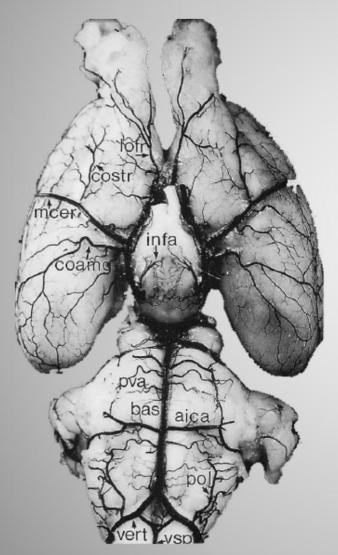


ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ АРТЕРИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МОЗГА КРЫСЫ

<u>Копылова В.С.</u>, Бороновский С.Е., Нарциссов Я.Р.

Артериальная система мозга крысы

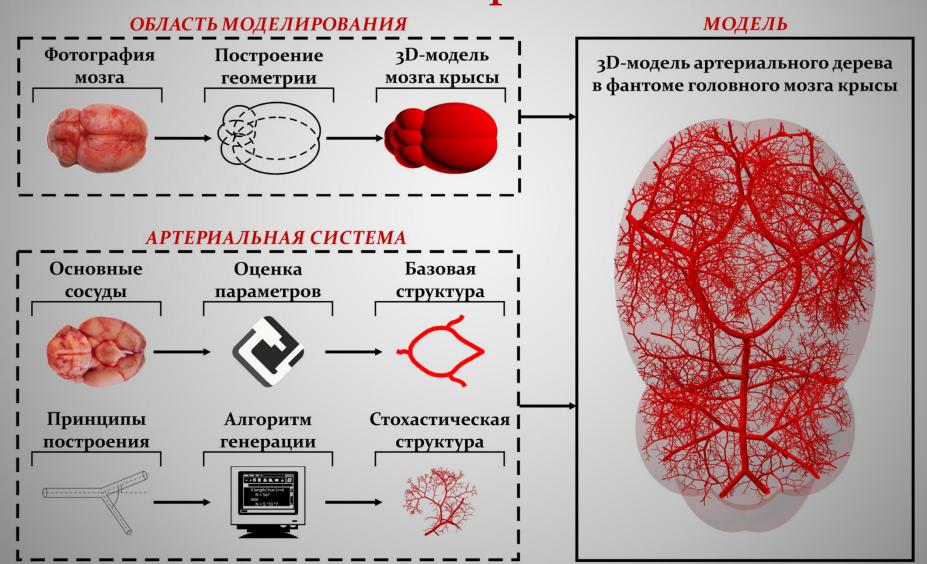


<u>Артерии Виллизиева круга (ВК)</u> <u>мозга крысы</u>

- внутренняя сонная артерия
- позвоночные артерии
- базилярная артерия (БА)
- средняя мозговая артерия (СМА)
- передняя мозговая артерия

Paxinos, G., 2004

Модель артериальной системы мозга крысы



Принципы построения артериального дерева

Взаимосвязь геометрических параметров:

$$R_0^{\gamma} = R_1^{\gamma} + R_2^{\gamma}$$
 γ – показатель ветвления $L_{1,2} = \lambda \cdot L_0$ λ – показатель затухания длины ветви $\theta_{1,2} = \operatorname{arccos}\left(\frac{R_{1,2}^2}{2R_0^2} + \frac{R_{1,2}^{-2}}{2R_0^{-2}} \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{R_{1,2}^{\gamma}}{R_0^{\gamma}}\right)^{\frac{4}{\gamma}}\right)\right)$

Дополнительные ограничения:

 $R \geq R_{Iow}$

$$\Omega = \bigcup_{i} E_{i}; \quad E_{i} = \left\{ \vec{x} : \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{x_{j} - c_{i,j}^{ellipsoid}}{R_{i,j}^{ellipsoid}} \right)^{2} \le 1 \right\}$$

 θ_1 , θ_2 – бифуркационные углы левого и правого дочерних сегментов

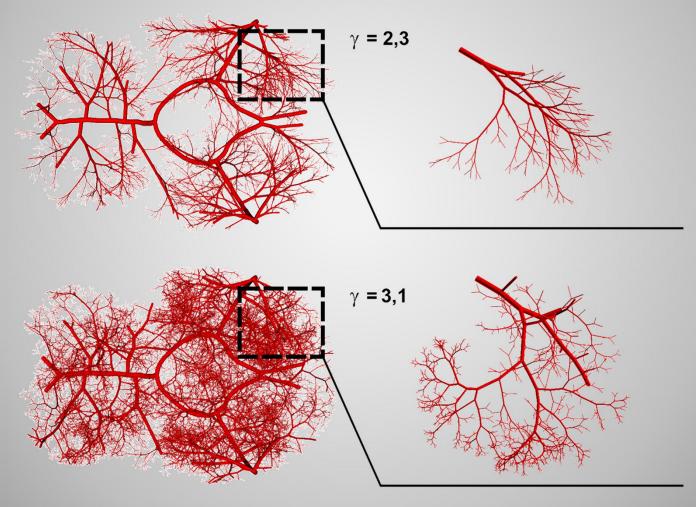
 R_0 , R_1 , R_2 – радиусы материнской и

R_{Low} - минимальный радиус

дочерних ветвей

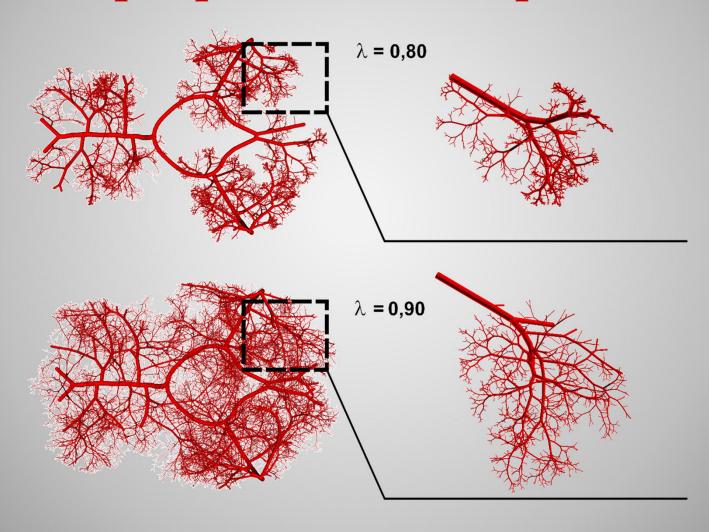
Kopylova, V. S., et al. Multiparametric topological analysis of reconstructed rat brain arterial system. Physical Biology, 2019

Примеры 3D-моделей артериального дерева

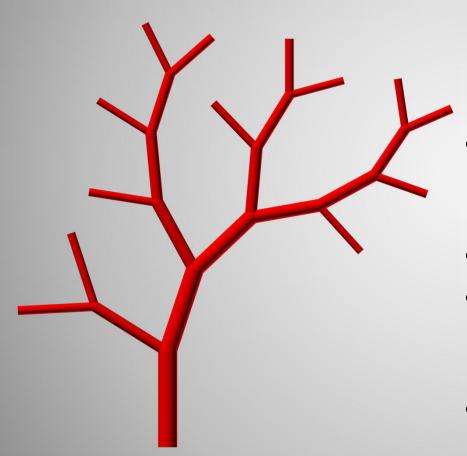


Kopylova, V. S., et al. Tree topology analysis of the arterial system model. Journal of Physics: Conf. Series, 2018

Примеры 3D-моделей артериального дерева



Артериальное дерево – «псевдофрактал»



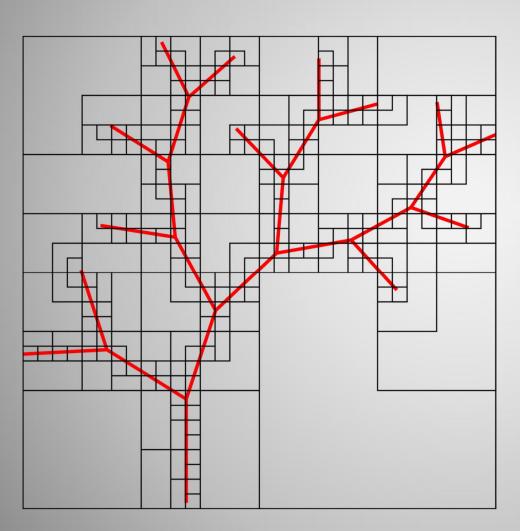
Основные свойства фракталов

- сложная структура в широком диапазоне масштабов
- самоподобие
- может обладать дробной метрической размерностью
- метрическая размерность отличается от топологической

Фрактальная размерность сосудистых сетей при различных заболеваниях

Болезнь	Фрактальная размерность (FD)	Литературные данные	
Гипертония	Пониженная FD	Cheung, C.Y., et al., 2011 Zhu, P., et al., 2014 Li, L.J., et al., 2012	
Ишемический инсульт	Пониженная FD	Ong, Y.T., et al., 2013	
Диабет 1-ого и 2-ого типа	Не коррелирует	Grauslund, J., 2011 Kunicki, A.C., 2009	
Когнитивная дисфункция	Пониженная FD	Cheung, C.Y., et al., 2014	
Ожирение	FD не меняется	Gopinath, B., et al., 2011	
вич	FD не меняется	Tan, P.B., et al., 2013	
Болезнь Альцгеймера	Пониженная FD	Cheung, C.Y., et al., 2014	
Глаукома	Пониженная FD	Wu, R., et al., 2013	
Почечная дисфункция	Пониженная FD	Lim, L.S., et al., 2013 Sng, C.C., et al., 2010	

Расчёт фрактальной размерности методом «Box-counting»

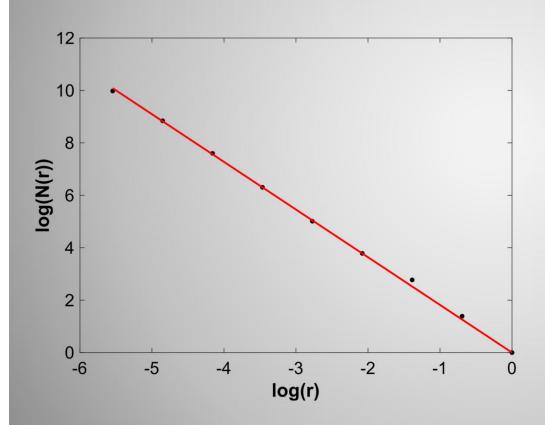


Фрактальная размерность:

$$FD = \lim_{r \to 0} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}$$

N – количество непустых ячеек r – размер каждой ячейки

Расчёт фрактальной размерности методом «Box-counting»

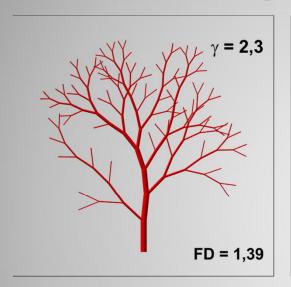


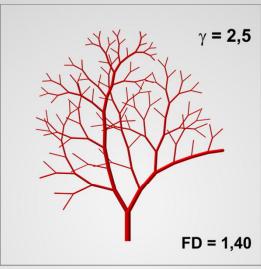
Фрактальная размерность:

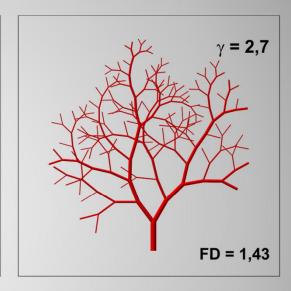
$$FD = \lim_{r \to 0} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}$$

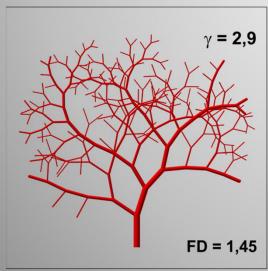
N – количество непустых ячеек r – размер каждой ячейки

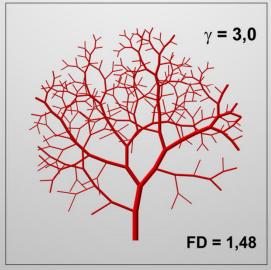
Анализ фрактальной размерности: двумерные деревья

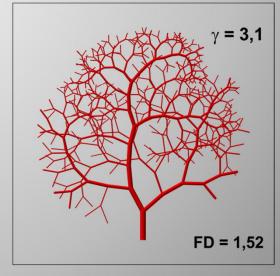




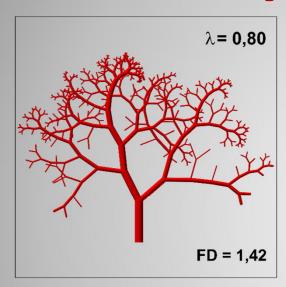


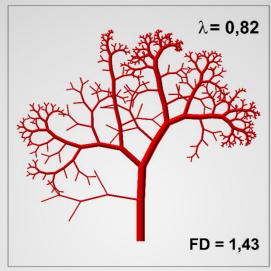


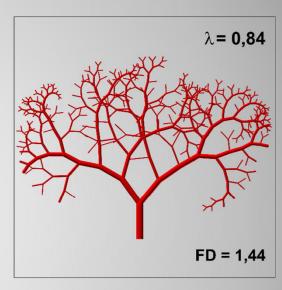


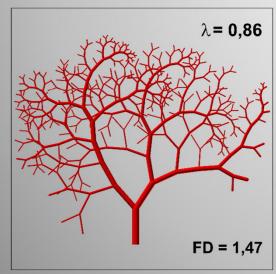


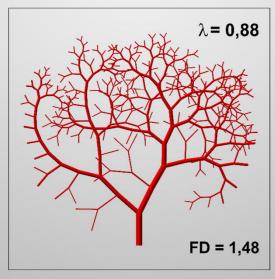
Анализ фрактальной размерности: двумерные деревья

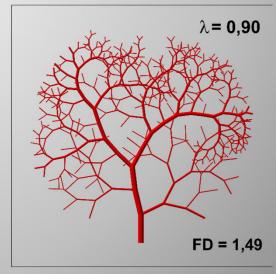




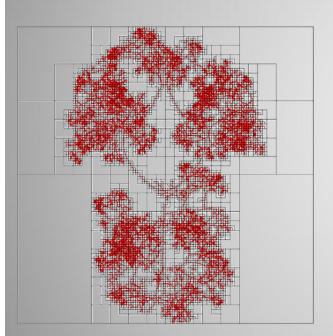


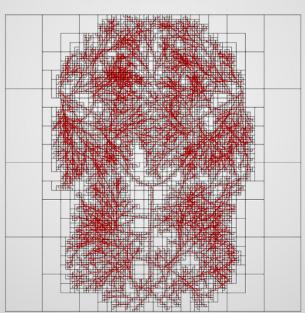


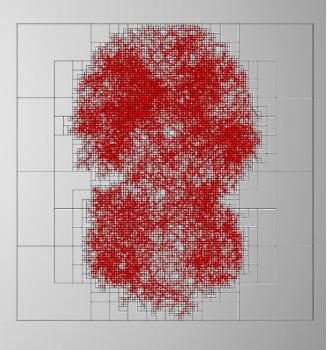




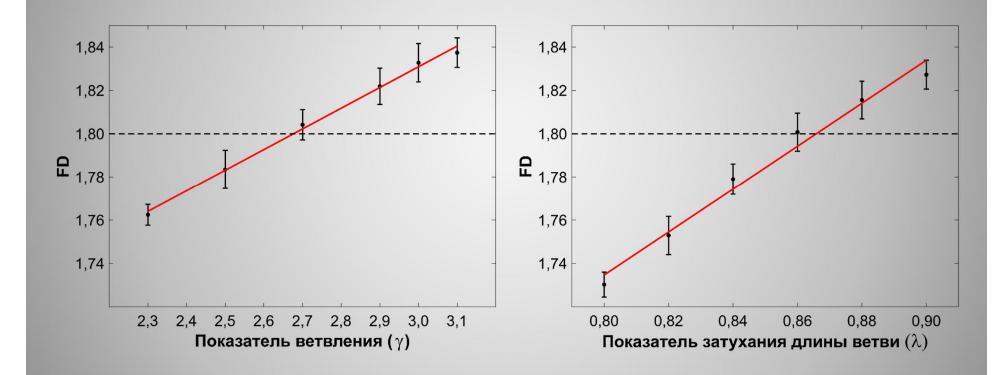
Анализ фрактальной размерности: проекция артериальной сети





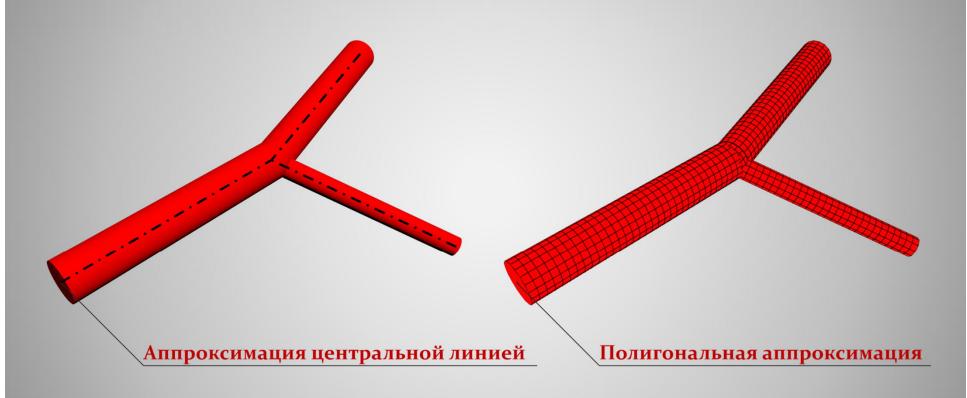


Анализ фрактальной размерности: проекция артериальной сети



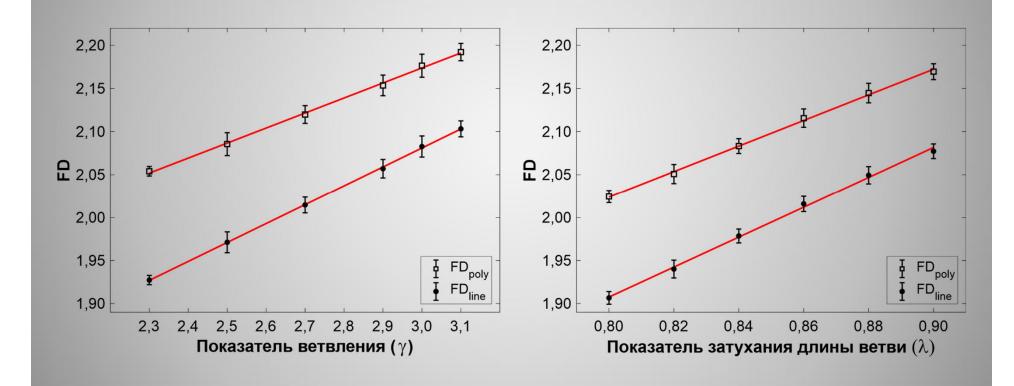
– – нижняя граница фрактальной размерности согласно экспериментальным данным [Gazit1995, Tsafnat2004]

Анализ фрактальной размерности: трёхмерная артериальная сеть

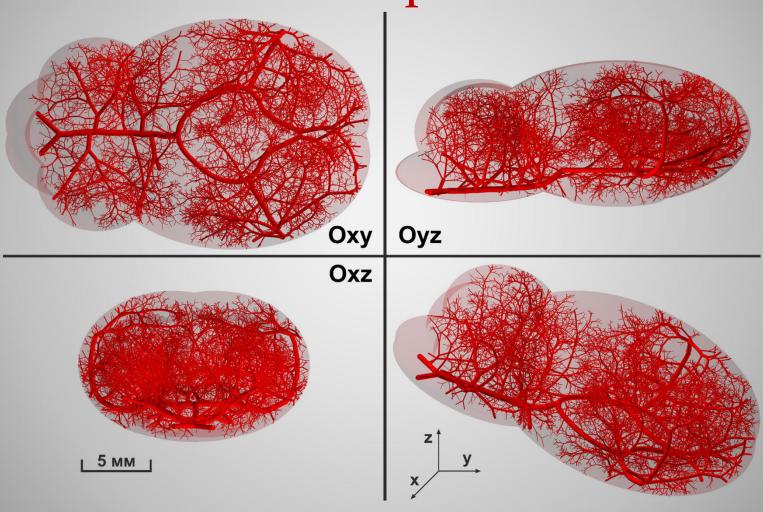


«-» учёт влияния радиуса сосуда «+»

Анализ фрактальной размерности: трёхмерная артериальная сеть

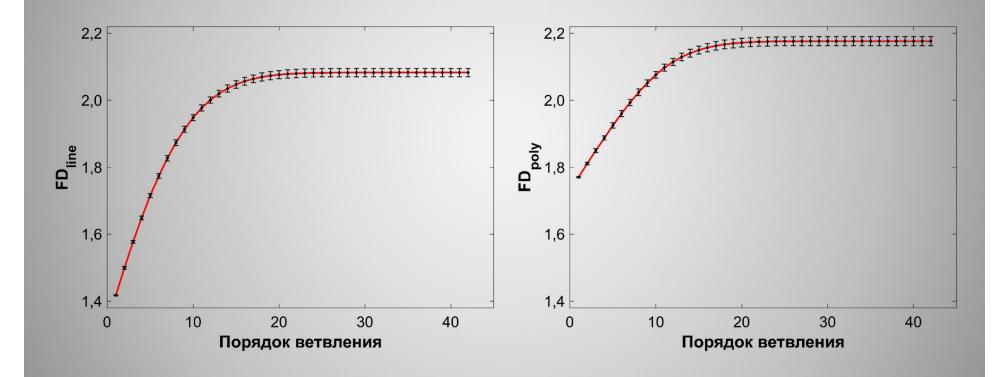


Модель артериальной системы мозга крысы

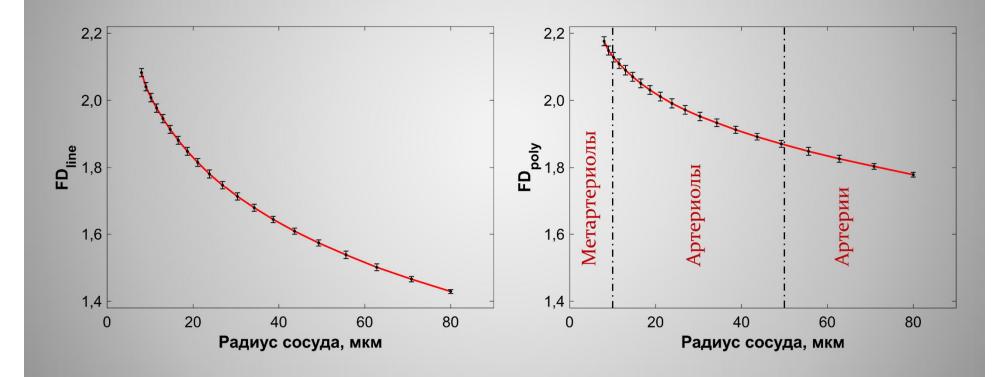


Kopylova, V. S., et al. Fundamental constraints of vessels network architecture properties revealed by reconstruction of a rat brain vasculature. Mathematical Biosciences, 2019

Анализ фрактальной размерности: оптимальное артериальное дерево



Анализ фрактальной размерности: оптимальное артериальное дерево



Анализ фрактальной размерности: оптимальное артериальное дерево

Тип	Функции	Радиус, мкм	FD _{line}	FD _{poly}
Артерии	Перенос крови от сердца и снабжение различных участков мозга кровью	50 – 80	1,43 – 1,57	1,78 – 1,87
Артериолы	Регуляция артериального давления и распределения крови по капиллярному руслу	10 – 50	1,57 – 2,01	1,87 – 2,13
Метартериолы	Регуляция снабжения отдельных групп капилляров	8 – 10	2,01 – 2,08	2,13 – 2,18

Копылова В.С., Бороновский С.Е., Нарциссов Я.Р. Применение фрактального анализа для оценки артериальной системы мозга крысы. Биофизика, 2020

Заключение

- Значение фрактальной размерности для артериальных систем с γ ≈ 3 хорошо согласуется с экспериментальными данными
- Предложен новый подход, позволяющий избежать недооценки сложности системы для низких порядков бифуркации и крупных сосудов, которая на уровне крупных артерий может превышать 20%
- Полученные значения фрактальной размерности наиболее полно отражают свойства артериального дерева с учётом реальной геометрии сосудов

