mmHg)	$Q_{av}$ (mL/sec)	$Q_{av}/Q_{in}$		$P_{av}$ (mmHg)	$Q_{av}$ (mL/sec)	$Q_{av}/Q_{in}$
IVC	13.90	15.88	55.0%	IVC	17.93	15.18	52.8%
SVC	13.88	13.01	45.0%	SVC	12.31	13.59	47.2%
LPA	13.77	13.59	47.0%	LPA	13.57	12.81	44.5%
RPA	11.53	15.30	53.0%	RPA	11.57	15.96	55.5%

a) лежа; b) стоя

# Заключение

- Построенная двумасштабная модель кровообращения Фонтена воспроизводит гемодинамику конкретного пациента
- Расчет не воспроизводит пульсацию крови в кавапультмональном соединении
- Расчет гемодинамики в положении стоя для того же пациента подтверждает плохую переносимость физических нагрузок данными пациентами

**Спасибо за внимание!**

# 3D модель течения крови

- Уравнения Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nu \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \text{ in } \Omega \times [0, T],$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ in } \Omega \times [0, T]$$

- Граничные условия:

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } \Gamma_W \times [0, T],$$

$$-\nu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} + p \mathbf{n} = \mathbf{h} \text{ на } \Gamma_N \times [0, T]$$

# 1D модель течения крови

## 1. Баланс массы

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} = 0$$

## 2. Баланс импульса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) = -16\mu u \frac{\eta(S)}{Sd^2}, \quad \eta(S) = \begin{cases} 2, & S > S_0 \\ \frac{S}{S_0} + \frac{S_0}{S}, & S \leq S_0 \end{cases}$$

## 3. Уравнение состояния

$$p = \rho c^2 f(S), \quad f(S) = \begin{cases} \exp\left(\frac{S}{S_0} - 1\right) - 1, & S > S_0 \\ \ln\left(\frac{S}{S_0}\right), & S \leq S_0 \end{cases}$$

# Граничные условия в точках стыковки сосудов

Граничные условия:

1. Закон сохранения массы:

$$\sum_{k=k_1, \dots, k_M} \alpha_k^m Q_k = 0, \alpha_k^m = \pm 1, Q_k = u_k S_k$$

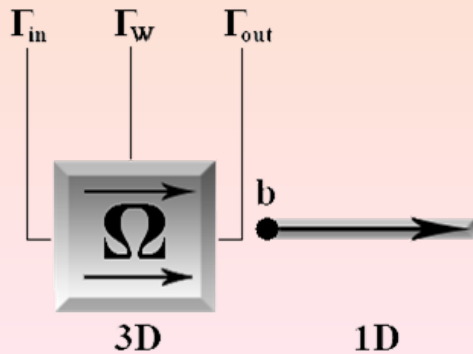
2. Закон Пуазейля:

$$p_k(t, x_k) - p_m^{node}(t) = \alpha_k R_k^m Q_k, x_k = 0, L_k$$

3. Уравнения совместности (условия, накладываемые характеристиками, покидающими область интегрирования)



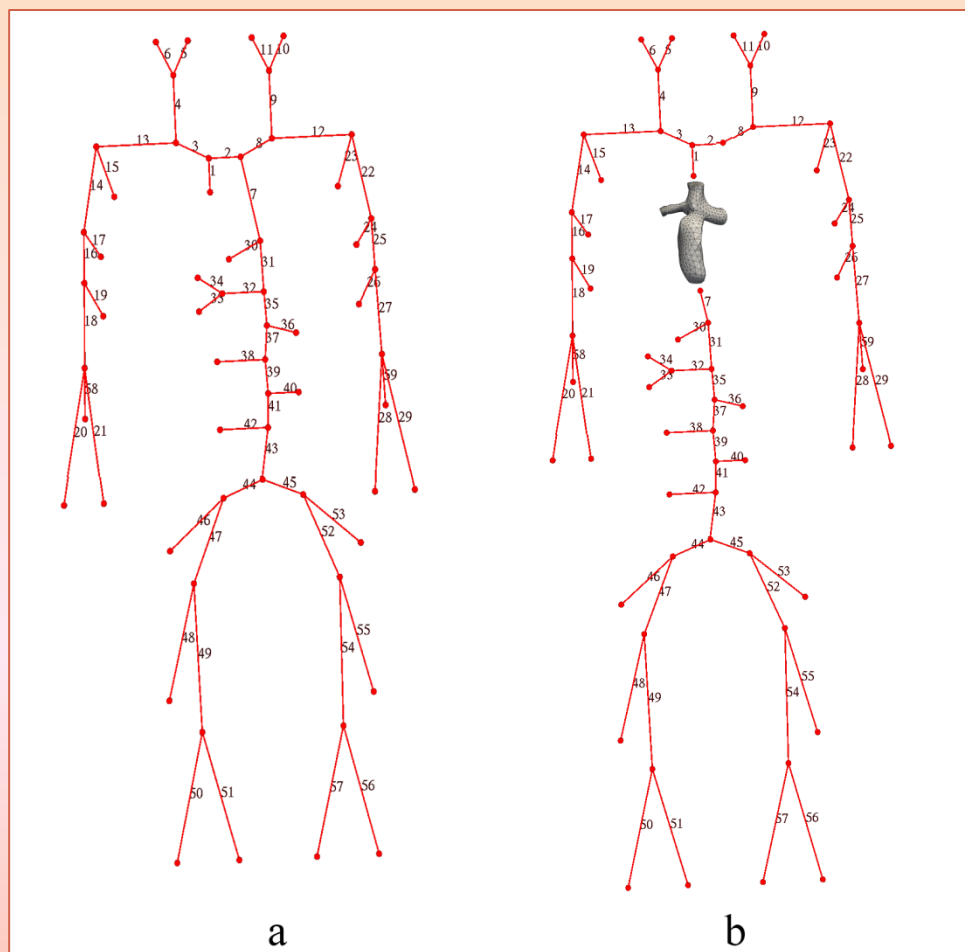
# Сопряжение 3D и 1D моделей кровотока



1D: Условие совместности.

- $$\int_{\Gamma_{out}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, ds = \bar{u}_b S_b$$
$$\left(-\nu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} + p \mathbf{n}\right) = p_b \mathbf{n}$$

# Двумасштабная модель кровотока конкретного пациента



# Алгоритм расчета численной моделью

## Algorithm 3.1

**Require:** Measured or expected pressure  $P_{\text{ref}}$  in TCPC domain

- 1: Run the 1D model of the systemic circulation with outflow pressure  $P_{\text{outflow}}^{1D} = 5 \text{ mmHg}$  until the quasi-stationary regime in the TCPC region is established
- 2: Run the 1D3D model for several cardiac cycles, the 1D part is initialized by the solution from Step 1. Evaluate quasi-stationary pressure  $P_{\text{TCPC}}$ , cross-section-averaged pressures  $P_{\text{SVC}}$ ,  $P_{\text{IVC}}$  until a quasi-stationary regime in the 1D3D model is established
- 3: Update pressures so that  $P_{\text{TCPC}}$  matches  $P_{\text{ref}}$ :

$$p_{\text{out}} := p_{\text{out}} + P_{\text{ref}} - P_{\text{TCPC}}, \quad P_{\text{SVC}}^1 = P_{\text{SVC}} + P_{\text{ref}} - P_{\text{TCPC}}$$
$$P_{\text{IVC}}^1 = P_{\text{IVC}} + P_{\text{ref}} - P_{\text{TCPC}}$$

- 4: Set  $i = 1$
- 5: **repeat** ▷ iteration
- 6:     Run the 1D model of the systemic circulation with outflow pressures  $P_{\text{SVC}}^i$ ,  $P_{\text{IVC}}^i$  until the quasi-stationary regime in the TCPC region is established
- 7:     Run the 1D3D model for several cardiac cycles with outflow pressure  $p_{\text{out}}$ , the 1D part being initialized by the solution from Step 6
- 8:     Set  $P_{\text{SVC}}^{i+1} = P_{\text{SVC}}$ ,  $P_{\text{IVC}}^{i+1} = P_{\text{IVC}}$
- 9:      $i := i + 1$
- 10: **until** quasi-stationary regime in 1D3D model is established
- 11: **if**  $|P_{\text{ref}} - P_{\text{TCPC}}|$  is not small **then goto** Step 3
- 12: **end if**