Оценка тяжести стеноза сонной артерии методами одномерной гемодинамики на основе геометрии сосудов пациентов

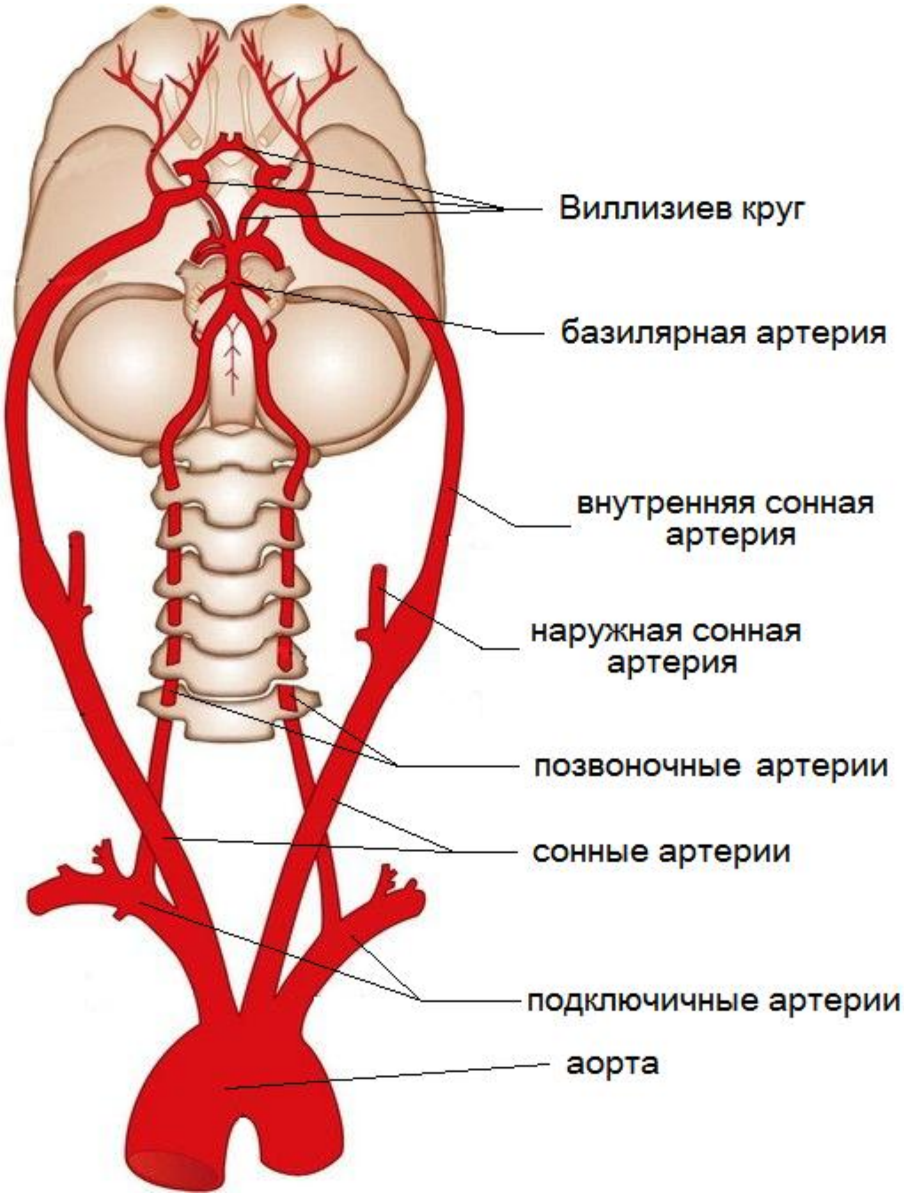
Гамилов Тимур[1,2,3], *Прямоносов Роман*[2,1,3], *Симаков Сергей*[1,2,3]

[1] Московский физико-технический институт
[2] Институт вычислительной математики РАН
[3] Рабочая группа по моделированию кровотока и сосудистых патологий (ИВМ РАН)

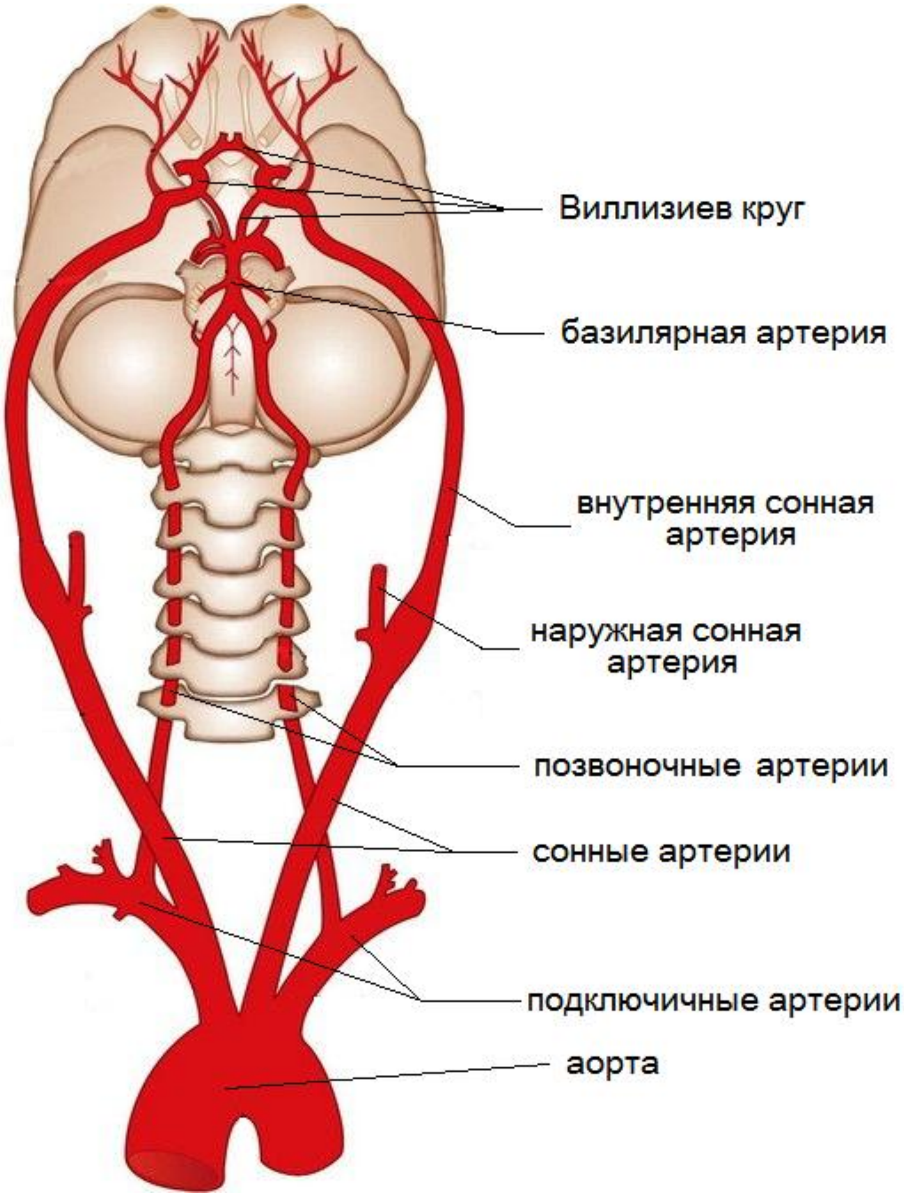
грант РНФ 14-31-00024 (новые лаборатории)

7я конференция по математическим моделям и численным методам в биологии и медицине
Москва, ИВМ РАН, 02.11.2014

Сосуды шеи и головы

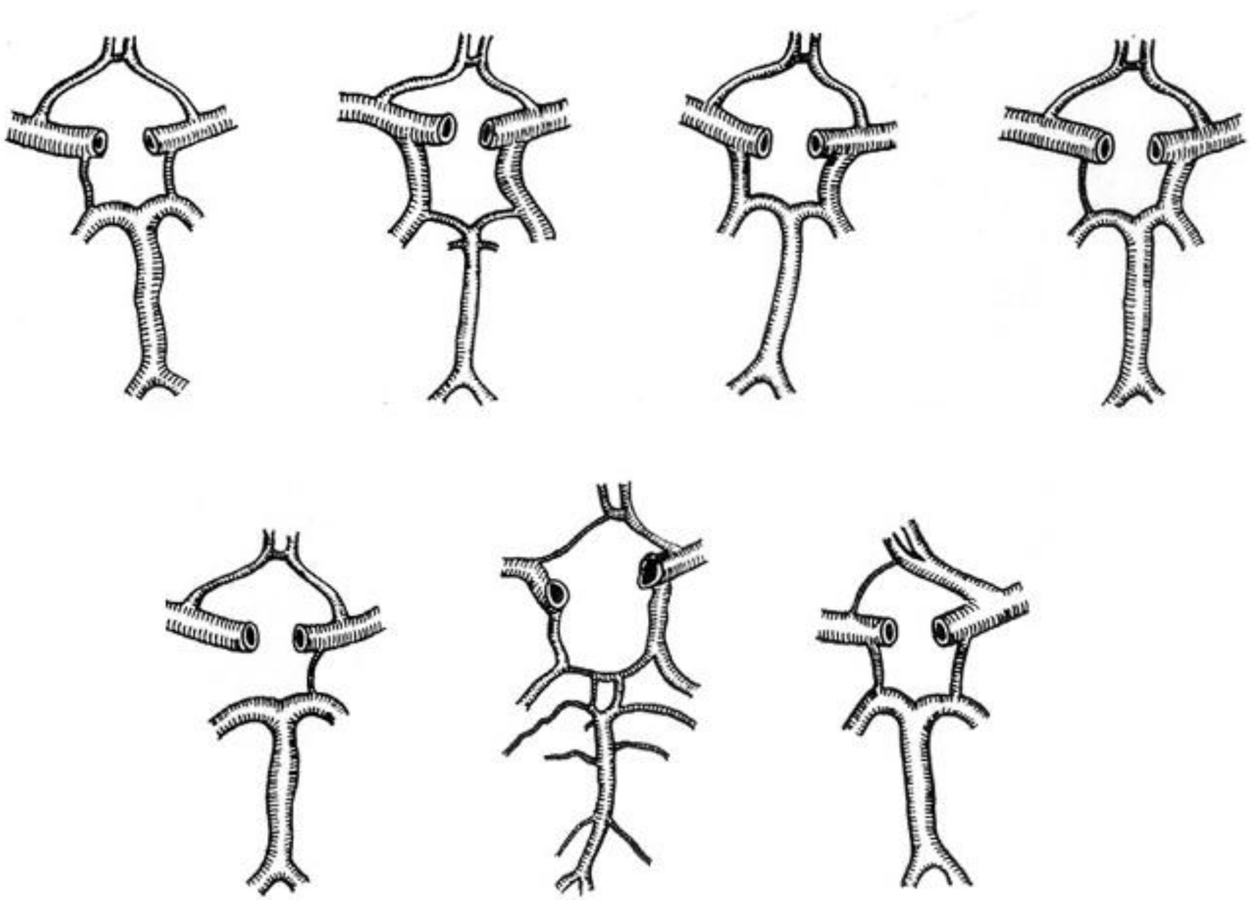


Сосуды шеи и головы



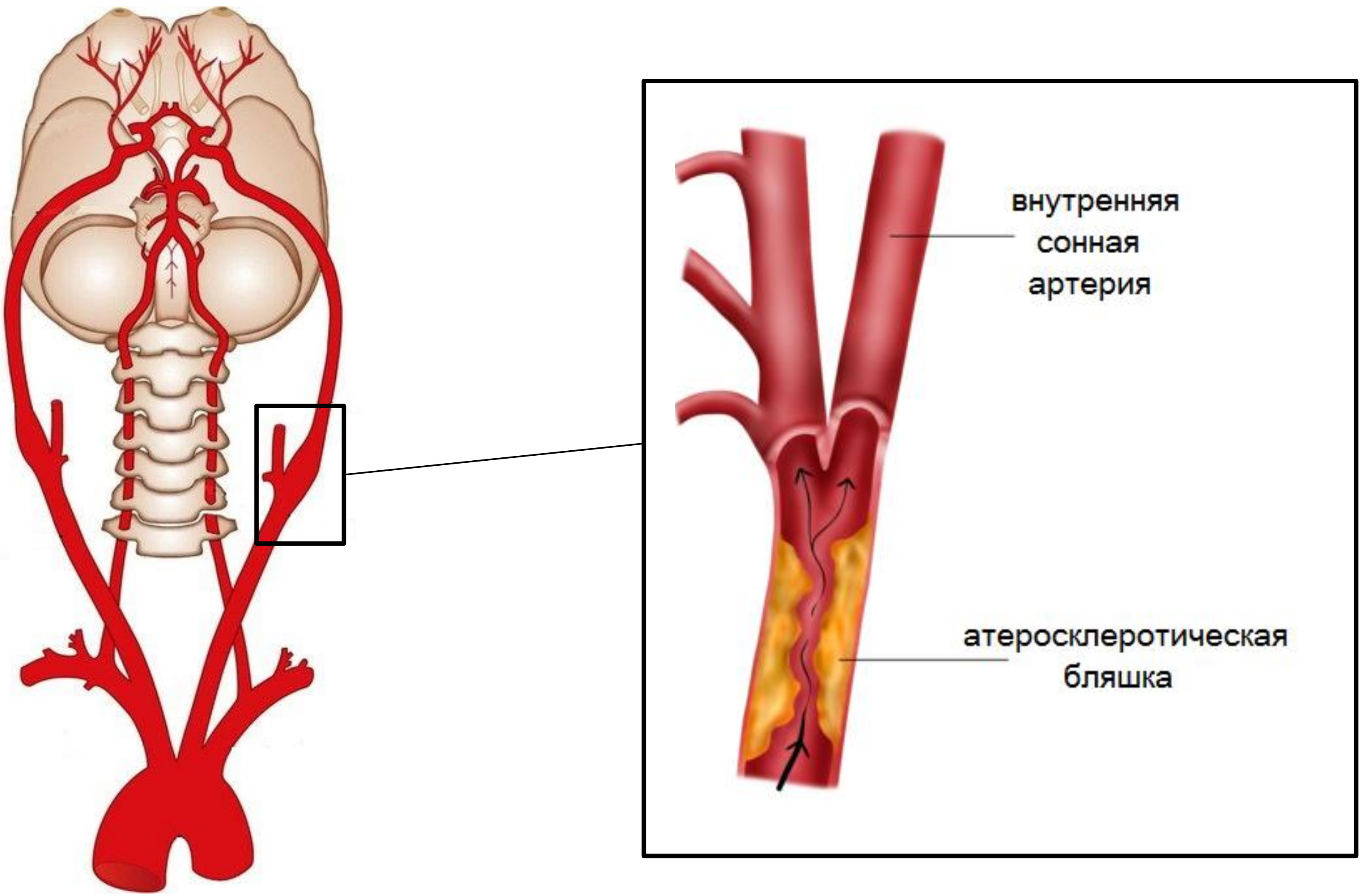
- *20 % объема крови*
- *плотно расположенные сосуды*
- *регуляторные механизмы*
- *черепная коробка*
- *коллатеральные пути*
- *индивидуальные особенности*

Варианты строения Виллизиева круга

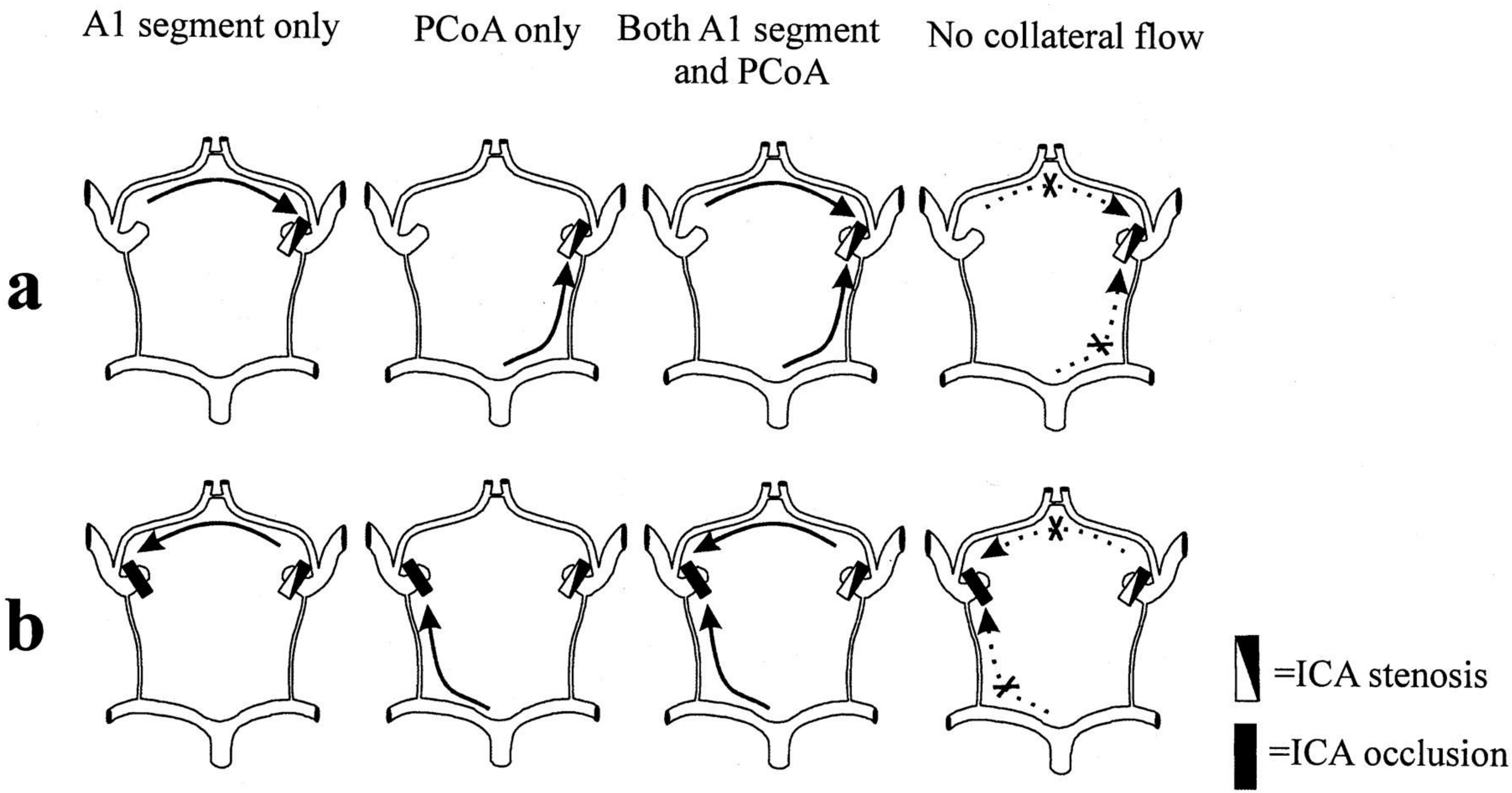


Полный круг:
20-25 %

Стеноз



Перераспределение потоков



Effect of Carotid Endarterectomy on Primary Collateral Blood Flow in Patients With Severe Carotid Artery Lesions
J. Hendrikse, D.R. Rutgers, C.J.M. Klijn, et.al. 2003

Структура доклада

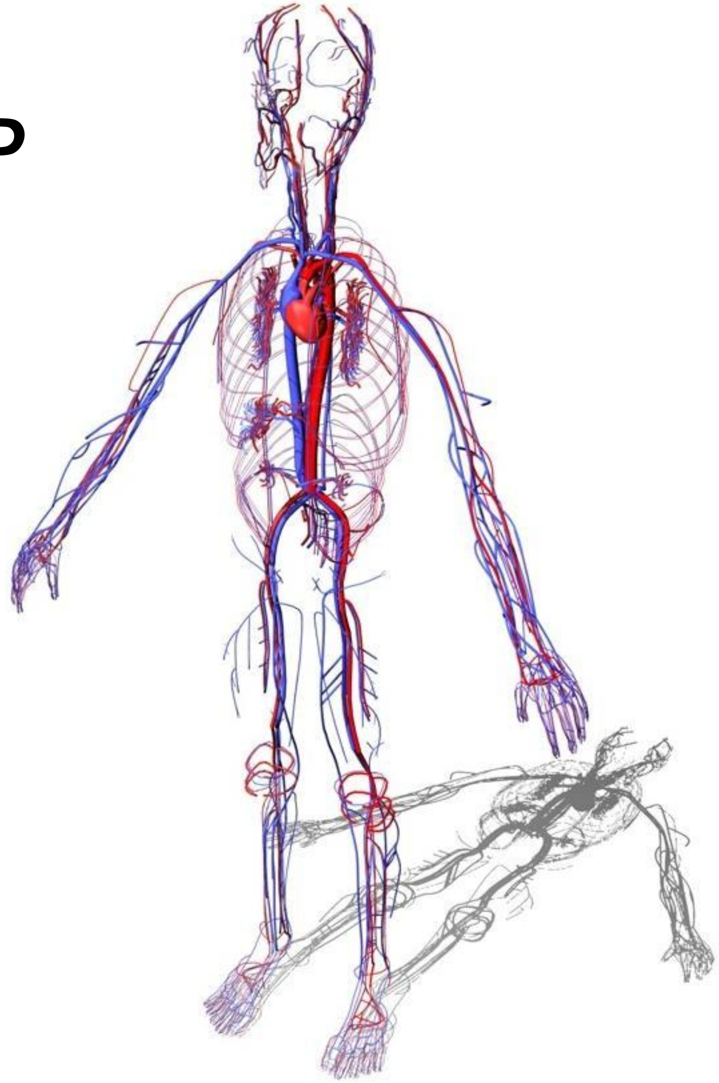
1) <u>Глобальная модель кровотока</u>

- Основные уравнения

2) <u>Стеноз сонной артерии</u>

- Построение модели с учетом индивидуальных особенностей пациента
- Оценка тяжести стеноза

Глобальная модель кровотока



Глобальная модель кровотока

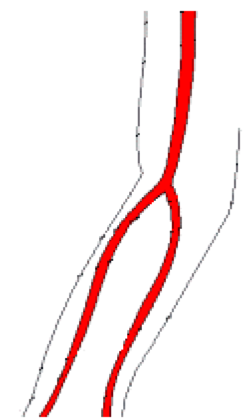
1) ЗСМ

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{\partial (uS)}{\partial x}=0$$

2) ЗСИ

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{P}{\rho}\right)=-16\mu u\frac{\eta(S)}{Sd^2}+\psi(\ldots),\ \eta(S)=\begin{cases}2, S>S_0\\ \frac{S}{S_0}+\frac{S_0}{S}, S\le S_0\end{cases}$$

3) Граничные условия в узлах



3.1 $$\sum_{k=k_1,\ldots,k_M}\varepsilon_k^m Q_k=0,\ \varepsilon_k^m=\pm 1,\ Q_k=u_k S_k$$

3.2 $$p_k(t,x_k)-p_m^{node}(t)=0,\quad x_k=0,L_k$$

$$p_k(t,x_k)-p_m^{node}(t)=\alpha_k R_k^m Q_k,\ x_k=0,L_k$$

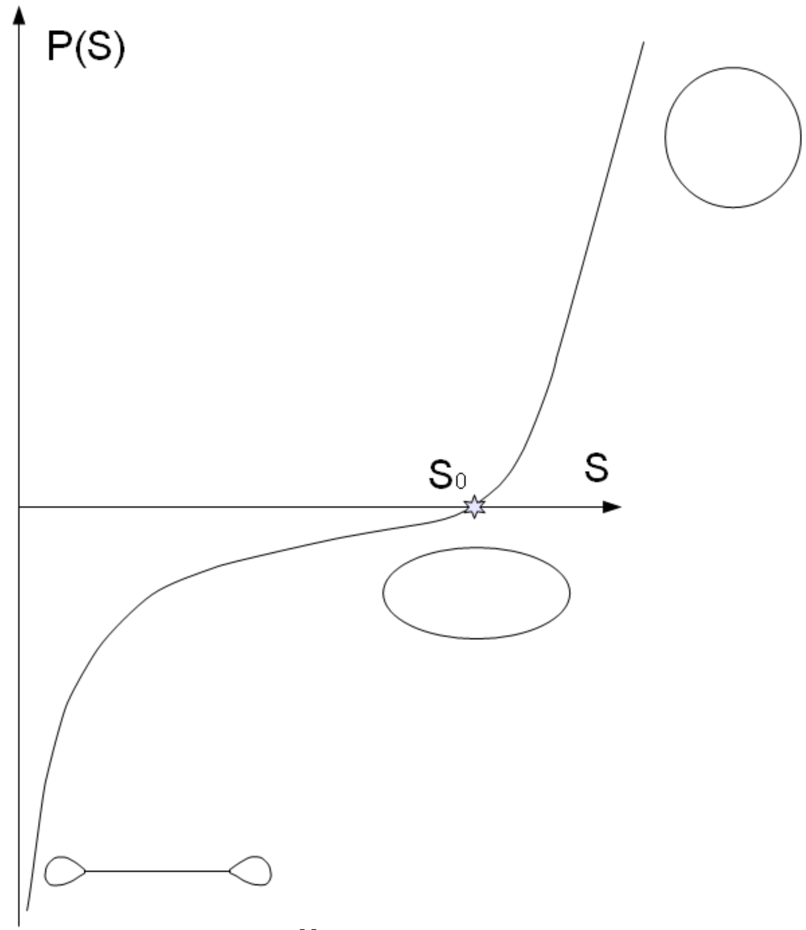
3.3 Условия совместности на исходящих характеристиках

Глобальная модель кровотока

4) *Эластичные трубки*

$$P(S) = P^{ext}(t, x) + \rho c^2 f(S)$$

$$f(S) = \begin{cases} \exp(S/S_0 - 1) - 1, S > S_0 \\ \ln(S/S_0), S \le S_0 \end{cases}$$



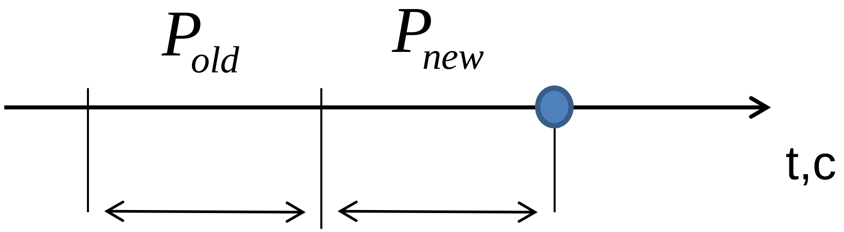
Pedley, Luo, 1998

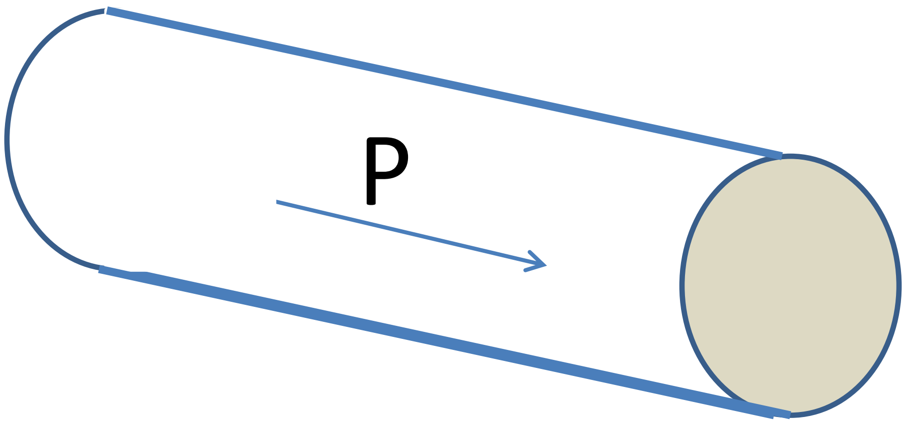
Глобальная модель кровотока. Ауторегуляция.

Уравнение состояния:

$$P = \rho c^2 \left(\exp\left(\frac{S}{S_0} - 1 \right) - 1 \right)$$

$$\frac{c_{new}}{c_{old}} = \left(\frac{P_{new}}{P_{old}} \right)^{1/2} .$$

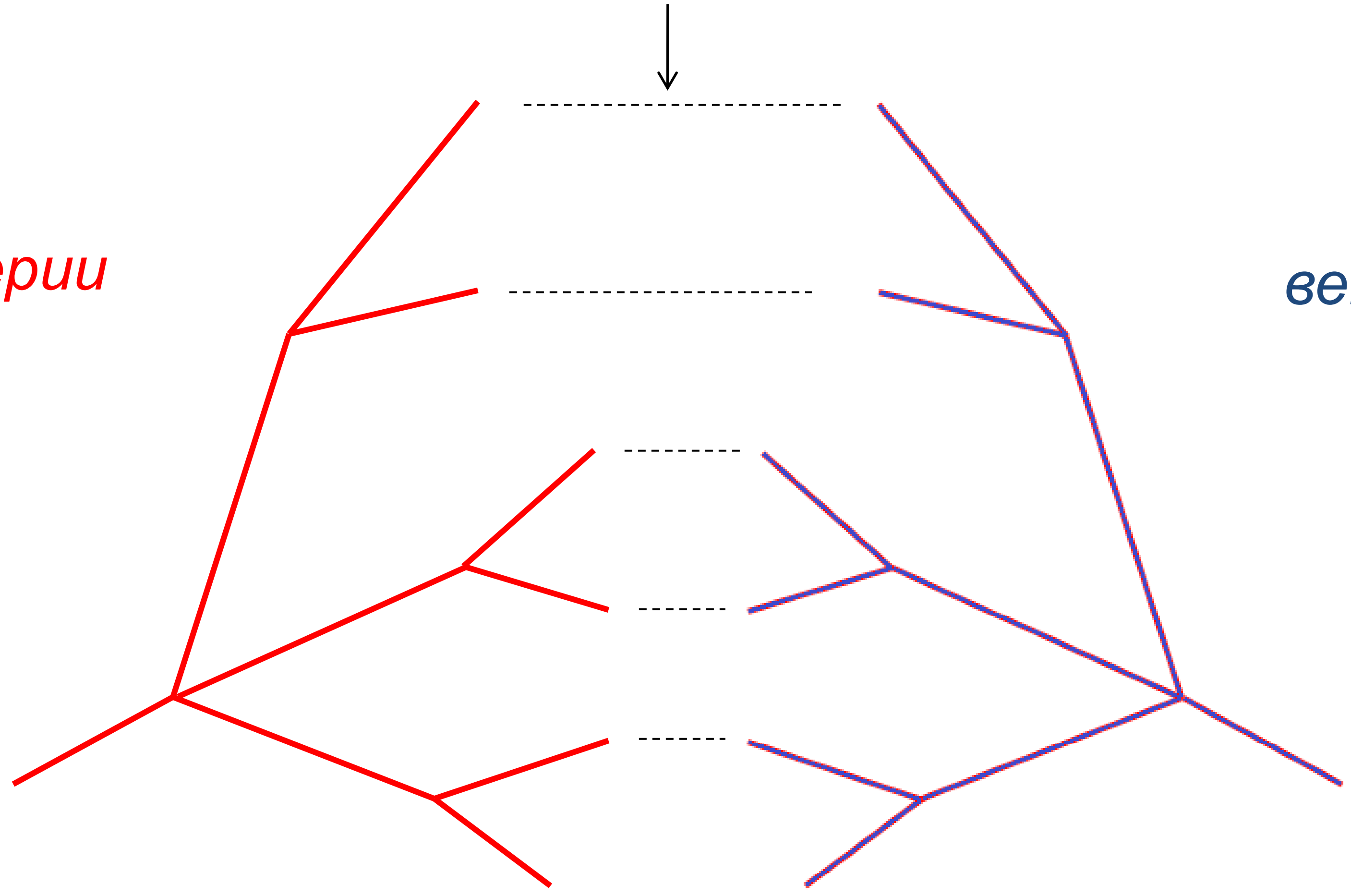




Бифуркации

$$p_k(t, x_k) - p_m^{node}(t) = \alpha_k R_k^m Q_k$$

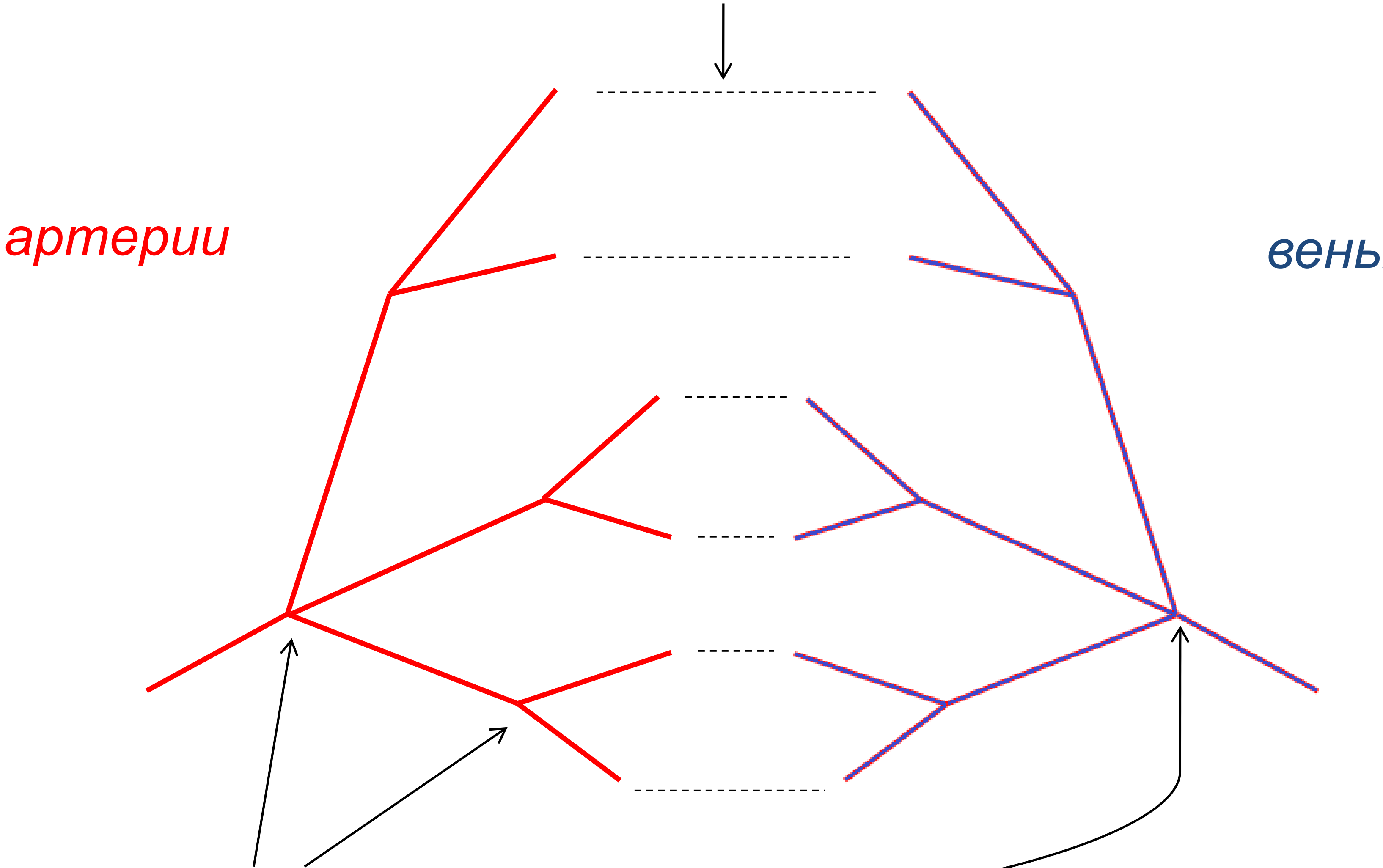
артерии



вены

Бифуркации

$$p_k\left(t,x_k\right)-p_m^{node}\left(t\right)=\alpha_k R_k^m Q_k$$



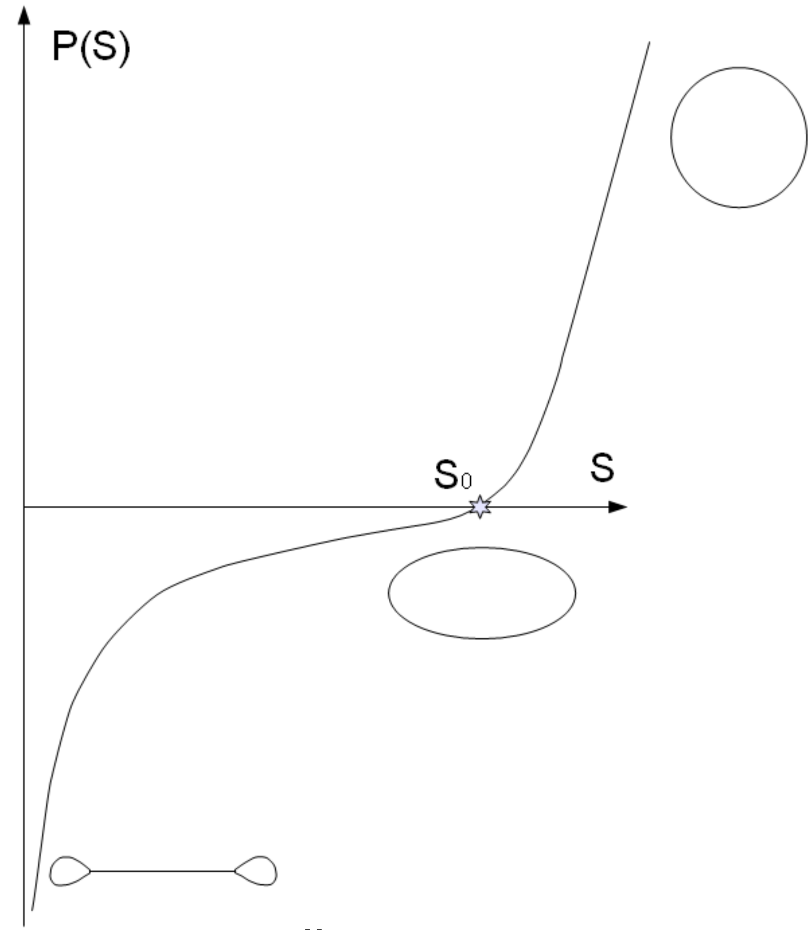
$$p_k\left(t,x_k\right)-p_m^{node}\left(t\right)=0$$

Глобальная модель кровотока

4) *Эластичные трубки*

$$P(S) = P^{ext}(t,x) + \rho c^2 f(S)$$

$$f(S) = \begin{cases} \exp(S/S_0 - 1) - 1, S > S_0 \\ \ln(S/S_0), S \le S_0 \end{cases}$$

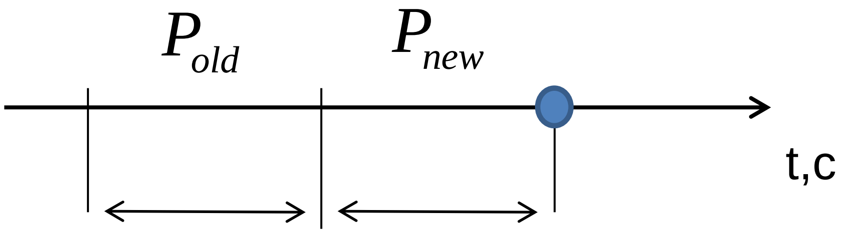


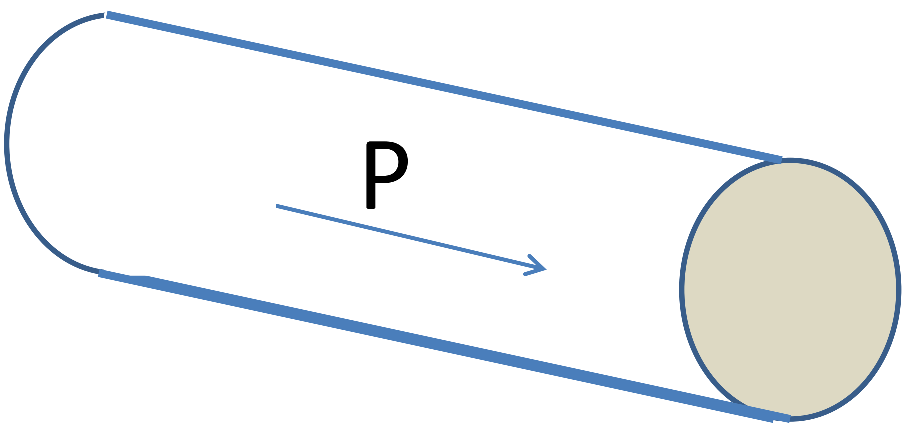
Pedley, Luo, 1998

Глобальная модель кровотока. Ауторегуляция.

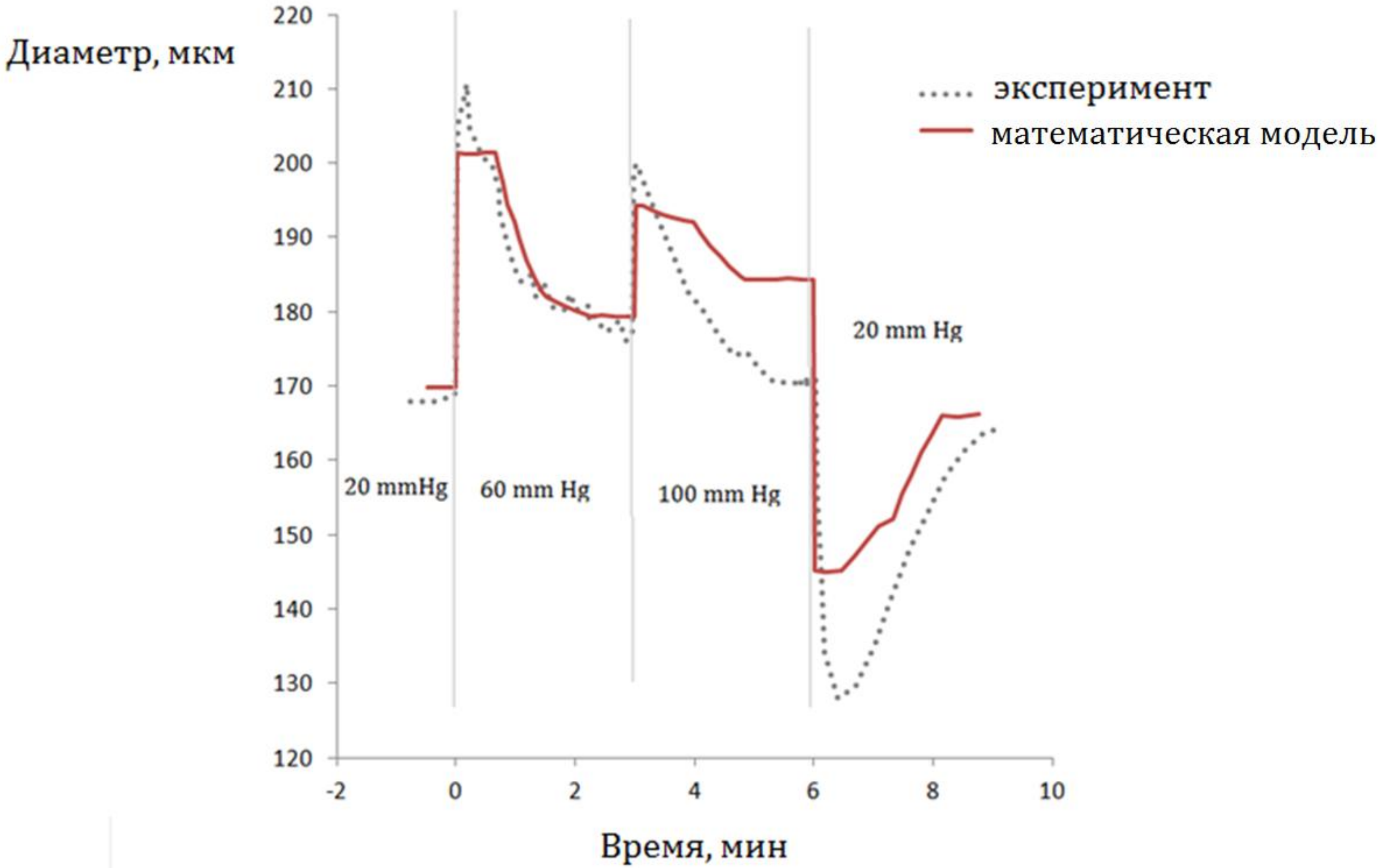
Уравнение состояния: $$P = \rho c^2 \left(\exp\left(\frac{S}{S_0} - 1 \right) - 1 \right)$$

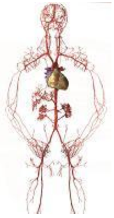
$$\frac{c_{new}}{c_{old}} = \left(\frac{P_{new}}{P_{old}} \right)^{1/2}.$$





Ауторегуляция. Опыт с артерией крысы





Стеноз сонной артерии

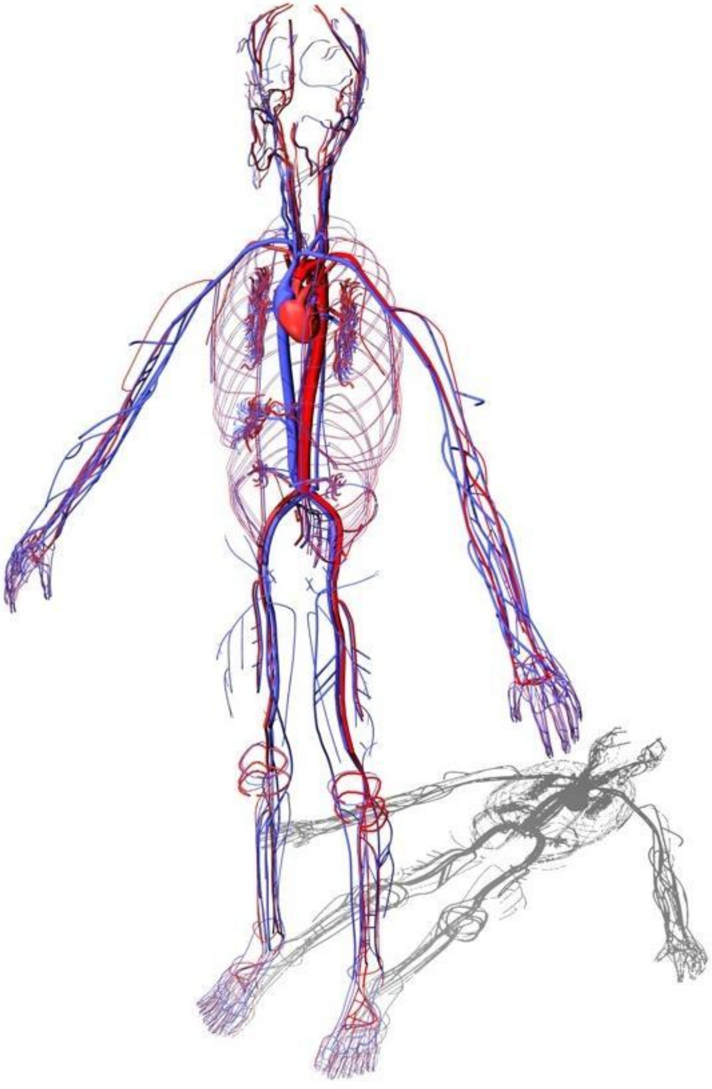
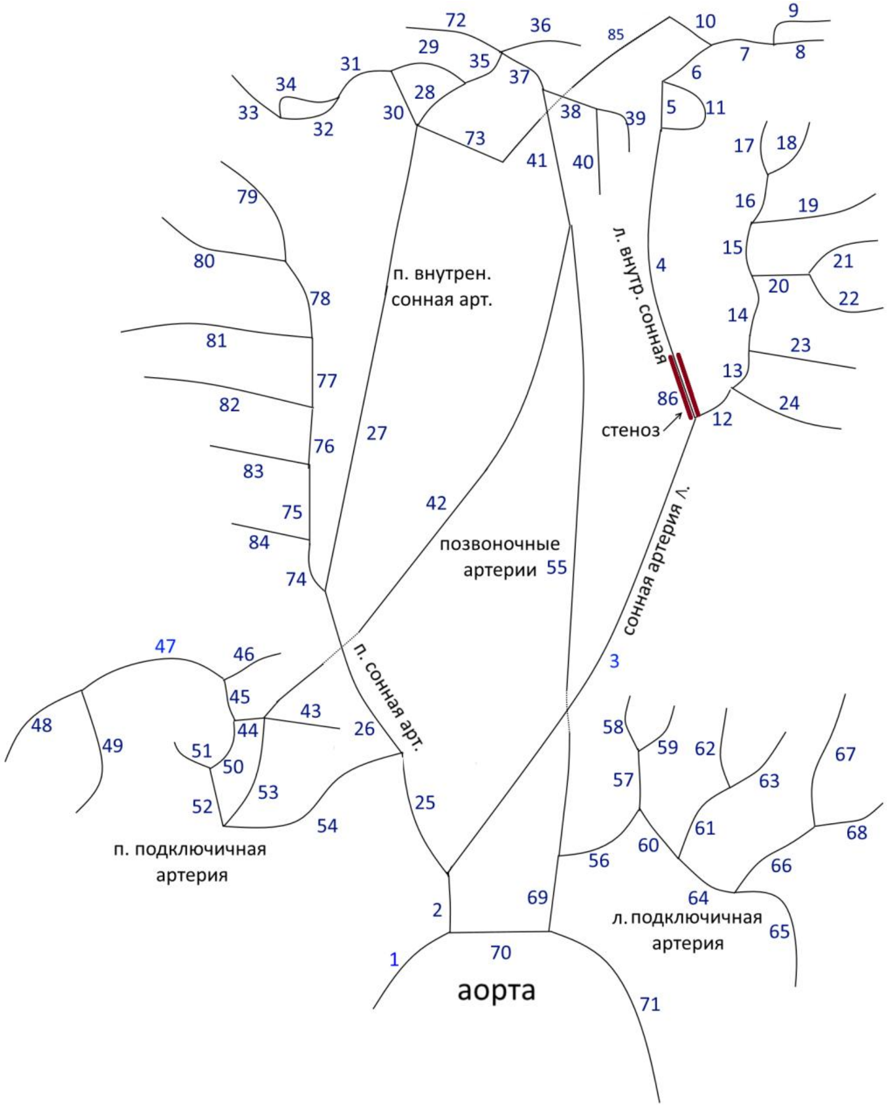
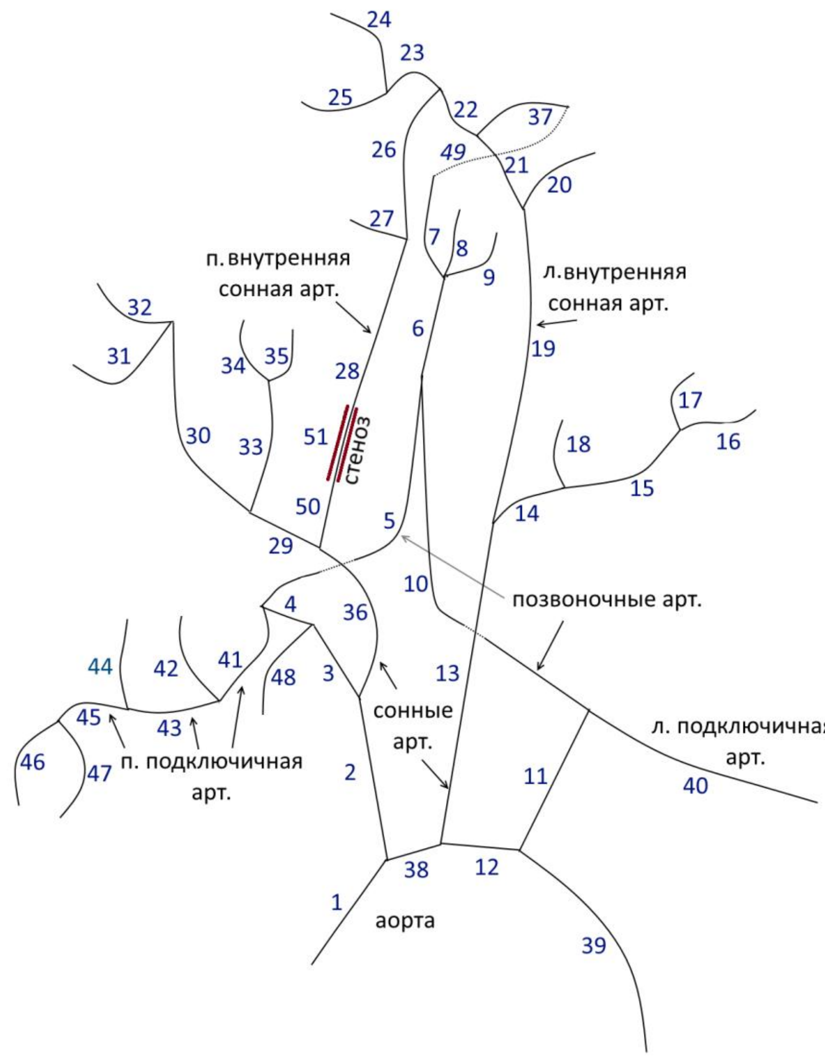


Схема сосудов



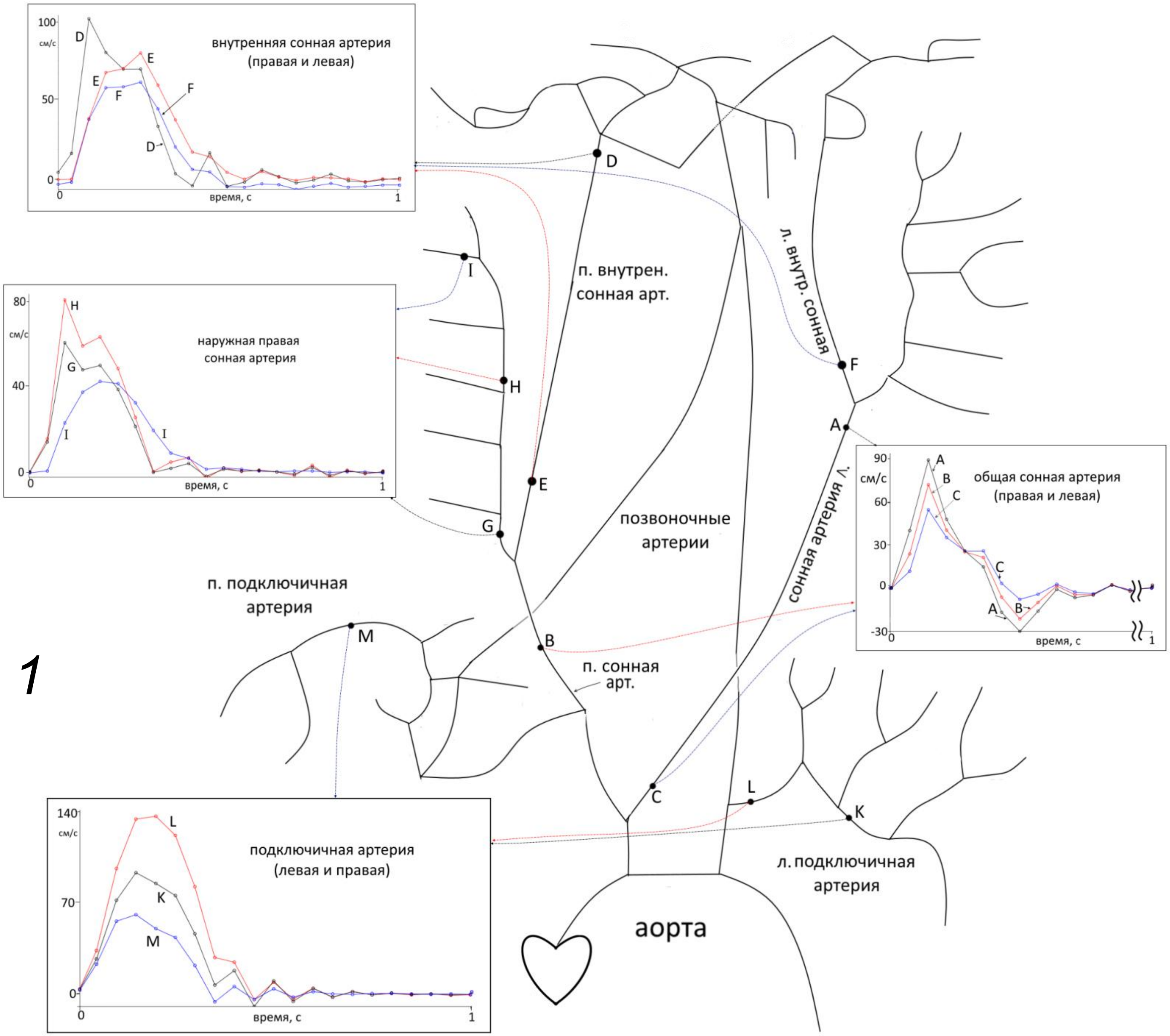
Пациент 1



Пациент 2

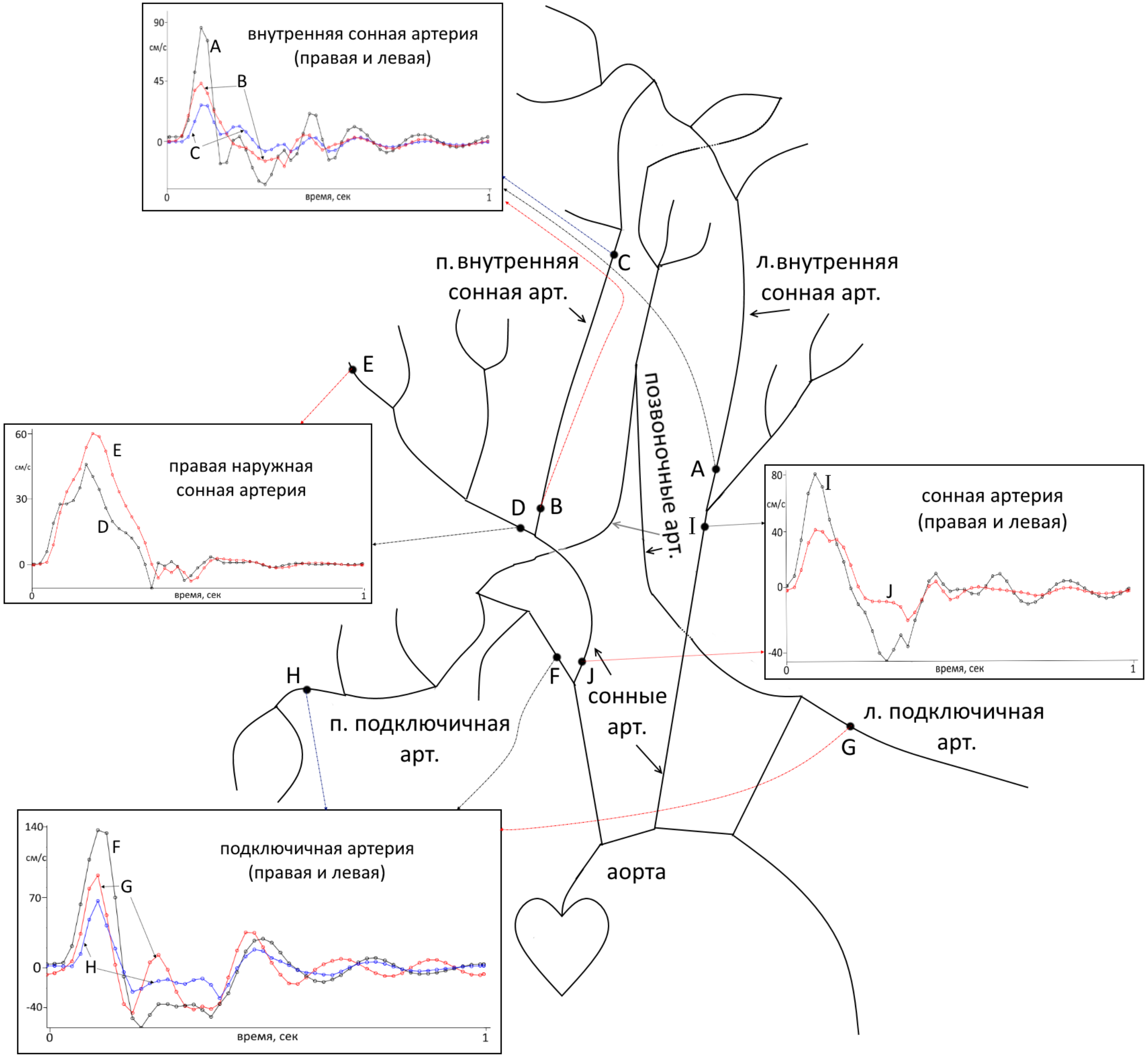
Построение сети сосудов

Скорости кровотока в норме



Пациент 1

Скорости кровотока в норме



Пациент 2

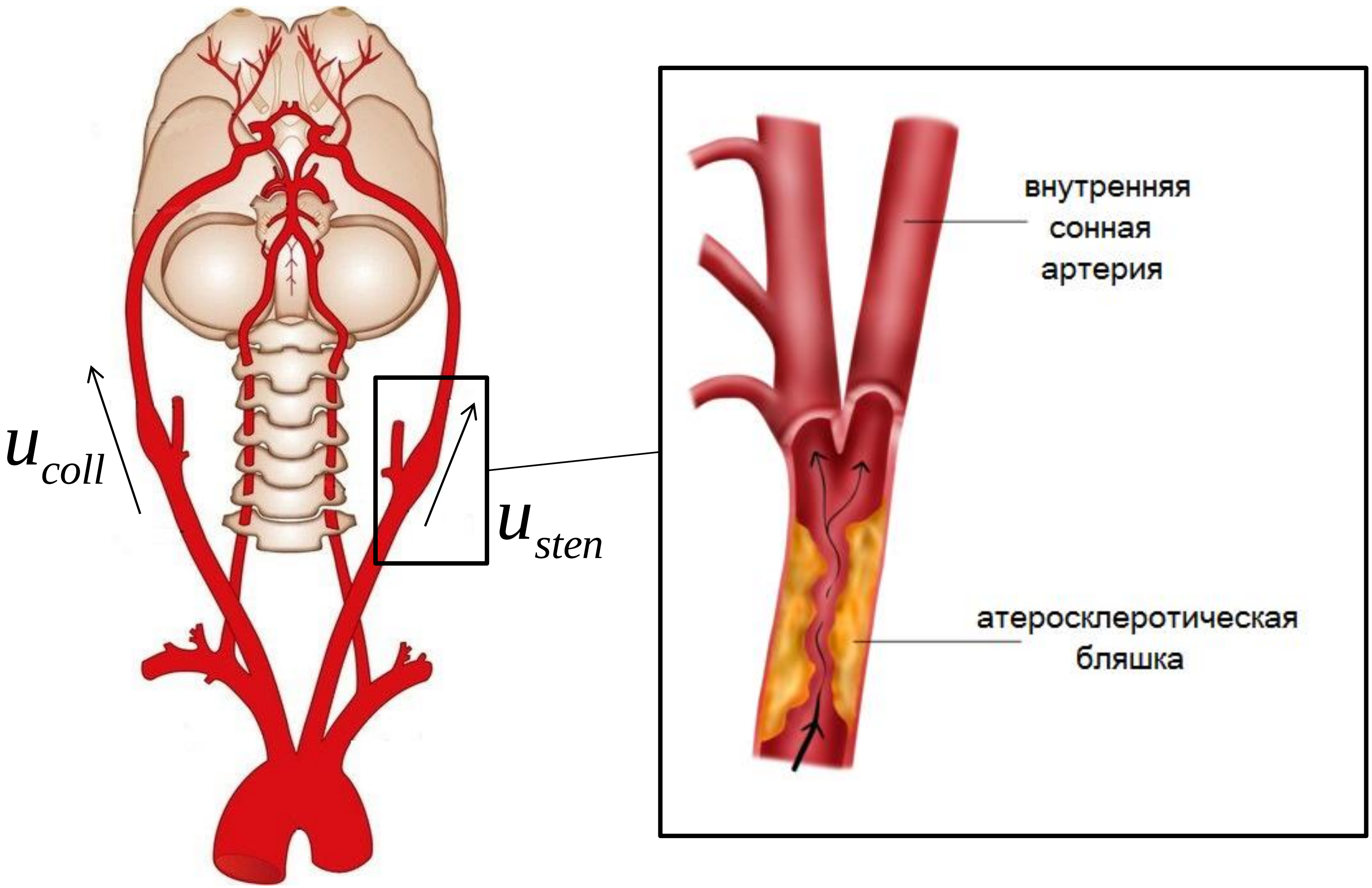
Скорости кровотока до операции

		Слева			Справа		
		Модель (cm/s)	Измерения (cm/s)	Ошиб. (%)	Модель (cm/s)	Измерения (cm/s)	Ошиб. (%)
Пациент 1	Общая Сонная (No 26, 3)	50	55	*9*	51	54	*5,5*
	Внутр. Сонная (No 27, 86)	72	67	*7*	240	220	*10*
Пациент 2	Общая Сонная (No 13, 36)	51	58	*12*	60	56	*7*
	Внутр. Сонная (No 19, 28)	130	96	*35*	58	55	*5*

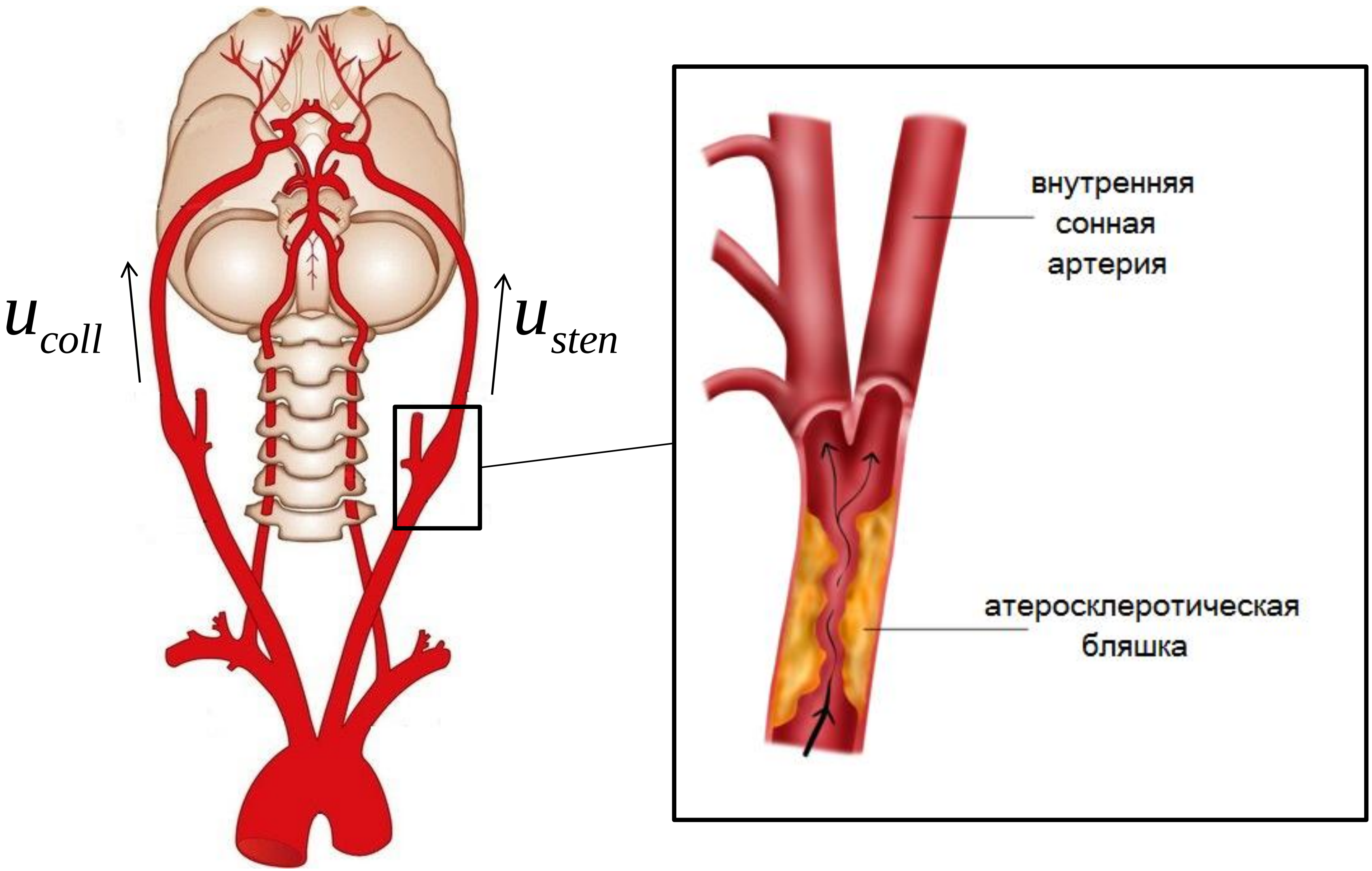
Скорости кровотока после операции

	Номер сосуда		Скорость, см/с		
	Пациент 1	Пациент 2	Пациент 1	Пациент 2	Норма
Общая сонная арт.	3, 26	2, 13	60	59	50-104
Внутр. сонная арт.	27, 86	19, 28	48	60	32-100
Наруж. сонная арт.	74-75, 12-13	29-31, 14-16	60	90	37-105
Позвоночная арт.	42, 55	5, 10	50	35	20-61
Подключичная арт.	54-52-50, 56-60-64	40, 3-4, 41-43-46	98	95	60-150

Влияние стеноза на гемодинамику

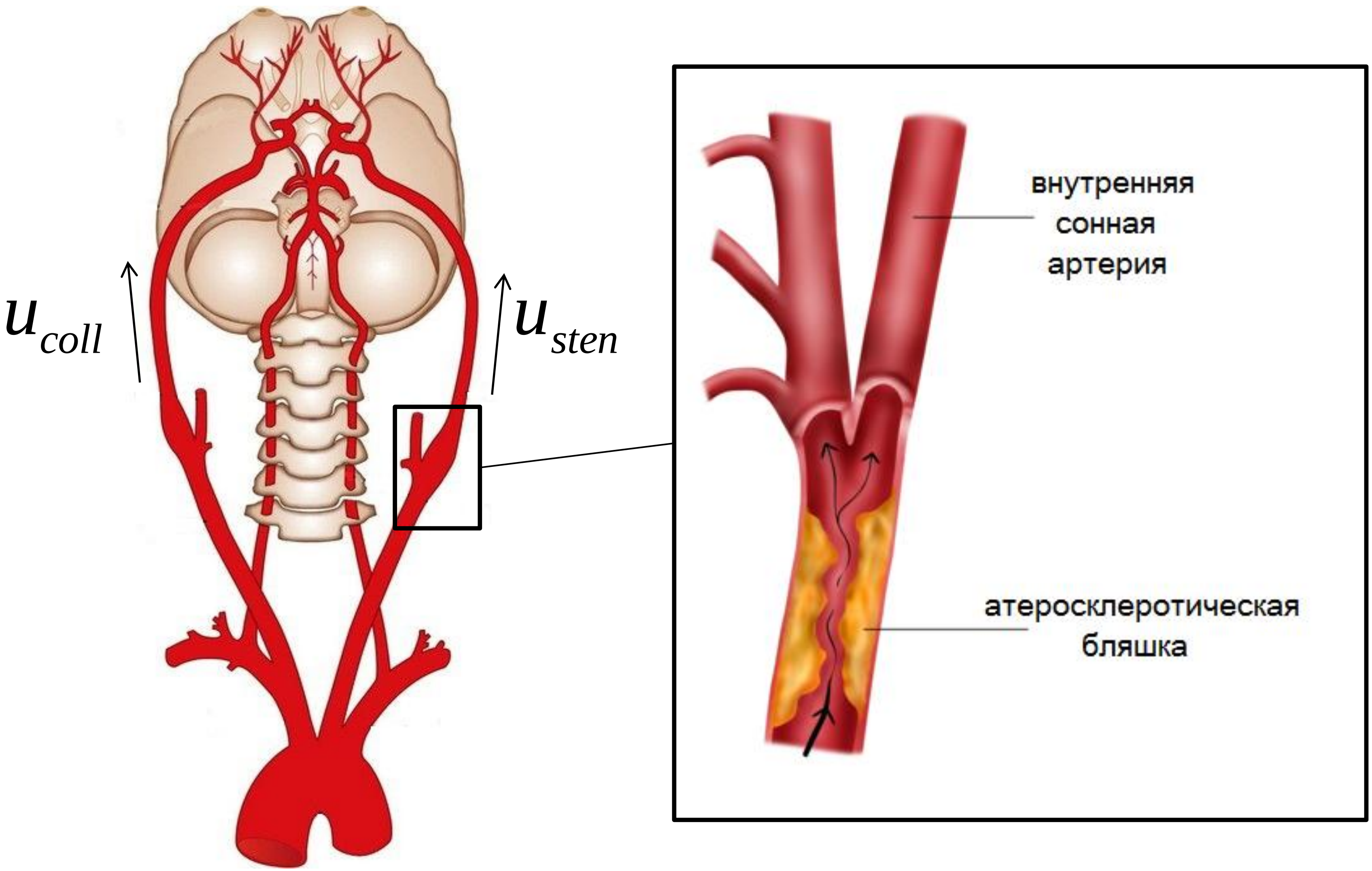


Влияние стеноза на гемодинамику



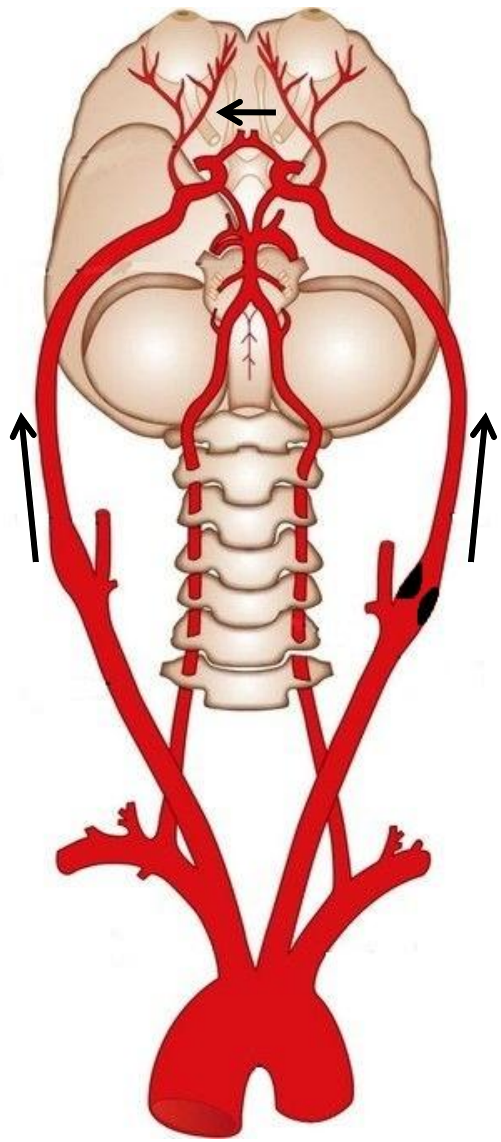
$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}}$$

Влияние стеноза на гемодинамику



$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}}$$

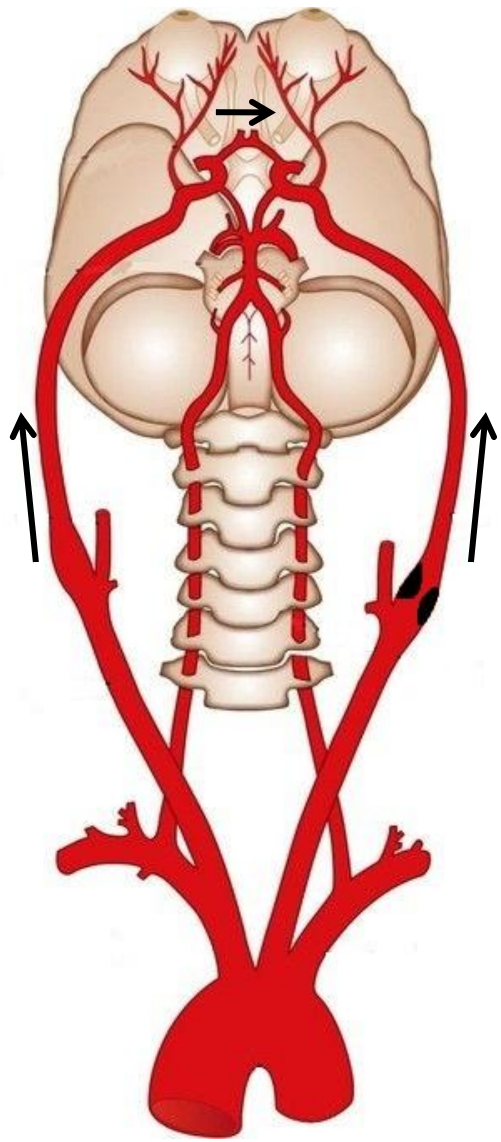
60 уд. в мин



$$\alpha = \frac{\text{Перекрытое сечение}}{\text{Сечение без стеноза}} = 0$$

$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}} = 0.87$$

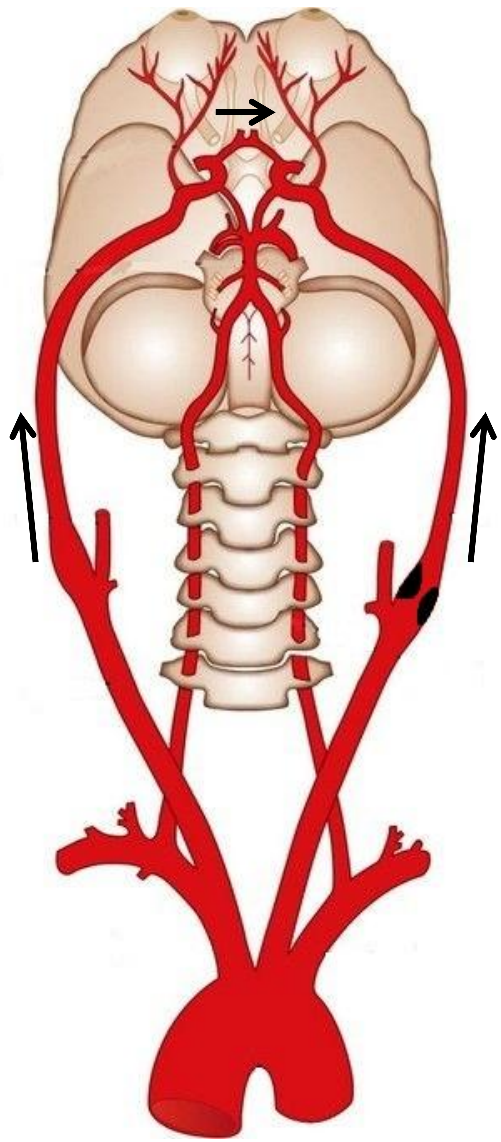
60 уд. в мин



$$\alpha = \frac{\text{Перекрытое сечение}}{\text{Сечение без стеноза}} = 0.8$$

$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}} = 0.64$$

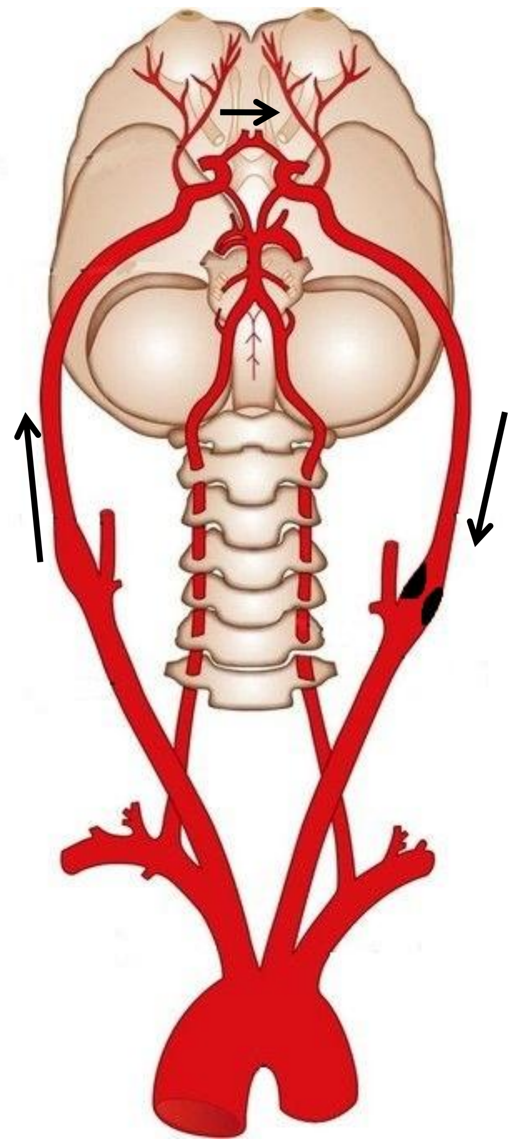
120 уд. в мин



$$\alpha = \frac{\text{Перекрытое сечение}}{\text{Сечение без стеноза}} = 0.8$$

$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}} = 0.65$$

120 уд. в мин



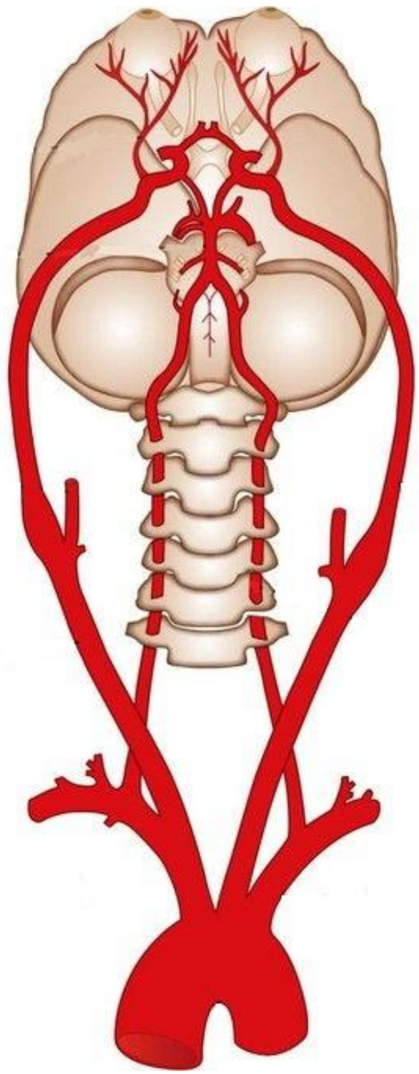
$$\alpha = \frac{\text{Перекрытое сечение}}{\text{Сечение без стеноза}} = 0.95$$

$$\frac{u_{sten}}{u_{coll}} = -0.07$$

Отношения скоростей при различных режимах работы сердца

Стеноз	60 уд./мин			90 уд./мин			120 уд./мин		
	u_{st}	u_{coll}	$\frac{u_{st}}{u_{coll}}$	u_{st}	u_{coll}	$\frac{u_{st}}{u_{coll}}$	u_{st}	u_{coll}	$\frac{u_{st}}{u_{coll}}$
0%	60	70	0.87	100	115	0.87	156	183	0.85
50%	59	72	0.82	97	116	0.83	155	188	0.82
80%	54	85	0.64	90	127	0.71	126	193	0.65
95%	23	105	0.22	-18	172	-0.10	-15	226	-0.07

Заключение



Моделирование:

- *индивидуальная структура*
- *отслеживание изменения схемы кровотока*
- *автоматизация* - ?